

TRES son las clases de interrogaciones que Russell hace respecto a la Física. ¿Cuál es la estructura lógica de esta ciencia?; la respuesta habrá de obtenerse ejercitando pura matemática. ¿Cuál es la aplicación de la Física al mundo empírico?; éste es el problema vital, y su discusión será primordialmente epistemológica. ¿Cuáles son las condiciones últimas en función de las cuales la Física es verdadera?; son ahora los resultados ontológicos los que están en juego.

Bertrand Russell

Análisis de la Materia

taurus



ANALISIS DE LA MATERIA

ENSAYISTAS - 62

BERTRAND RUSSELL

ANALISIS
DE LA
MATERIA

Versión española de
EULOGIO MELLADO

taurus



Título original:
The Analysis of Matter
© George Allen & Unwin, Ltd., Londres

Primera edición: 1969
Segunda edición: 1976

© 1976, TAURUS EDICIONES, S. A.
Velázquez, 76. MADRID-1

ISBN: 84-306-1062-6
Depósito legal: M. 14.920-1976

PRINTED IN SPAIN

P R E F A C I O

El intento de descubrir el resultado filosófico de la física moderna está rodeado, por el momento, de grandes dificultades. Pues mientras la teoría de la relatividad ha alcanzado, al menos temporalmente, una forma estable, la teoría de los quanta y de la estructura atómica se está desarrollando con tal rapidez que es imposible adivinar la forma que tomará dentro de unos pocos años. En estas circunstancias es necesario prejuzgar qué partes de la teoría pueden considerarse como definitivamente establecidas y qué partes serán probablemente modificadas en un futuro próximo. Para quien, como el autor de este libro, no es un profesional de la física, el ejercicio de este juicio es difícil, y grande la exposición a caer, ocasionalmente, en alguna falta. Sea de ello lo que fuere, el tema de la relación de la "materia" con lo que existe, y, en general, de la interpretación de la física en términos de lo que existe, no es exclusivamente de competencia física. Además de esta disciplina se requiere para una adecuada discusión del tema de que se ocupa este volumen el auxilio de la psicología, de la fisiología, de la lógica matemática y de la filosofía. Siendo uno sólo el autor, son quizá inevitables algunas deficiencias. Quedo muy agradecido a Mr. R. H. Fowler, F. R. S., Mr. M. H. A. Newman del St. John's College, Cambridge, y a Mr. F. P. Ramsey del King's College, Cambridge, por su eficaz ayuda en algunas partes de la obra ;

asimismo al Dr. D. M. Wrinch por haber tenido la amabilidad de leer todo el original, haciéndome muchas e importantes críticas y sugerencias.

Ciertas partes de este libro fueron objeto de una serie de conferencias en las Tarner Lectures del Trinity College, Cambridge, en 1926. Pero el libro estaba en preparación antes de hacérseme la invitación a dar ese cursillo, y contiene buena copia de material que no parecía tener lugar adecuado en aquellas lecciones.

Siendo filosófico el propósito del libro, he evitado lo más posible los tecnicismos físicos y matemáticos. Sin embargo, por lo que hace a algunas doctrinas modernas, quizá porque son todavía recientes, no he conseguido una traducción completa al lenguaje no matemático, si encuentra demasiados indulgencia al lector no matemático, si encuentra demasiados símbolos, y al matemático si encuentra demasiado pocos.

B. R.

Enero, 1927.

CAPÍTULO PRIMERO

NATURALEZA DEL PROBLEMA

Aparte de la matemática pura la más avanzada de las ciencias es la física. Algunas partes de la física teórica han alcanzado un punto tal que hace posible la construcción de una cadena lógica, desde ciertas premisas supuestas hasta consecuencias aparentemente muy remotas, por medio de deducciones puramente matemáticas. Se verifica esto, especialmente, en todo lo que pertenece a la teoría general de la relatividad. No puede decirse que el conjunto de la física haya alcanzado ya ese estado de perfección, pues los fenómenos “cuánticos” y la existencia de electrones y protones son, por el momento, tan sólo hechos brutos. Pero quizá no sea duradera esta situación. No es quimérico esperar que antes de que hayan transcurrido muchos años se llegará a una exposición unificada de toda la física.

De todos modos, y a pesar del extraordinario éxito de la física considerada como ciencia, su resultado filosófico es mucho menos claro de lo que parecía cuando se tenían menos conocimientos que ahora. Es el propósito de este capítulo discutir lo que se entiende por “resultado filosófico” de la física, y los métodos que existen para determinar su naturaleza.

Hay tres clases de interrogaciones que podemos hacer respecto a la física, y, en verdad, respecto a cualquier ciencia. La primera es: ¿cuál es su estructura lógica, considerada como un sistema deductivo? ¿qué medios existen para defi-

nir las entidades físicas y deducir consecuencias de un sistema inicial de entidades y proposiciones? Este es un problema de pura matemática, para el cual, en sus elementos fundamentales, la lógica matemática es el instrumento adecuado. No es del todo correcto hablar, como acabamos de hacerlo, de “entidades y proposiciones iniciales”. Lo que realmente se tiene al principio, en esta manera de proceder, es hipótesis que contiene variables. En la geometría este procedimiento ha llegado a ser familiar. En lugar de “axiomas”, supuestos “verdaderos”, se comienza con la hipótesis de que un grupo de entidades (por lo demás indefinidas) gozan de ciertas propiedades enumeradas. Se procede, después, a probar que ese grupo de entidades tiene las propiedades que constituyen las proposiciones de la geometría euclidiana, o de cualquier otra geometría que pueda interesarnos. Generalmente será posible escoger entre diferentes conjuntos de hipótesis iniciales que todas conducirán al mismo cuerpo de proposiciones. La elección entre esos conjuntos es lógicamente indiferente, y puede ser guiada tan sólo por consideraciones estéticas. En todo caso, es siempre de gran utilidad el descubrir unas cuantas hipótesis sencillas, capaces de sustentar todo el edificio deductivo, pues ello nos permite conocer qué pruebas son necesarias y suficientes para decidir si un grupo dado de entidades satisface el sistema deductivo. Ha de tenerse en cuenta, además, que la palabra “entidades”, que hemos venido usando, es demasiado restringida si se emplea con cualquier resonancia filosófica. Las “entidades” a que nos referimos pueden ser, en una aplicación dada de un sistema deductivo, estructuras lógicas complicadas. De ello tenemos ejemplos en las matemáticas, en las definiciones de números enteros, relaciones, números reales, etc. Debemos estar preparados ante la posibilidad de un resultado semejante en la física, en la definición de un punto del espacio-tiempo, y aun en la definición de un electrón o un protón.

El análisis lógico de un sistema deductivo no es una empresa tan definida y limitada como aparece a primera vista, debido a la circunstancia que acabo de mencionar, a saber:

que lo que primeramente tomamos como entidades primitivas puede ser reemplazado por complejas estructuras lógicas. Como esta circunstancia tiene un gran valor por lo que se refiere a la filosofía de la física, bueno será ilustrar sus efectos con ejemplos tomados de otros campos.

Uno de los mejores nos lo da la teoría de los números enteros. Después que Weierstrass y otros demostraron que todo el análisis puede reducirse a proposiciones sobre números enteros, Peano demostró que estas proposiciones podían, a su vez, deducirse de cinco conteniendo tres ideas no definidas (1). Las cinco proposiciones iniciales pueden considerarse como asignando ciertas propiedades al grupo de las tres ideas no definidas, siendo las propiedades en cuestión de un carácter lógico, no específicamente aritmético. Peano probó lo siguiente: dada cualquier triada que cumpla las cinco propiedades mencionadas, toda proposición de la aritmética y del análisis es aplicable a ella, siempre que se adopte la interpretación apropiada a esa triada. Se vio, además, que existe una de dichas triadas para cada una de las series infinitas $X_1, X_2, X_3 \dots X_n \dots$, en las cuales hay un término distinto correspondiendo a cada número entero. Estas series pueden ser definidas sin mencionar los números enteros y cualquiera de ellas podría tomarse, en lugar de la serie de los números naturales, como base de la aritmética y del análisis. Todas las proposiciones de estas disciplinas seguirían siendo verdaderas para una cualquiera de esas series, pero en cada una resultarían proposiciones diferentes.

Tomemos, como ejemplo, un sencillo teorema de aritmética: "la suma de los n primeros números impares es igual a n^2 ". Supongamos que se desea interpretar este teorema tal como resulte de aplicarlo a la progresión $X_0, X_1, X_2 \dots, X_n \dots$. Sea R la relación, en esta progresión, de cada término con su sucesor. Entonces "números impares" significará "términos guardando con X , una relación que es una potencia de R^2 ", siendo R^2 la relación de un X al que viene después del que

(1) Véase *Principles of Mathematics*, cap. XIV, del autor.

le sigue (1). Podemos ahora definir R^n_x como significando aquella potencia de R que relaciona X con X_n , y, asimismo $X_m + X_n$ como significando aquel X con el cual X_m tiene la relación R^n_x . Esto decide ya la interpretación de "la suma de los n primeros números impares". Para definir n^2 será mejor empezar definiendo la multiplicación. Hemos definido ya R^n_x ; consideremos ahora la relación formada por el producto relativo del inverso de R con R^n_x . Esta relación enlaza X con X_n ; su cuadrado enlaza X_2 con X_{2n} ; su cubo X_3 con X_{3n} , etcétera, etc. Puede demostrarse que cualquier potencia de esa relación es equivalente a una cierta potencia del inverso de R multiplicada relativamente por una cierta potencia de R^n_x . Hay, así, una potencia de esa relación que es equivalente a un movimiento hacia atrás, de X_m a X_0 , y después hacia adelante; el término que se alcanza con este segundo movimiento hacia adelante, se define como siendo el producto $X_m \times X_n$. Puede ya interpretarse X_n^2 . Y se encuentra fácilmente que el teorema de que hemos partido es verdadero con esta interpretación.

De lo anterior se deduce que, si partimos de las ideas indefinidas y proposiciones iniciales de Peano, la aritmética y el análisis no tratan de ciertos objetos lógicos definidos llamados números, sino de los términos de *cualquier* progresión $0, 1, 2, 3, \dots$, en cuyo caso—con una adecuada interpretación de $+$ y del $\times$ —todas las proposiciones de la aritmética serán verdaderas aplicadas a esos términos. De este modo $0, 1, 2, 3, \dots$ se convierten en "variables". Para hacerlos constantes debemos escoger una progresión determinada; lo más natural es tomar la progresión de los números enteros cardinales, tal como ha sido definida por Frege. Se ve, pues, que los que, con los métodos de Peano, eran términos primitivos vienen reemplazados por estructuras lógicas, respecto a las cuales es necesario probar que satisfacen las cinco proposiciones primitivas. Este proceso es esencial para conectar la aritmética con

(1) Véase en mi *Principia Mathematica*, pág. 91, la definición de potencias en una forma que no implica la idea de número.

la lógica pura. Veremos más adelante que para conectar la ciencia física con el fenómeno de la percepción, se requiere un proceso muy semejante, en algunos aspectos, aunque muy diferente en otros.

El proceso general del cual lo indicado es sólo un ejemplo, será llamado, en lo sucesivo, de “interpretación”. Acontece frecuentemente que se tiene un sistema matemático deductivo, partiéndose en él de hipótesis concernientes a objetos no definidos, y que hay razones para creer que existen objetos cumpliendo esas hipótesis, aunque, inicialmente, no puede puntualizarse con certeza ninguno de ellos. Usualmente, en esos casos, aunque se dispone en abstracto de muchos juegos de esos objetos capaces de verificar las hipótesis hay uno de dichos juegos mucho más importante que los demás. Tal sucedía, en el ejemplo anterior, con los números enteros. La sustitución de tal juego en lugar de los objetos no definidos es “interpretación”. Este proceso es de esencial importancia para el descubrimiento del resultado filosófico de la física.

La diferencia entre una interpretación importante y otra no importante puede verse claramente en el caso de la geometría. Cualquier geometría, euclidiana o no euclidiana, en la que cada punto tiene coordenadas que son números reales, puede ser interpretada como aplicándose a un sistema de grupos de números reales—es decir, puede tomarse un punto como *siendo* la serie de sus coordenadas. Esta interpretación es legítima y conveniente cuando se estudia la geometría como una rama de la matemática pura. Pero no es la interpretación *importante*. La geometría es importante, a diferencia de la aritmética y del análisis, porque puede ser interpretada de tal forma que se convierta en una parte de la matemática aplicada—de hecho, en una parte de la física. Esta interpretación es la verdaderamente interesante, y no podemos, por tanto, contentarnos con aquella que hace de la geometría una parte del estudio de los números reales, y así, en último extremo, una parte del estudio de los números naturales. La geometría, tal como será considerada en este libro, será tratada siempre como parte de la física, como ocupándose de

objetos que no son meras variables o definibles en términos puramente lógicos. No estimaremos una geometría satisfactoriamente interpretada hasta tanto que sus objetos iniciales hayan sido definidos en función de entidades formando parte del mundo empírico, en oposición al mundo de la necesidad lógica. Naturalmente es posible y hasta probable, que varias geometrías diferentes, que serían incompatibles aplicadas al mismo juego o grupo de objetos, puedan todas aplicarse al mundo empírico mediante distintas interpretaciones.

Hasta ahora hemos venido considerando el análisis lógico de la física, que será el tópico de la parte I. Pero al ocuparnos de la interpretación de la geometría hemos entrado ya en contacto con un problema muy diferente, a saber, el de la aplicación de la física al mundo empírico. Este es, naturalmente, el problema vital: aunque la física puede perseguirse como pura matemática, no como tal es importante. Lo que ha de decirse sobre el análisis lógico de la física es, por tanto, sólo un preámbulo necesario a nuestro tema. Las leyes de la física son consideradas como, por lo menos, aproximadamente *verdaderas*, aunque no lógicamente necesarias; su evidencia es empírica. Toda evidencia empírica consiste, en último análisis, en percepciones; en consecuencia, el mundo de la física debe ofrecer, en un cierto sentido, continuidad con el mundo de nuestras percepciones, puesto que es este último el que proporciona la evidencia a las leyes físicas. En tiempos de Galileo este hecho no parece que suscitara ningún problema difícil, pues el mundo de la física no había llegado a ser todavía tan abstracto y remoto como la investigación posterior lo ha convertido. Pero ya en la filosofía de Descartes está contenido de modo implícito este moderno problema, y en la de Berkeley llega a plantearse explícitamente. El problema se presenta porque el mundo de la física es, *prima facie*, tan diferente del mundo de la percepción, que es difícil ver de qué manera el uno puede ofrecer evidencia al otro; además, la física y la fisiología tienden a fundamentar la suposición de que la percepción no puede dar una información muy precisa

sobre el mundo externo, y de ese modo debilitan los apoyos sobre que están levantadas.

Esta dificultad ha conducido, especialmente en las obras del Dr. Whitehead, a una nueva interpretación de la física, que trata de hacer del mundo de la materia algo menos alejado del mundo de nuestra experiencia. Los principios que inspiran la obra del Dr. Whitehead me parecen esenciales para una correcta solución del problema, aunque en el detalle me inclino algunas veces hacia actitudes más conservadoras. Podemos plantear el problema, de un modo abstracto, como sigue:

La evidencia de la verdad física está en que nuestras percepciones ocurran como nuestras leyes físicas nos lo hacen esperar—por ejemplo, que veamos un eclipse cuando los astrónomos nos dicen que habrá un eclipse. Pero la física, por sí misma, nunca dice nada sobre percepciones; no dice que veremos un eclipse, sino tan sólo cosas sobre el sol y sobre la luna. El paso desde las aserciones físicas a la esperada percepción queda siempre vago y casual; no tiene nada de la precisión matemática propia de la física. Es necesario encontrar una interpretación de ésta que deje un lugar adecuado a las percepciones; si no, no tenemos derecho a apelar a la evidencia empírica.

Este problema tiene dos partes: asimilar el mundo físico al mundo de las percepciones, y asimilar el mundo de las percepciones al mundo físico. La física debe interpretarse de tal modo que tienda de por sí hacia el idealismo, y la percepción de tal manera que tienda hacia el materialismo. Creo que la materia es menos material y el espíritu menos espiritual de lo que comúnmente se supone, y que, cuando esto se tiene presente, las dificultades levantadas por Berkeley desaparecen en su mayoría. Algunas de las dificultades puestas por Hume no han sido todavía resueltas, es verdad; pero éstas se refieren al método científico en general y más particularmente a la inducción. Sobre esas materias no me propongo decir nada en el presente libro, que supondrá constantemente la

validez general de los métodos científicos, debidamente conducidos.

De dos clases son los problemas que se presentan al intentar salvar con un puente el golfo entre la física (tal como se interpreta corrientemente) y la percepción. Hay primeramente el problema epistemológico: ¿qué hechos y entidades conocemos que correspondan a la física, y que puedan servirle de fundamentación empírica? Su estudio exige una discusión de lo que, exactamente, puede enseñarnos una percepción, y también de la causación física de las percepciones, generalmente supuesta—por ejemplo, por ondas luminosas u ondas sonoras. En relación con este último tema es necesario considerar hasta qué punto y de qué manera puede suponerse que una percepción se asemeja a su causa externa, o, por lo menos permite inferencias sobre las características de esa causa. Esto, a su vez, exige una cuidadosa consideración de las leyes causales, que, de todos modos, ha de ser siempre parte obligada del análisis filosófico de la física. A través de todas estas investigaciones estamos, en realidad, preguntándonos qué razones existen para suponer “la verdad” de la física. Pero el significado de esta cuestión requiere algunas previas explicaciones relacionadas con lo que ya se ha dicho sobre el proceso de interpretación.

Aparte del problema general filosófico acerca del significado de la “verdad”, hay una cierta vaguedad en la pregunta acerca de la “verdad” de la física. En un sentido restringido podemos decir que la física es “verdadera” si tenemos las percepciones que nos hace esperar. En este sentido un solipsita podría decir que la física es cierta; pues, aunque supusiera que el sol y la luna, por ejemplo, son eminentemente ciertas series de percepciones en él mismo, siempre se daría el caso de que esas percepciones podrían ser previstas mediante las leyes generales conocidas de la astronomía. Así, por ejemplo, Leibnitz dice:

“Aunque se dijera que toda esta vida no es sino un sueño, y el mundo visible nada más que un fantasma, consideraría ese sueño o fantasma como suficientemente real siempre que,

usando correctamente nuestra razón, no fuéramos engañados por él" (1).

Un hombre que, sin ser un solipsita, crea que todo lo real es mental, no tiene porqué sentir la menor dificultad en declarar que la física es "cierta" en el sentido anterior, y puede hasta ir más lejos, concediéndole a la verdad de la física una significación mucho más extensa. Este más amplio sentido, que considero como el de mayor importancia, es el siguiente: dada la física como un sistema deductivo, derivado de ciertas hipótesis que contienen términos no definidos, ¿existen particulares, o estructuras lógicas compuestas de particulares, que satisfagan esas hipótesis? Si la contestación es afirmativa, la física es completamente "verdadera". Encontraremos, si no estoy equivocado, que no puede darse una razón concluyente en favor de una respuesta plenamente afirmativa, pero que esta respuesta emerge naturalmente si adoptamos el punto de vista de que todas nuestras percepciones están relacionadas causalmente con antecedentes que pueden no ser percepciones. Este es el punto de vista del sentido común, y ha sido siempre, por lo menos en la práctica, la opinión de los físicos. Empezamos, en la física, con una masa vaga de creencias de sentido común, que podemos someter después a sucesivos refinamientos sin destruir la verdad de la física (en nuestra presente acepción de "verdad"). Pero si intentamos, como Descartes, dudar de todas las creencias del sentido común, nos veremos en la incapacidad de demostrar que pueda resultar cualquier absurdo de la repulsa de esa hipótesis sobre las causas de las percepciones, y nos quedaremos en la incertidumbre de si la física es o no plenamente "verdadera". En estas circunstancias parecería materia de gusto individual el adoptar o rechazar lo que puede denominarse la hipótesis realista.

El problema epistemológico, que hemos tratado de bosquejar, ocupará la Parte II del presente libro. La Parte III tratará de los resultados ontológicos, es decir, del problema:

(1) *Philosophische Werke*, edición de Gerhardt, vol. VII, pág. 320.

¿cuáles son los existentes últimos, en función de los cuales la física es verdadera (suponiendo que los haya)? ; ¿cuál es su estructura general? ; ¿cuáles son las relaciones de espacio, tiempo, causalidad y series cualitativas, respectivamente? (Por “series cualitativas” entiendo series tales como la formada por los colores del espectro o por notas de varios tonos). Encontraremos, si no estoy equivocado, que los objetos matemáticamente primitivos en física, como los electrones, protones y puntos del espacio tiempo, son todas estructuras lógicas complejas, compuestas de entidades metafísicamente más primitivas, que conviene llamar “acontecimientos”. Corresponde a la lógica matemática el mostrar cómo se pueden construir, partiendo de esas entidades, los objetos requeridos por el físico matemático. También corresponde a esta parte de nuestro tema el investigar si existe algo en el mundo conocido que no forme parte de ese material metafísicamente primitivo de la física. En este punto obtendremos gran ayuda de nuestros primeros estudios epistemológicos, puesto que nos capacitan para ver cómo la física y la psicología pueden incluirse en una ciencia más concreta que la primera y más comprensiva que la segunda. La física en sí misma es extremadamente abstracta, y sólo nos revela ciertas características matemáticas del material que estudia. No nos dice nada acerca del carácter intrínseco de ese material. En este sentido es preferible la psicología, que, en cambio, no es causalmente autónoma ; si suponemos que los fenómenos psíquicos están sujetos completamente a leyes causales, nos vemos obligados a postular causas aparentemente extrapsíquicas para algunos de ellos. Pero al unir la física y la percepción, estamos en condiciones de incluir los fenómenos psíquicos en el material de la física y dar a ésta la mayor concreción, que resulta de nuestra más grande intimidad con la materia prima de nuestra propia experiencia. El mostrar que la tradicional separación entre física y psicología, espíritu y materia, no es metafísicamente defendible, será uno de los propósitos de este libro ; ambas serán reunidas, no subordinando la una a la otra, sino mostrando cada una como una estructura lógica compuesta

de lo que, siguiendo al Dr. M. H. Sheffer (1), llamaremos "material neutral". No afirmaremos que haya razones demostrativas en favor de esta construcción, pero sí que viene recomendada por las razones científicas usuales de economía y comprensión en las explicaciones.

(1) Véase el prefacio a la obra de Holt *Concept of consciousness*.

PARTE PRIMERA

ANALISIS LOGICO DE LA FISICA

CAPÍTULO II

LA FÍSICA PRE-RELATIVISTA

La física de Newton, considerada como un sistema deductivo, poseía una perfección que le falta a la física de nuestros días. La ciencia persigue dos propósitos, cada uno de los cuales tiende a entrar en conflicto con el otro. Por un lado desea conocer cuanto sea posible sobre los hechos de la región estudiada; por otro lado intenta abarcar todos los hechos conocidos dentro del menor número posible de leyes generales. La ley de la gravitación explicaba todos los hechos referentes a los movimientos de los planetas y sus satélites que se conocían en los días de Newton; en su tiempo, era una muestra del ideal científico. Pero los hechos y las teorías parecen destinados a chocar, más pronto o más tarde. Cuando esto acontece existe la tendencia, o bien a negar los hechos, o bien a desesperar de las teorías. Gracias a Einstein, los pequeños hechos que se habían encontrado incompatibles con la filosofía natural de Newton se han podido encajar en una nueva filosofía natural; pero todavía no se ha alcanzado la completa armonía teórica que existía cuando Newton era indiscutido.

Es necesario decir algo sobre el sistema newtoniano, pues todo lo que después se ha producido ha sido como una corrección al mismo, no como un nuevo y vigoroso comienzo. La mayor parte de los conceptos fundamentales de este sistema son debidos a Galileo, pero su estructura completa

aparece por primera vez en los *Principios* de Newton. La teoría es sencilla y matemática; una de sus principales diferencias frente a las modernas teorías es su creencia (quizá procedente de la geometría griega) de que la naturaleza se ofrece propicia al matemático, y requiere muy poco trabajo en éste para que sus conceptos le sean aplicables.

El sistema newtoniano, expuesto con simplicidad matemática, por ejemplo, según Boscovich, es el siguiente. Existe un espacio absoluto, compuesto de puntos, y un tiempo absoluto, compuesto de instantes; existen partículas de materia, cada una de las cuales persiste durante todo tiempo y ocupa un punto en cada instante. Toda partícula ejerce fuerzas en las restantes, siendo el efecto de estas fuerzas el producir aceleraciones. Cada partícula está asociada con una cierta cantidad, su "masa", que es inversamente proporcional a la aceleración producida en ella por una fuerza dada. Las leyes de la física se conciben, en analogía con la ley de la gravitación, como fórmulas que dan la fuerza ejercida por una partícula sobre otra en una situación relativa dada. Este sistema no tiene, lógicamente, falta alguna. Ha sido criticado fundándose en que el espacio y el tiempo absolutos no tienen sentido, y, también, en que las acciones a distancia son inconcebibles. Esta última objeción fue sancionada por Newton; el cual no fue un estricto newtoniano. Pero, en realidad, ni una ni otra objeción poseen ninguna fuerza desde un punto de vista lógico. Las antinomias de Kant y las supuestas dificultades del infinito y de la continuidad fueron, finalmente, resueltas por Cantor. *A priori* no había razón alguna para suponer que la naturaleza no era como los newtonianos suponían y sus éxitos científicos ofrecían argumentos empíricos, o por lo menos pragmáticos, a su favor. No puede extrañarnos, por tanto, que durante todo el siglo XVIII, el sistema de ideas que había conducido a la ley de la gravitación dominara completamente el pensamiento científico.

Antes de que la física misma comenzara a abrir brechas en ese edificio, existían ya ciertas objeciones de orden epistemológico. Merece la pena de considerarlas, pues se sostiene

que la teoría de la relatividad no está sujeta a esas objeciones, aunque, según mi opinión, esta pretensión está solo parcialmente justificada.

El ataque más formidable y persistente se reconcentró frente al espacio y tiempo absolutos. Este ataque fue iniciado por Leibnitz, en vida de Newton, especialmente en su controversia con Clarke, que representaba a éste. Con el tiempo, la mayoría de los físicos dejaron de creer en el espacio y en el tiempo absolutos, aunque conservando la técnica newtoniana, que suponía su existencia. En el libro *Matter and Motion* de Clerk Maxwell, se afirma, en un pasaje, el movimiento absoluto, y se niega en otro, sin ningún intento de conciliar estas dos opiniones. Pero al final del siglo XIX la opinión predominante era ya la de Mach, que negaba vigorosamente el espacio y el tiempo absolutos. Aunque esta negación se ha probado ahora que era acertada, no creo que antes de Einstein y Minkowski existiesen argumentos concluyentes en su favor. A pesar de que toda la cuestión es ya una antigua historia, puede ser instructivo estudiar esos argumentos brevemente.

Dos eran las razones importantes para rechazar el espacio absoluto y el tiempo absoluto. Primera, que todo lo que podemos observar se refiere únicamente a posiciones relativas de cuerpos y de acontecimientos: segunda, que los puntos y los instantes son una hipótesis innecesaria, y, por tanto, deben ser rechazados de acuerdo con el principio de economía, que viene a ser la misma cosa que la *navaja de afeitar de Occam*. Paréceme que el primero de estos argumentos no tiene fuerza, mientras que el segundo era falso hasta el advenimiento de la teoría de la relatividad. Mis razones son las siguientes:

Que lo que podemos observar son sólo posiciones relativas, es, desde luego, verdad; pero la ciencia asume muchas cosas que no pueden ser observadas, en aras de la simplicidad y de la continuidad de las leyes causales. Leibnitz suponía que existían infinitesimales, aunque todo lo que somos capaces de observar excede de un cierto tamaño mínimo. Todos pensamos que la tierra tiene un interior y la luna una cara

posterior, aunque ninguna de ambas cosas podemos ver. Pero se nos dice, estas cosas son como las que diariamente observamos y pueden imaginarse circunstancias bajo las cuales llegaríamos a observarlas, mientras que el espacio y el tiempo absolutos son de diferente clase que todo lo que conocemos y no pueden ser conocidos directamente bajo ninguna condición imaginable. Por desgracia este razonamiento es aplicable igualmente a los cuerpos físicos. Las posiciones relativas que vemos son posiciones relativas de partes del campo visual; pero las cosas que existen en este campo visual no son cuerpos tales como los concibe la física tradicional, que está dominada por el dualismo cartesiano de espíritu y materia y emplaza el campo visual en esta última. Este argumento no es válido contra Mach, según el cual todas nuestras sensaciones forman realmente parte del mundo físico, iniciando así el movimiento hacia un monismo neutral, que niega la validez última del dualismo espíritu-materia. Pero sí es válido contra todos aquellos para quienes la materia es una especie de *Ding-an-sich* (1), esencialmente diferente de cuanto entra en nuestra experiencia. Para ellos debería ser tan ilegítimo el inferir la materia de nuestras percepciones como el inferir el espacio y el tiempo absolutos. Lo uno como lo otro forman parte de nuestras creencias ingenuas, como lo muestra la controversia en torno a Copérnico, que hubiera sido imposible en hombres que rechazan el espacio y el tiempo absolutos. Y la trascendencia respecto a nuestras percepciones es un descubrimiento debido a la reflexión, tanto en un caso como en el otro.

Es imposible establecer una regla irrevocable según la cual no podamos nunca inferir nada radicalmente diferente de lo que observamos—a no ser, claro está, que adoptemos la posición de que nada no observado puede ser válidamente inferido. Esta opinión, defendida por Wittgenstein en su *Tractatus Logico-Philosophicus*, tiene mucho a su favor, desde un punto de vista estrictamente lógico; pero con ella se

(1) Cosa en sí.

termina la física, y, por tanto, el problema que se trata de resolver. Supondré, en consecuencia, que la inferencia científica, conducida con el debido cuidado, puede ser válida, a condición de que se reconozca que sólo da una probabilidad, no una certeza. Aceptado este supuesto no veo ninguna razón posible para rechazar una inferencia del tiempo y el espacio absolutos, si los hechos parecen abogar en favor de ambos. Podría admitirse que es preferible, siempre que sea posible, evitar inferir nada *muy* diferente de lo que conocemos que existe. Este principio tendría que basarse en razones de probabilidad; diciéndose, por ejemplo, que todas las inferencias a algo inobservado son sólo probables, y que su probabilidad depende, en parte, de la probabilidad *a priori* de la hipótesis, suponiéndose esta probabilidad mayor cuando inferimos algo semejante a lo conocido que cuando inferimos algo disemejante. Pero parece dudosa la fuerza de este argumento. Todo lo que percibimos está sujeto a ciertas condiciones, especialmente fisiológicas; parecería probable *a priori* que donde estas condiciones están ausentes las cosas fueran diferentes de cuanto podemos experimentar. Si suponemos—como, desde luego, podemos hacerlo—que lo que experimentamos tiene ciertas características relacionadas con nuestro modo de experimentarlo, no puede existir ninguna objeción *a priori* contra la hipótesis de que algunas de las cosas que no percibimos les faltan ciertas características que son universales en nuestra experiencia. La inferencia del espacio y el tiempo absolutos debe, pues, ser exactamente igual que cualquier otra inferencia inductiva.

El segundo argumento contra el espacio y el tiempo absolutos—a saber, que son hipótesis innecesarias—ha resultado válido. Pero sólo muy recientemente ha sido refutado el argumento contrario de Newton. El razonamiento, como todos saben, se aplicaba al movimiento absoluto de rotación. Se dice que en vez de “rotación absoluta”, podemos poner “rotación respecto a las estrellas fijas”. Esto es correcto formalmente, pero la influencia así atribuida a las estrellas fijas tiene cierto sabor astrológico y es, científicamente, increíble. A parte

de este argumento especial, toda la técnica newtoniana está basada en el supuesto de que existe esa cantidad: “aceleración absoluta”; sin ella, el sótano se derrumba. Esta es una de las razones por las que la ley de la gravitación no puede entrar, sin modificarse, en la teoría general de la relatividad. Hay, por lo demás, dos elementos distintos en la teoría de la relatividad: uno de ellos—la fusión del espacio y el tiempo en el espacio-tiempo—es completamente nuevo, mientras que el otro—la sustitución del movimiento absoluto por movimiento relativo—ha sido intentado constantemente desde tiempos de Leibnitz. Pero este viejo problema no podía resolverse por sí mismo, a causa de la necesidad de aceleraciones absolutas en la dinámica newtoniana. Sólo el método de los tensores, y la nueva ley de la gravitación obtenida con ese método, han hecho posible el responder a los argumentos de Newton en favor del espacio y del tiempo absolutos. Por tanto, aunque el argüir que estos son innecesarios hubiera sido siempre una razón válida para rechazarlos, de haberse encontrado esa no necesidad como verdadera, sólo ahora podemos tener confianza en lo correcto de la afirmación, pues sólo ahora disponemos de una técnica matemática que está de acuerdo con ella.

Pueden aplicarse consideraciones semejantes a la acción a distancia, que fue también tachada de inconcebible por los críticos de Newton, con Leibnitz al frente, y hasta por Newton mismo. Hay una teoría, que puede ser *verdadera*, según la cual la acción a distancia encierra una contradicción: es la teoría que deriva la separación espacio-temporal de la separación causal. No hablaré, por el momento, de esta posibilidad, puesto que no ha sido sugerida por ninguno de los oponentes a la acción a distancia, todos los cuales han considerado las relaciones espaciales y temporales como totalmente distintas de las relaciones causales. Desde su punto de vista, la oposición frente a una acción a distancia parece ser poco más que un prejuicio. La fuente de ese prejuicio fue, creo yo, doble: primeramente, que la noción de “fuerza”, que era la forma dinámica de “causa”, se derivaba de las

sensaciones de tirar y empujar; en segundo lugar, que la gente se suponía, falsamente, en contacto directo con las cosas cuando tiraba o empujaba de ellas, o era tirada o empujada por ellas. No quiero decir que estas nociones vulgares hayan sido explícitamente defendidas, pero sí que dominaban la representación imaginativa del mundo físico, y hacían parecer la dinámica newtoniana como “inteligible”, según absurdamente ha sido llamada. Fuera de estas equivocaciones, la cuestión de si existe o no una acción a distancia debería haber sido mirada como puramente empírica. Así se consideró, efectivamente, durante toda la segunda mitad o los tres cuartos del siglo XVIII, y se sostenía generalmente que los argumentos empíricos a favor de una acción a distancia eran predominantes.

No del todo independiente del problema de la acción a distancia existía también el problema del papel que representaba la “fuerza” en la dinámica. En Newton, la fuerza desempeñaba un gran papel, y no parece poderse dudar de que la consideraba como una *vera causa*. Si había acción a distancia, el empleo de palabras como “fuerzas centrales” parecían hacerla algo más “inteligible”. Pero, gradualmente, se fue comprendiendo cada vez más que la “fuerza” es meramente una conexión entre configuraciones y aceleraciones; que, de hecho, todo lo que necesitamos son leyes causales de esa clase conduciendo a ecuaciones diferenciales, y que la “fuerza” no es, de ningún modo necesaria para el enunciado de esas leyes. Kirchoff y Mach desarrollan una mecánica en la que se prescinde de toda “fuerza”; y Hertz perfeccionó sus puntos de vistas en un tratado (1) comparable al de Euclides por su belleza lógica, llegando al resultado de que sólo existe una ley de movimiento, con los efectos de que, en un cierto sentido bien definido, toda partícula describe una geodésica. Aunque todo este desarrollo no implicaba ninguna desviación esencial de Newton, preparó el camino a la dinámica relativista, y le proporcionó una gran parte del aparato matemá-

(1) *Prinzipien der Mechanik*.

tico necesario, particularmente con el uso del principio de la menor acción.

La primera teoría física que se desarrolló según líneas definitivamente diferentes de las de la astronomía newtoniana fue la teoría ondulatoria de la luz. No quiere esto decir que se contradijera a Newton, sino que la estructura conceptual era diferente. La transmisión a través de un medio había sido puesta de moda por Descartes y desacreditada por los newtonianos; en el caso de la transmisión de la luz se encontró necesario volver al viejo punto de vista. Por otra parte, el éter no fue nunca tan confortablemente material como la materia "ruda". Podía vibrar, pero no parecía consistir en pequeñas partículas, cada una con su individualidad, ni estar sujeto a ningún movimiento apreciable de conjunto. Nadie sabía si era una gelatina o un gas. Sus propiedades no podían inferirse de las de las bolas de billar, siendo meramente las exigidas por sus funciones.

Faraday y Maxwell introdujeron un cambio más serio. La luz no había sido nunca tratada en analogía con la gravitación, pero la electricidad apareció como consistiendo en fuerzas centrales, variando en razón inversa del cuadrado de la distancia, y fue, por tanto, introducida con plena confianza en el esquema newtoniano. Pero Faraday, experimentalmente, y Maxwell, teóricamente, hicieron ver que este punto de vista no era adecuado. Maxwell además demostró la identidad de la luz y del electromagnetismo. El éter requerido para ambas clases de fenómenos era, por tanto, el mismo, lo que aumentaba las presunciones a favor de su existencia. La prueba dada por Maxwell no fue concluyente, es verdad, pero fue luego completada cuando Hertz produjo artificialmente ondas electromagnéticas y estudió experimentalmente sus propiedades. Se hizo así patente que las ecuaciones de Maxwell, que prácticamente contenían todo su sistema, debían ocupar un lugar, al lado de la ley de la gravitación, en la formulación matemática de una vasta región de fenómenos. En sus comienzos, los conceptos requeridos por esas ecuaciones no parecían definitivamente contradictorios a la dinámica de New-

ton ; pero con la ayuda de nuevos resultados experimentales posteriores, surgieron contradicciones, que sólo pudo disipar la teoría de la relatividad. De ello hablaremos en el próximo capítulo.

Otra brecha en el sistema ortodoxo, cuya importancia sólo se hizo manifiesta después de la publicación de la teoría general de la relatividad, fue la invención de la geometría no euclidiana. En la obra de Lobatchewsky y Bolyai—aunque la contienda filosófica con Euclides era ya completa y los argumentos consiguientes en contra de la Estética transcendental de Kant, muy poderosos—no existían todavía las concomitancias físicas, de largo alcance, de la disertación inaugural de Riemann: “Ueber die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen” (1). Aunque reservamos para más adelante la plena discusión de este tema, unas pocas palabras sobre el mismo son, de momento, inevitables.

Un resultado de la geometría no euclidiana, aún en su forma primera, fue el verse claramente que la geometría de nuestro espacio real es, por lo menos en parte, un estudio empírico, no una rama de la matemática pura. Claro es que los empiristas, como J. S. Mill, siempre han basado la geometría en la observación. Pero lo mismo han hecho con la aritmética, en lo cual se equivocaban ciertamente. Antes de los no euclidianos nadie percibió que la aritmética y la geometría se encuentran en dos situaciones completamente diferentes, la primera ofreciendo continuidad con la lógica pura e independiente de la experiencia, la segunda en relación de continuidad con la física y dependiendo de datos físicos. Es cierto que la geometría puede estudiarse como una rama de las matemáticas puras; pero entonces es hipotética y no puede pretender que sus hipótesis iniciales (que reemplazan los axiomas) son verdaderas de hecho, puesto que ésta es una cuestión que sale fuera de la jurisdicción matemática pura. La geometría requerida por el ingeniero o el astrónomo no es una parte de la matemática pura, sino una parte de la física.

(1) Sobre las hipótesis que se hallan a la base de la geometría.

A decir verdad, en manos de Einstein la geometría ha llegado a identificarse con el conjunto de la parte general de la física teórica; las dos están unidas en la teoría general de la relatividad.

Riemann, el predecesor lógico inmediato de Einstein, aportó una nueva idea, cuya importancia tardó en ser percibida media centuria. Consideró que la geometría debía empezar desde los infinitésimos, y que de la integración de estos dependían las propiedades de longitudes finitas, áreas o volúmenes. Esto exige, *inter alia*, la sustitución de las líneas rectas por geodésicas, ya que estas últimas tienen una definición que depende de distancias infinitesimales; lo que a las primeras no les sucede. La opinión tradicional era que, mientras la longitud de una curva sólo podía definirse, en general, mediante una integración, la longitud de una línea recta entre dos puntos podía definirse globalmente, como un todo, no como el límite de la suma de pequeños trozos. La opinión de Riemann, por el contrario, fue la de que una línea recta no difiere en nada de una curva en este respecto. Además, realizándose las mediciones mediante cuerpos, resultan ser así operaciones físicas, y sus resultados dependen de la interpretación de las leyes de la física. Este punto de vista ha resultado ser de una gran importancia. Sus consecuencias han sido ampliadas por la teoría de la relatividad, pero en esencia se encuentran ya en la disertación de Riemann.

La obra de Riemann, como la de Faraday y Maxwell y como la teoría de la relatividad, forma parte del desarrollo de la consideración del mundo físico como un todo continuo, que, desde los tiempos más antiguos, ha luchado por la supremacía frente al punto de vista atómico. Así como Newton embebió el espacio y el tiempo absolutos en la técnica de la dinámica, así Pitágoras el atomismo espacial en la técnica de la geometría. Ya en los tiempos de Grecia, los que no creían en la realidad de “puntos” tropezaban con la dificultad de que una geometría basada en puntos podía establecerse y desarrollarse, desconociéndose para ello otro punto de parti-

da. Esta dificultad ya no existe, como lo ha demostrado el Dr. Whitehead. Ahora es posible, como veremos más adelante, interpretar la geometría y la física con material todo él de tamaño finito, es hasta posible exigir que ese material no sea menor que un tamaño dado finito. El hecho de que esta hipótesis pueda reconciliarse con la continuidad matemática es un descubrimiento reciente de considerable importancia; hasta hace poco el atomismo y la continuidad parecían incompatibles. Hay, sin embargo, formas del atomismo, que hasta la fecha no se han podido encontrar fácilmente reconciliables con la continuidad; y esto, existiendo una fuerte evidencia experimental a su favor. Justo en el momento en que Maxwell, suplementado por Hertz, parecía haber reducido todo a la continuidad, empezó a acumularse una nueva evidencia a favor de un punto de vista atómico de la naturaleza. Existe todavía un conflicto no resuelto, señalando un conjunto de hechos en una dirección y otro conjunto de hechos en otra dirección distinta; aunque es legítimo esperar que el conflicto se resuelva antes de que pase mucho tiempo. Pero el moderno atomismo exige capítulo aparte.

CAPÍTULO III

ELECTRONES Y PROTONES

La física contemporánea puede ser dividida en dos partes: una, que se ocupa de la propagación de la energía en la materia o en regiones donde no hay materia, y la otra que estudia los intercambios de energía entre esas regiones y la materia. La primera parte se ha encontrado que exige continuidad, la segunda discontinuidad. Pero antes de considerar este aparente conflicto conviene bosquejar las características discontinuas de la materia y de la energía, que aparecen en la teoría de los *quanta* y en la estructura atómica. Siendo nuestro propósito filosófico, nos concretaremos a tratar únicamente los aspectos más generales de las modernas teorías, pues el asunto se está desarrollando rápidamente y cualquier afirmación corre riesgo de resultar anticuada ya antes de imprimirse. Los temas considerados en este capítulo y en el siguiente han sido estudiados de una manera completamente nueva mediante la teoría iniciada por Heisenberg en 1925. Pospondremos, sin embargo, la discusión de esta teoría hasta después de que hayamos analizado la atómica de Rutherford-Bohr y la de los *quanta*, relacionada con ella.

Parece ser que tanto la materia como la electricidad están concentradas exclusivamente en ciertas minúsculas unidades, llamadas electrones y protones. Es posible que los núcleos del helio sean una tercera unidad independiente; pero la

cosa parece improbable (1). La carga neta positiva de un núcleo de helio es doble de la de un protón, y su masa ligeramente mayor que cuatro veces la de un protón. Estos hechos se explican (incluso la pequeña deficiencia de masa) si el núcleo de helio consiste en cuatro protones y dos electrones; de no ser así, se presentan como una coincidencia casi increíble. Podemos, por tanto, suponer que los electrones y protones son los únicos constituyentes de la materia; si resultara que a ellos ha de agregarse el núcleo del helio, cambiaría, de todos modos, en muy poco, el análisis filosófico de la materia, que es nuestra tarea en este volumen.

Todos los protones tienen la misma masa y la misma cantidad de electricidad positiva. Los electrones tienen todos la misma masa, aproximadamente $\frac{1}{1835}$ de la de un protón. La cantidad de electricidad negativa de un electrón es siempre la misma, y tal, que equilibra exactamente la de un protón; de tal manera que un electrón y un protón juntos constituyen un sistema eléctrico neutro. Un átomo no electrizado consta de un núcleo rodeado por electrones planetarios: el número de esos electrones es el número atómico del elemento de que se trate. El núcleo, a su vez, consiste en protones y electrones: el número de los primeros es el peso atómico del elemento, el número de los segundos es tal que hace el conjunto eléctricamente neutro—es decir, ese número es igual a la diferencia entre el número de protones del núcleo y el de electrones planetarios. Cada componente de esa complicada estructura se supone normalmente sometido a movimientos que resultan, según principios newtonianos (ligeramente modificados por consideraciones relativistas) de las atracciones entre electrones y protones y de las repulsiones entre protones y protones, así como entre electrones y electrones. Pero de todos esos movimientos, que serían posibles en analogía con lo que

(1) Los profesores F. Paneth y K. Peters pretenden haber transformado hidrógeno en helio. Si esto se comprobara, desaparecería definitivamente la posibilidad de que el núcleo del helio sea una unidad independiente. Véase *Nature*, 9, octubre, 1926, pág. 526.

ocurre en el sistema solar, se opina que sólo una proporción infinitesimal son, de hecho, posibles; esto, según la teoría de los *quanta*, en la forma que más adelante consideraremos.

El cálculo de las órbitas de los electrones planetarios, según principios newtonianos, es sólo posible en los dos casos más sencillos: el del hidrógeno, que consiste (cuando no está electrizado) en un protón y un electrón, y el del helio positivamente electrizado, que ha perdido uno de sus dos electrones planetarios. En estos dos casos la teoría matemática es prácticamente completa. En todos los otros casos restantes, que ocurren en la realidad, aunque las matemáticas requeridas son de una clase que ha sido ya investigada desde tiempos de Newton, es imposible obtener soluciones exactas, ni siquiera buenas aproximaciones. El caso es todavía peor para los núcleos. El núcleo del hidrógeno es un simple protón, pero ya el del elemento siguiente, el helio, se supone que consiste de cuatro protones y dos electrones. La combinación debe ser extraordinariamente estable, según se deduce de que ningún proceso conocido desintegra el núcleo de helio y también de la pérdida de masa que ese núcleo supone. (Si la masa del átomo de helio se toma igual a 4, la del hidrógeno no es 1, sino 1.008). Este último argumento depende de consideraciones relacionadas con la teoría de la relatividad, y será, por tanto, discutido más adelante. Se han hecho diversas sugerencias sobre el modo de estar dispuestos los electrones y protones en el núcleo de helio, pero ninguna, hasta la fecha, ha mostrado la estabilidad necesaria. La que podríamos llamar geometría de los núcleos nos es, por tanto, todavía desconocida. Puede ser que, dadas las pequeñas distancias de que se trata, la ley de la fuerza no sea la de las inversas de los cuadrados, aunque esta ley se ha encontrado perfectamente satisfactoria al estudiarse los movimientos de los electrones planetarios, en los dos casos en que las matemáticas son prácticamente aplicables. Esto, de todos modos, es mera especulación; por el momento debemos contentarnos con nuestra ignorancia respecto a la disposición de pro-

tones y electrones en núcleos distintos de los del hidrógeno (que no contiene ningún electrón en su núcleo).

Mientras un átomo subsiste en un estado uniforme de movimiento de régimen, no da señales de su existencia al mundo exterior. Un sistema material sólo ostenta su existencia, frente a quien está situado fuera de él, radiando o absorbiendo energías, no de otro modo; y un átomo no absorbe o emite energía sino cuando experimenta uno de esos súbitos cambios revolucionarios, estudiados por la teoría de los *quanta*. Esto es muy importante desde nuestro punto de vista, pues muestra que ninguna evidencia empírica puede decidir entre dos teorías del átomo, que conduzcan al mismo resultado respecto a los intercambios de energía entre el átomo y el medio que le rodea. La teoría de Rutherford-Bohr es, quizá, demasiado concreta y sensible; la analogía con el sistema solar puede ser mucho menos íntima de lo que se supone. No porque una teoría dé cuenta de todos los hechos conocidos puede decirse que sea *verdadera*; para ello sería preciso probar que ninguna otra teoría es capaz de hacer lo mismo. Esta prueba rara vez es posible; en el caso de la estructura atómica es, desde luego, imposible. Lo único que puede tomarse como una base firme es la parte numérica de la teoría. Siempre existirán en las fórmulas ciertas cantidades y ciertos números; pero sería aventurado afirmar que tal o cual interpretación de esas cantidades y de esos números es la única posible. Es muy justo y natural el uso de una teoría descriptiva, como una ayuda para la investigación; pero lo que cuenta como un conocimiento bien definido es algo mucho más abstracto. Y es muy posible que la verdad no se preste a explicaciones descriptivas, sino tan sólo a expresiones en fórmulas matemáticas. Este, como veremos, es el punto de vista tomado en lo que pudiera llamarse la teoría de Heisenberg.

Merece la pena detenerse un momento en esta cuestión de la naturaleza de nuestro conocimiento real sobre los átomos. En un último análisis, todos nuestros conocimientos de la materia proceden de percepciones que, a su vez, dependen

causalmente de efectos en nuestro cuerpo. Para la visión, por ejemplo, dependemos de ondas luminosas que entran en nuestros ojos. Dadas las ondas, tendremos la percepción visual, supuesto que no existan defectos en el ojo. Por tanto, no hay nada en esta percepción sola, que nos permita distinguir entre dos teorías que dan el mismo resultado respecto a las ondas de luz que alcanzan el ojo humano. Esto, dicho así, parece introducir consideraciones psicológicas. Pero puede exponerse la cosa de otro modo, que hace más patente su significación física. Consideremos una superficie oval, sujeta a un continuo movimiento y cambio de forma, pero que persiste en todo momento; y supongamos que ningún ser humano ha estado nunca dentro de esa superficie. Como ilustración puede tomarse el caso de una esfera rodeando al sol, o una pequeña capa rodeando a un electrón que nunca forma parte de un cuerpo humano. La energía atravesará esta superficie, unas veces hacia adentro, otras veces hacia fuera. Dos opiniones que conduzcan al mismo resultado sobre el flujo de energía, a través de la separación, son empíricamente indiscernibles, puesto que todo lo que se conoce, independientemente de teorías físicas, está situado fuera de la superficie. Podemos agrandar nuestra superficie oval hasta que su “interior” comprenda todo lo que hay fuera del cuerpo del físico considerado—es decir, de nosotros mismos. Todo lo que oímos, todo lo que leemos en los libros, llega a nosotros íntegramente mediante un flujo de energía a través de la superficie de nuestro cuerpo. Puede sostenerse que nuestro conocimiento directo de las cosas es menor de lo que esta afirmación implica, pero, en todo caso, no es ciertamente mayor. Dos universos que dieran los mismos resultados en cuanto al flujo de energía a través de la superficie exterior del cuerpo de A, serían totalmente indiscernibles para A.

Mi objeto al traer a este lugar estas consideraciones es, parcialmente, el dar un nuevo giro a los argumentos sobre el solipsismo. Generalmente el solipsismo suele tomarse como una forma del idealismo—a saber, la opinión de que nada existe excepto mi mente y mis acontecimientos mentales.

Creo, sin embargo, que sería igualmente racional, o igualmente irracional, decir que nada existe fuera de mi cuerpo, o que no existe nada fuera de una cierta superficie cerrada que contiene mi cuerpo. Ninguna de éstas es la forma más general del argumento. Esta es la aducida anteriormente en primer lugar: dada una región cualquiera, que no me contiene, dos teorías físicas que dan las mismas condiciones límites para toda esa región no pueden distinguirse empíricamente. En particular, los electrones y los protones son sólo conocidos por sus efectos en alguna parte, y, mientras esos efectos no varíen podemos cambiar nuestras opiniones sobre electrones y protones cuanto nos plazca, sin acarrear la menor diferencia en nada comprobable. El problema de la validez de la inferencia de cosas fuera de nosotros es, lógicamente, completamente distinto del problema de si la materia prima del mundo es mental, material o neutra. Puedo ser un solipsista y sostener, al mismo tiempo, que soy mi cuerpo; puedo, inversamente, admitir la inferencia de cosas que no son yo mismo, y, sin embargo, mantener que esas cosas son mentes o fenómenos mentales. En física el problema no es el del solipsismo, sino el otro, mucho más definido: dadas las condiciones físicas en la superficie límite de un cierto volumen, sin ningún conocimiento directo del interior, ¿hasta dónde podemos legítimamente inferir lo que sucede en el interior?, ¿hay razones fundadas para suponer que podemos inferir tanto como los físicos usualmente creen? ¿O, quizá, podemos inferir mucho menos de lo que generalmente se supone? No propongo, todavía, una respuesta a esta pregunta; la he hecho ahora con el fin de sugerir algunas dudas sobre lo completo de nuestros conocimientos concernientes a la estructura del átomo.

CAPÍTULO IV

LA TEORIA DE LOS QUANTA

La atomicidad de la materia es una hipótesis tan antigua como los griegos y de ningún modo repugnante a nuestros hábitos mentales. La teoría de que la materia está compuesta de electrones y protones ofrece una innegable belleza por su misma eficaz sencillez, no siendo difícil de imaginar o de creer. No ocurre lo propio con la forma de atomicidad introducida por la teoría de los *quanta*. Quizá ésta no hubiera sorprendido a Pitágoras, pero ciertamente habría dejado atónito a todo hombre de ciencia posterior, como ha ocurrido con los de nuestro tiempo. Antes de intentar una filosofía moderna de la materia es necesario llegar al entendimiento de los principios generales de dicha teoría; desgraciadamente, existen todavía muchos problemas físicos no resueltos y relacionados con ella, lo que hace improbable que pueda ya construirse una filosofía satisfactoria del asunto. En todo caso, haremos lo que se pueda.

Como todos saben, el *quantum* fue introducido primeramente por Planck en 1900, en su estudio de la radiación de un cuerpo negro absoluto. Planck demostró que si se consideran las vibraciones que constituyen el calor en un cuerpo, se encuentra que éstas no están distribuidas entre todos los valores posibles, según la ley usual de frecuencia, que rige la distribución de las probabilidades continuas, sino que, por el contrario, están agrupadas según una cierta ley. Si «

es la energía de una vibración, y ν su frecuencia, existe una constante h , (1) conocida por la constante de Planck, tal que ϵ/ν es h , o $2h$, o $3h$, o cualquier otro pequeño múltiplo de h . No existen vibraciones con otras cantidades de energía. No se conoce ninguna razón que explique el porqué estas vibraciones de otra energía no existen, siendo el hecho, por el momento, un puro hecho bruto. Al principio se trataba de un hecho aislado. Pero ahora se ha visto que la constante de Planck interviene en otros muchos fenómenos, de índole muy diversa, siempre que los métodos de observación sean lo suficientemente precisos para hacer posible el descubrir si juega o no un papel esa constante.

En el efecto foto-eléctrico se encontró un segundo campo de aplicación de la teoría de los *quanta*. Jeans (2) describe este efecto del modo siguiente:

“Los aspectos generales del fenómeno son bien conocidos. Desde hace algún tiempo se sabe que cuando un rayo de luz de alta frecuencia cae sobre la superficie de un conductor cargado negativamente, tiende a precipitar la descarga de la electricidad; y Hertz mostró que la incidencia de luz en un conductor en estado neutro producía la carga de éste con electricidad positiva. Se ha podido demostrar en forma concluyente que estos fenómenos están producidos por la emisión de electrones desde la superficie del metal, siendo libertados estos electrones, en cierto modo, por la incidencia de la luz.

“En cualquier experimento que se haga, las velocidades con que los diversos electrones dejan el metal adoptan todos los valores, desde cero hasta un cierto máximo v , que depende de las condiciones particulares del experimento. Ningún electrón abandona el metal con una velocidad mayor que ese máximo v . Parece probable que lo que sucede es, que todos los electrones son disparados inicialmente con la misma velocidad v , pero que los que proceden de una pequeña dis-

(1) El valor numérico de h es $6,55 \times 10^{-27}$ erg. seg., y sus dimensiones son las de una “acción”, es decir, energía $\times$ tiempo.

(2) *Report on Radiation and the Quantum Theory*, Physical Society of London, 1914, pág. 58.

tancia bajo la superficie pierden parte de su velocidad al abrirse camino hasta el exterior.

"Prescindiendo de estas influencias perturbadoras, a modo de films o impurezas en la superficie del metal, parece ser una ley general que la velocidad máxima v depende sólo de la naturaleza del metal y de la *frecuencia* de la luz. No depende de la intensidad de la luz, ni—dentro del margen de temperaturas para el cual es posible la experimentación—de la temperatura del metal... Para un metal dado esa velocidad máxima aumenta regularmente al aumentar la frecuencia de la luz incidente, pero existe una cierta frecuencia por bajo de la cual la emisión no tiene lugar."

Einstein dio en 1905, la primera explicación de ese fenómeno aplicando la teoría de los *quanta* (1). Cuando un rayo de luz de frecuencia ν cae sobre el conductor se encuentra que la cantidad de energía absorbida por un electrón, al que la luz ha separado de su átomo, es, aproximadamente, cinco sextos de $h\nu$ siendo h la constante de Planck. Puede suponerse que la sexta parte restante es absorbida por el átomo, de modo que entre éste y el electrón absorben exactamente un *quantum* h . Cuando la luz es de frecuencia tan baja que $h\nu$ no es suficiente para liberar un electrón, el efecto foto-eléctrico no se produce. Se han intentado otras explicaciones sin recurrir a los *quanta*, pero ninguna parece concordar con los hechos tan perfectamente como aquélla.

Otro fenómeno en que ha sido menester recurrir a la hipótesis de los *quanta* es el calor específico de los sólidos a baja temperatura. Según las teorías precedentes, el calor específico (a volumen constante) multiplicado por el peso atómico debe tener un valor constante: 5,95. En la realidad esto se encuentra confirmado, con mucha aproximación, para altas temperaturas; pero para las bajas los resultados difieren tanto más de lo previsto cuanto más baja es la temperatura. La explicación de este hecho, dada por Debye, es muy análoga a la que ha dado Planck de la radiación de los

(1) *Annalen der Physik.*, vol. XVII, pág. 146.

cuerpos negros y, como ocurre en este último caso, parece imposible llegar a una teoría satisfactoria sin acudir a los *quanta* (1).

La aplicación más interesante de la teoría de los *quanta* es la explicación que da Bohr de las líneas espectrales de los elementos. Se había encontrado empíricamente que las líneas conocidas del espectro del hidrógeno tenían frecuencias que venían dadas por la diferencia de dos “términos”, de acuerdo con la fórmula:

$$\nu = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad [1]$$

en la que ν es la frecuencia, R la “constante de Rydberg”, n y k son números enteros pequeños y $\frac{R}{n^2}$ y $\frac{R}{k^2}$ los llamados “términos”. Después de hallada la fórmula, nuevas rayas fueron descubiertas que concordaban con la misma. Algunas rayas atribuidas al hidrógeno y que no resultaban de la fórmula fueron atribuidas por el Bohr al helio ionizado: estas rayas vienen dadas por la fórmula

$$\begin{aligned} \nu &= 4 R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{k^2} \right) \\ \nu &= 4 R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{k^2} \right) \end{aligned}$$

Las suposiciones teóricas de Bohr asignando estas líneas al helio fueron más tarde confirmadas experimentalmente por Fowler. Se observará que entran dentro de la fórmula 1 si sustituimos $4R$ por R , hecho que explica la teoría de Bohr, así como el más aproximado a la verdad de que para que la fórmula resulte exacta es preciso sustituir, no exactamente $4R$, sino una cantidad ligeramente menor.

La forma de la ecuación 1 sugirió a Bohr la idea de que

(1) Véase Jeans, *op. cit.*, cap. VI.

las líneas del espectro del hidrógeno no deben tomarse como algo que el átomo emite cuando se encuentra en un estado de vibración periódica, sino como producidas por el cambio de un estado, caracterizado por un número entero, a otro estado determinado por otro. Esto podría explicarse si la órbita del electrón no correspondiera exactamente a ninguna órbita posible según los principios newtonianos, sino que dependiera únicamente de un "número cuántico" entero, es decir, de un múltiplo de h .

El camino seguido por Bohr para completar su teoría es el siguiente: Supone que el electrón sólo puede girar alrededor del núcleo recorriendo ciertos círculos, tales, que si p es el momento de la cantidad de movimiento de cualquiera de las órbitas, debe tenerse:

$$2 \pi p = n h \quad [2]$$

siendo h como siempre la constante de Planck y n un número entero pequeño. (Teóricamente n puede ser cualquier número entero, pero en la práctica nunca es mayor que 30 y esto sólo en ciertas nebulosas muy tenues). A continuación explicamos la razón por la cual el principio de los *quanta* aparece en esta forma:

Si m es la masa del electrón a el radio de su órbita y ω su velocidad angular se tendrá:

$$p = m a^2 \omega$$

De donde:

$$2 \pi m a^2 \omega = n h \quad [3]$$

Pero, de acuerdo con la teoría corriente, puesto que la aceleración radial del electrón es $a\omega^2$ y la fuerza de atracción al núcleo es e^2/a^2 resultará:

$$m a \omega^2 = e^2/a^2$$

o sea:

$$m a^3 \omega^2 = e^2 \quad [4]$$

De las ecuaciones 3 y 4 obtenemos:

$$a = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 m e^2} \quad \omega = \frac{8 \pi^2 m e^4}{n^3 h^3} \quad [5]$$

Las órbitas posibles para el electrón se obtienen haciendo $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ en la precedente fórmula de a . De modo que la órbita más pequeña posible es:

$$a_1 = \frac{h^2}{4 \pi^2 m e^2} \quad [6]$$

y las otras órbitas posibles son $4a_1, 9a_1, 16a_1$, etc.

El valor de la energía en una órbita de radio $n^2 a$ será, puesto que la energía potencial es doble de la energía cinética con signo contrario: (1)

$$w = -\frac{1}{2} m a^2 \quad \omega^2 = -\frac{2 \pi^2 m e^4}{n^2 h^4}$$

de acuerdo con 5. Así, cuando el electrón salta de una órbita cuyo radio es $k^2 a_1$ a otra de radio $n^2 a_1$ ($k > n$) hay una pérdida de energía de:

$$\frac{2 \pi^2 m e^4}{h^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

Se supone que esta energía se radia en forma de onda luminosa, cuya energía es un *quantum* de energía $h\nu$, siendo ν su frecuencia. De aquí podemos obtener la frecuencia de la luz emitida, por la ecuación:

$$h\nu = \frac{2 \pi^2 m e^4}{h^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

y por tanto:

(1) Véase Sommerfeld, *Atomic Structure and Spectral Lines*, página 547 y siguientes.

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left(\frac{1}{h^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

lo que concuerda exactamente con las líneas observadas si (véase ecuación 1)

$$R = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}$$

siendo R la constante de Rydberg. Sustituyendo valores numéricos en la ecuación ésta se comprueba plenamente. Este éxito brillante fue, desde el principio, un poderoso argumento en favor de la teoría de Bohr.

La teoría de Bohr ha sido generalizada por Wilson (1) y Sommerfeld incluyendo en ella las órbitas elípticas. Estas tienen dos números cuánticos, uno de ellos correspondiente, como antes, a la cantidad de movimiento angular o momento de la cantidad de movimiento (que es constante de acuerdo con la segunda ley de Kepler) y dependiendo el otro de la excentricidad. Solamente son posibles ciertas excentricidades. En efecto, la relación del eje menor al mayor debe ser siempre racional y tiene como denominador el número cuántico correspondiente al momento de momentos. Para explicar el efecto de Zeeman (que se produce en un campo magnético) se recurre a un tercer número cuántico, correspondiente al ángulo existente entre el plano del campo magnético y el plano de la órbita del electrón. En todos los casos, existe, sin embargo, un principio general que explicaremos ahora. Al mismo tiempo quedará demostrado por qué, en la teoría de Bohr, la ecuación 2 de los *quanta* afecta la forma que hemos visto (2).

(1) W. Wilson: "The Quantum Theory of Radiation and Line Spectre", *Phil Mag.*, junio 1925.

(2) Lo que sigue está tomado de la nota 7 (páginas 555 y siguientes) del libro de Sommerfeld *Atomic Structure and Spectral Lines* traducido al inglés de la tercera edición alemana por Henry L. Brose, M. A., 1923. Véase también la nota 4 (páginas 541 y siguientes).

Lo primero que se observa es que el principio de los *quanta* se refiere en realidad a átomos de *acción*, no de *energía*; acción es energía multiplicada por tiempo. Supongamos ahora que tenemos un sistema dependiente de varias coordenadas y periódico respecto a cada una de ellas. No hace falta suponer que cada coordenada tiene el mismo período; basta con que el sistema sea “condicionalmente periódico”, esto es, que cada coordenada, separadamente, sea periódica. Supongamos además que nuestras coordenadas están escogidas de tal modo que permiten la “separación de variables” (de acuerdo con Sommerfeld, *op. cit.* págs. 559-60). Definiremos entonces la “cantidad de movimiento (en sentido generalizado) correspondiente a la coordenada q_k , como la derivada parcial de la energía cinética respecto a q_k , es decir, que si llamamos p_k a la cantidad de movimiento generalizado tendremos:

$$p_k = \frac{\delta E_{kin}}{\delta q_k}$$

Siendo E_{kin} la energía cinética. La condición de *quantum* implica aplicar esta fórmula a la obtención de la integral de p_k en un período completo de q_k . Es decir, que debemos tener:

$$\int p_k dq_k = n_k h.$$

en que la integración se hace abarcando un período completo de q_k . En esta última fórmula, n_k será el número cuántico correspondiente a la coordenada q_k . La fórmula precedente es general y de ella son casos especiales todos los casos conocidos del fenómeno de los *quanta*. Esta es su única justificación.

El principio que acabamos de sentar es excesivamente complicado, más aún de lo que aparece en la explicación resumida que hemos dado, en la que se ha hecho caso omiso de varias dificultades. Es posible que esta complicación se deba al hecho de que la dinámica de los *quanta* tropieza en

su camino con los obstáculos opuestos por el sistema clásico; es posible también que el fenómeno de los *quanta* no pueda ser deducido de los principios clásicos. Pero antes de proseguir en este sentido, conviene decir algunas palabras acerca del desenvolvimiento de la teoría de Bohr por Sommerfeld y otros.

En su forma original, en que se suponían órbitas circulares, la teoría de Bohr explicaba los aspectos principales observados en las líneas del espectro del hidrógeno y del helio ionizado. Pero la existencia de otros hechos menos aparentes hizo necesaria la adopción de la hipótesis de órbitas elípticas. Con esta hipótesis, completada por ciertos elementos de detalle, derivados de la relatividad, se ha logrado la más perfecta concordancia entre la teoría y la experimentación. Pero este notable éxito ha inclinado quizá a creer que se había llegado a probar más de lo que en realidad se había conseguido. La gran ventaja que se deriva de admitir órbitas elípticas consiste en que permite aceptar un segundo número *quantum*. En la emisión de luz por los átomos, esto es esencial por lo que sigue: El átomo puede adoptar varios estados caracterizados por números enteros (los números *quantum*). Puede haber más o menos números cuánticos según el grado de libertad del sistema. Se conoce la pérdida o ganancia de energía cuando un átomo pasa de un cierto estado, caracterizado por un conjunto de valores de los números *quantum* a otro estado determinado por otros valores diferentes. Cuando se pierde energía (sin pérdida de un electrón o de una parte del núcleo atómico) se irradia una onda luminosa, cuya energía es igual a la que el átomo ha perdido y cuya energía multiplicada por la duración de una vibración es h . La energía es lo que se conserva, pero la acción es lo que se cuantiza.

Volvamos otra vez—como ilustración a lo dicho—, a las órbitas circulares de la teoría original de Bohr que continúan siendo posibles, aunque no son las únicas en la nueva teoría. Si llamamos $E_{\min}$ la energía cinética, cuando el electrón está en la órbita más pequeña posible, la energía cinética en la

enésima órbita será $-\frac{E_{min}}{n^2}$ (El valor de la energía total es la energía cinética con signo contrario). No sabemos la causa que impulsa al electrón a saltar de una órbita a otra. En este punto nuestros conocimientos son meramente estadísticos. Sabemos, desde luego, que cuando el átomo no está en disposición de absorber energía, el electrón sólo puede saltar de una órbita mayor a otra menor, mientras que el caso contrario tiene lugar cuando el átomo absorbe energía de la luz incidente. Sabemos también, por las intensidades comparadas de las diferentes líneas del espectro, las frecuencias comparadas de los diferentes saltos posibles y sobre esto existe una teoría. Pero no sabemos en absoluto por qué en un cierto número de átomos, cuyos electrones no están en las órbitas mínimas, algunos de estos saltan en determinado momento y otros en otro; como tampoco sabemos por qué ciertos átomos de sustancias radiactivas se deshacen y otros no. La naturaleza parece llena de acontecimientos revolucionarios, y aunque nosotros podemos decir que, si el hecho tiene lugar, será necesariamente en una de varias formas posibles, no podemos afirmar que este hecho ocurra, y si ocurre, en qué momento. Hasta donde la teoría de los *quanta* puede llegar actualmente, los átomos se nos presentan como poseyendo cierta libre voluntad, limitada no obstante a la elección de uno entre varios posibles modos de actuar (1).

Dejando esto aparte, es evidente que lo que nosotros conocemos es el cambio de energía, cuando un átomo emite luz; y sabemos también que en el caso del hidrógeno o helio ionizado estos cambios vienen dados por $\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}$. Parece casi obligatorio deducir de ello que el estado primero del

(1) Esto, sin embargo, debe considerarse como una conclusión provisional. Ciertos datos sobre las transiciones de los *quanta* son ya conocidos. Véase J. Franck y P. Jordan: *Anregung von Quantensprüngen durch Stösse*. Berlín, 1926. P. Jordan: "Kausalität und Statistik in der modernen Physik", *Naturwissenschaften*, 4, feb., 1927.

átomo era el caracterizado por el entero k y el último por el n . Pero deducir de aquí las órbitas y lo demás, incluso como ayuda para la imaginación, resulta apenas justificable por la analogía con otros fenómenos de mayor escala, puesto que el mismo principio de los *quanta* demuestra el peligro de confiar demasiado en esta analogía. En los referidos procesos, en escala mayor, nada hay que nos sugiera los *quanta*, y es posible que otras propiedades de los mismos, que nos son familiares, sean meramente en realidad el resultado de una media estadística.

Puede ser conveniente estudiar brevemente las órbitas elípticas que son posibles (1). Esto aclarará además la aplicación del principio de los *quanta* a sistemas con más de una coordenada.

Adoptando coordenadas polares, la energía cinética es:

$$\frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2)$$

Los dos momentos generalizados son, por tanto:

$$p_{\theta} = m r^2 \dot{\theta}, \quad p_r = m \dot{r}$$

Tenemos así las dos condiciones de *quantum*:

$$\int_0^{2\pi} 2mr^2 \dot{\theta} d\theta = nh$$

$$\int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} m r dr = n'h$$

De acuerdo con la segunda ley de Kepler, $mr^2\dot{\theta}$ es constante; llamémosla p . Tendremos:

$$2\pi p = nh$$

(1) Véase Sommerfeld, *op. cit.*, págs. 232 y ss.

La otra integral es más complicada, pero se llega al resultado de que, si a y b son los ejes mayor y menor de la elipse

$$\frac{a - b}{a} = \frac{n'}{n}$$

Un breve cálculo nos hará llegar al resultado de que la energía en la órbita que tiene los números cuánticos n, n' es:

$$- \frac{2\pi^2 me^4}{h^2} \frac{1}{(n + n')^2}$$

exactamente lo mismo que en el caso de órbitas circulares, salvo que n está sustituido por $n + n'$. Si esto fuera todo, las líneas del espectro del hidrógeno, serían las mismas, fueran o no las órbitas elípticas, y no habría ningún procedimiento empírico para resolver el problema.

Sin embargo, haciendo uso de consideraciones derivadas de la teoría especial de la relatividad, podemos saber qué resultados deben esperarse, si las órbitas son circulares y cuáles, si son elípticas, y demostrar que estas últimas son las que deben producirse de acuerdo con los hechos observados. El punto de diferenciación resulta de la variación de la masa respecto a la velocidad: cuanto más rápidamente se mueve un cuerpo, mayor es su masa. Por esto, en una órbita elíptica, el electrón tendrá una masa mayor en el perihelio que en el afelio. De aquí se sigue que una órbita elíptica no será una elipse perfecta, sino que el perihelio avanzará ligeramente a cada revolución (1). Es decir, tomando coordenadas polares r, θ , la coordenada θ sufre un aumento algo superior a 2π entre un mínimo de r y el siguiente. El sistema es así “condicionalmente periódico”, es decir, cada coordenada por separado cambia periódicamente, pero los períodos de las dos

(1) No es este el mismo fenómeno que el de la órbita de Mercurio. Este último depende de la teoría general de la relatividad, en tanto que el primero se relaciona con la teoría especial.

no coinciden. El resultado (1) es que la ecuación $\frac{a - b}{a} = \frac{n'}{n}$ queda reemplazada por la:

$$\frac{a - b}{a} = \frac{n'}{n\gamma}$$

siendo:

$$\gamma^2 = 1 - \frac{e^4}{c^2 p^2}$$

siendo c la velocidad de la luz y p , lo mismo que antes, el momento angular. Se ve que γ tiene un valor muy próximo a la unidad, porque el de c es grande.

La fórmula de la energía correspondiente a los números cuánticos n, n' se hace ahora mucho más complicada; su gran mérito estriba en que responde a la delicada estructura de las líneas del espectro del hidrógeno. Es preciso convenir en que la exacta concordancia entre la teoría y la observación es muy notable. Pero debe recordarse una vez más que la única evidencia empírica se refiere a las diferencias de energía en relación con los números cuánticos, y que la teoría de la existencia de órbitas reales produciéndose, para movimientos uniformes, con arreglo a los principios newtonianos, se reduce inevitablemente a una hipótesis que, como veremos, ha desaparecido en la última forma de la teoría de los *quanta*.

El hecho de la existencia de los *quanta* es tan extraño como innegable, a menos que no se trate de deducirlo de los principios clásicos. Parece ser que los principios porque se rigen los *quanta* regulan todos los intercambios de energía entre la materia y el medio circundante. Existen grandes dificultades para poner de acuerdo la teoría de los *quanta* con la teoría ondulatoria de la luz; pero no trataremos de ellas hasta más adelante. Lo que sería muy de desear es conseguir

(1) Sommerfeld, *op. cit.*, págs. 467 y siguientes.

una fórmula del principio de los *quanta*, que resulte menos extraña y hecha a propósito que la debida a Wilson y Sommerfeld. Para los fines prácticos esta última podría formularse aproximadamente diciendo que un proceso periódico de frecuencia ν posee una cantidad de energía que es un múltiplo de $h\nu$, e inversamente, que si se desprende una cantidad dada de energía al comenzar un proceso periódico, al que éste da lugar, dicho proceso tendrá una frecuencia ν tal, que la cantidad dada de energía sea un múltiplo de $h\nu$. Cuando un proceso tiene una frecuencia ν y una energía $h\nu$, la cantidad de “acción” durante un período es h . Pero no podemos decir: En cualquier proceso periódico la cantidad de acción en un período es h o un múltiplo de h . No obstante quizá algún día sea posible establecer alguna formulación análoga a ésta. Según resulta de la teoría de la relatividad, la “acción” es más fundamental que la energía en la teoría física; quizá por ello no es sorprendente que la acción desempeñe tan importante papel. Pero toda la teoría de la acción recíproca entre la materia y el medio circundante se sostiene sobre el principio de la conservación de la energía. Quizá sea posible formular otra teoría que dé mayor importancia a la acción y que dé lugar a una forma más sencilla del principio de los *quanta*.

En la teoría de Bohr y sus ampliaciones existe una laguna y una dificultad. Hemos hecho ya mención de la primera: no sabemos lo más mínimo acerca de la razón por lo que un electrón escoge un determinado momento, y no otro, para saltar de una órbita mayor a otra menor. La dificultad consiste en que el salto se admite generalmente que es súbito y discontinuo. Se arguye que si fuera continuo los hechos experimentales que se producen en las regiones correspondientes serían inexplicables. Quizá podríamos salvar esta dificultad si encontráramos que el tránsito de una órbita a otra puede ser continuo. Pero lo mismo puede tomarse en consideración la otra hipótesis, a saber, que el tránsito sea realmente discontinuo. He insistido sobre lo poco que realmente *sabemos* acerca de lo que pasa en el átomo, porque deseo

mantener abierta la posibilidad de suponer algo completamente distinto de lo establecido corrientemente hasta ahora. ¿Tenemos alguna buena razón para creer que el espacio-tiempo es continuo? ¿Es que sabemos que entre una órbita y la contigua son *geométricamente* posibles otras órbitas? Einstein nos ha llevado a pensar que la cercanía de la materia produce espacio no-euclidiano. ¿No podría hacerlo también discontinuo? Ciertamente es temerario afirmar que la estructura microcósmica del universo se parezca a la que se encuentra en los fenómenos de gran escala, que pueden ser meras medias estadísticas. Estas consideraciones pueden servir de introducción a la teoría más moderna de los *quanta* mecánicos, a la cual debemos dedicar ahora la atención (1).

En la nueva teoría, iniciada por Heisenberg, no encontramos ya la sencillez del átomo de Rutherford—Bohr, en la que los electrones giran alrededor de un núcleo como planetas independientes. Heisenberg hace observar que en esta teoría hay muchas magnitudes, que no son observables, ni siquiera teóricamente, a saber, aquellas que representan los procesos que se suponen efectuarse mientras el átomo no sufre cambio alguno. En la nueva teoría, según dice Dirac: “las cantidades variables correspondientes a un estado esta-

(1) Los principales trabajos que exponen esta teoría son:

1.—W. Heisenberg, “Ueber quantentheoretische Umdentung kinematischer und mechanischer Beziehungen,” *Zeitschrift für Physik*, 33, págs. 879-893, 1925.

2.—M. Born y P. Jordan, “Zur Quantenmechanik”, *Ibid.*, 34, páginas 858-888, 1925.

3.—M. Born, W. Heisenberg y P. Jordan, “Zur Quantenmechanik II,” *Ibid.*, 35, págs. 557-615, 1926.

4.—P. A. M. Dirac, “The fundamental equations of Quantum Mechanics”, *Proc. Royal Soc.*, Series A, vol. 109. No. A752, páginas 642-653. 1925.

5.—W. Heisenberg. “Ueber quantentheoretische Kinematik und Mechanik”, *Mathematische Annalen*, 95, págs. 683-705. 1926.

6.—W. Heisenberg. “Quantenmechanik.” *Naturwissenschaften*, 14 Jahrgang, Heft 45, págs. 989-994.

Citaré estos trabajos por los números precedentes. Debo mucho en esta materia a Mr. R. H. Fowler, F. R. S.

cionario de la teoría de Bohr, las amplitudes y frecuencias del movimiento orbital no tienen significación física alguna y carecen de importancia física (4, p. 652). Heisenberg, al introducir en un principio su teoría, estableció que la teoría ordinaria de los *quanta* utiliza magnitudes imposibles de ser comprobadas por la observación, tales como la posición y la duración de revolución de los electrones (1, pág. 879) y que el electrón debe poder ser representado por cantidades mesurables tales como las frecuencias de su radiación (1, pág. 880). Ahora bien, las frecuencias que pueden ser objeto de observación son siempre diferencias entre dos “términos”, cada uno de los cuales viene representado por un número entero. Llegamos así a la representación del estado de un electrón por una serie infinita de números, que vienen dados por una matriz. Si T_n y T_m son dos “términos”, una frecuencia observable (en teoría) será ν_{nm} , siendo:

$$\nu_{nm} = T_n - T_m$$

Los números tales como ν_{nm} (de los cuales hay una doble serie infinita) son los que caracterizan el átomo, en la medida en que puede ser estudiado.

Heisenberg puntualiza este punto de vista como sigue: (5, pág. 85) En la teoría clásica, dado un electrón con un cierto grado de libertad, en armónica, la elongación x , en un tiempo t puede representarse por una serie de Fourier:

$$x = x(n, t) = \sum_{\tau} x(n) \cdot e^{2\pi i \nu(n) \cdot \tau \cdot t}$$

siendo n una constante y τ el número de la armónica. Los términos sencillos de esta serie, que son:

$$x(n) \cdot e^{2\pi i \nu(n) \cdot \tau t},$$

contendrían las cantidades que hemos señalado como directamente observables, a saber: la frecuencia, la amplitud y

la fase. Pero, en virtud del hecho de que en los átomos las frecuencias se nos presentan como siendo diferencias entre dos “términos” será preciso reemplazar la fórmula precedente por la:

$$x(nm) e^{2 \pi i \nu(nm) \cdot \tau t};$$

y el conjunto (no la suma) de estos términos representará lo que era anteriormente la elongación x . La suma de todos estos términos no tiene ya significación física alguna. De este modo, el átomo viene a ser representado por los números $\nu(nm)$ dispuestos en un rectángulo infinito o matriz.

Es posible construir un álgebra de matrices que difiera realmente del álgebra corriente en sólo una cosa: que la multiplicación no es conmutativa.

Queda así definida una operación nueva, que a medida que los números cuánticos se hacen mayores, se aproxima a la diferenciación. Utilizándola, las ecuaciones de movimiento de Hamilton pueden mantenerse en una forma igualmente aplicable a movimientos periódicos y aperiódicos, de modo que no sea preciso ya distinguir una cierta esfera de acción para el fenómeno de los *quanta*, a la que se apliquen leyes diferentes de las que rigen los fenómenos explicables por los principios dinámicos clásicos. “La distinción entre movimientos *cuantizados* y *no cuantizados* pierde todo sentido en esta teoría, puesto que en ella no se tiene ya en cuenta la condición de los *quanta* de escoger uno entre un gran número de movimientos posibles; en lugar de esta condición aparece una ecuación fundamental de los *quanta* mecánicos... que es válida para *todos* los movimientos posibles y es necesaria para poder dar una significación definida al problema del movimiento” (3, página 558). La ecuación fundamental a que acabamos de aludir es la siguiente: Sea q una coordenada hamiltoniana y p el correspondiente momento (generalizado), siendo ambos matrices. Se recordará que la multiplicación no es conmutativa para éstas; la ecuación fundamental tendrá la forma (2, pág. 871):

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi} 1,$$

en que 1 representa la matriz cuya diagonal es toda de 1 y cuyos restantes términos son todos ceros. La ecuación precedente es la única fundamental que contiene la constante de Planck h y es verdadera para *todo* movimiento.

Heisenberg no pretende que la nueva teoría resuelva todas las dificultades. Por el contrario afirma (5, pág. 705):

“La teoría aquí descrita debe considerarse todavía como incompleta. El significado geométrico o cinemático real del supuesto fundamental (1) no resulta completamente claro. Especialmente, existe una seria dificultad en el hecho de que el tiempo desempeña un papel aparentemente distinto que las coordenadas espaciales y es tratado en forma realmente diferente. El verdadero carácter de la coordenada tiempo, en la estructura matemática de la teoría, se hace evidente considerando que, en la teoría, la cuestión del curso temporal de un proceso no ha tenido hasta ahora ningún significado inmediato y que el concepto de antes y después apenas puede definirse con exactitud. No obstante no es justo considerar estas dificultades como una objeción a la teoría, desde el momento que la aparición de las mismas debía esperarse como consecuencia de las relaciones espacio-tiempo existentes en los sistemas atómicos”.

En una exposición más o menos popular—n.º 6—Heisenberg ha sentado algunas de las consecuencias de su teoría. Los electrones y átomos, dice, no tienen “el grado de realidad inmediata de los objetos sensibles”, sino solamente la especie de realidad que naturalmente atribuyamos a los *quanta* de luz. Los conflictos a que ha llegado la teoría de los *quanta* proceden, según él, de haber tratado de describirnos

(1) Se refiere al supuesto, arriba referido, de que un átomo o electrón en un tiempo t puede ser representado por un conjunto de términos de la forma:

$$x(nm) e^{2\pi i \nu(mn)t}$$

modelos de átomos y de pintármolos como si se tratase de un espacio ordinario. Si hemos de conservar la teoría corpuscular, solamente podremos hacerlo si no tratamos de asignar a cada tiempo un punto espacial definido en el átomo y en el electrón. Es preciso sustituir esta relación por un grupo de magnitudes físicas, bien definidas, que representen cual *era* la posición del electrón. Son estas las cantidades de radiación observables, cada una de las cuales viene representada por dos “términos” en forma que podamos obtener una matriz. La distinción entre electrones interiores y exteriores en un átomo pierde toda significación. “Es además, en principio, imposible, identificar por segunda vez un corpúsculo dado en una serie de corpúsculos análogos” (página 993).

La teoría de las matrices, en lo que se refiere a los electrones, es demasiado reciente aún para someterla a la especie de análisis lógico que nos hemos propuesto emprender en esta parte de la obra. Aparece, sin embargo, claro que significa una economía científica, al sustituir los movimientos fijos, meramente hipotéticos, de los átomos de Bohr, por un conjunto de cantidades que representan lo que realmente conocemos—a saber las radiaciones que parten de la región en que se supone está el átomo—. Es evidente también que hay un inmenso progreso lógico en la construcción de una teoría dinámica, que destruye la diferencia entre movimientos cuantizados y no cuantizados, tratándolos todos por medio de un conjunto uniforme de principios. Y la cualidad más abstracta del átomo de Heisenberg, si se compara con el de Bohr, hace lógicamente preferible la primera, puesto que las descripciones gráficas en una teoría física son las que menos confianza pueden inspirar.

Una teoría de los *quanta*, a primera vista diferente, debida a De Broglie (1) y Schrödinger (2) ha resultado ser

(1) *Annales de Physique*, 3, 22, 1925.

(2) *Annalen der Physik*, 1926. Cuatro artículos, 79, págs. 361, 489, 734; 80. pág. 437.

realmente la misma que la de Heisenberg, aunque al principio pareciera muy diferente. Es descrita por De Broglie como “nueva teoría ondulatoria de la materia”, en la cual “el punto material es concebido como una singularidad en una onda. (1) Aquí también las radiaciones, que nosotros creemos proceder del átomo, tienen más “realidad” física que el mismo átomo. Uno de los méritos de la teoría es que disminuye las dificultades, hasta ahora existentes, para encontrar una explicación que armonice los fenómenos de interferencia y dispersión con los que conducen a la hipótesis de los *quanta* de luz.

Entre tanto, queda siempre la posibilidad de que todos los fenómenos de los *quanta* puedan deducirse de los principios clásicos y que las discontinuidades aparentes sean sólo cuestión de máxima o mínima. En este sentido, la teoría más acertada que conozco es la de L. V. King (2). Supone éste que los electrones giran con una cierta velocidad angular fija, la misma para todos; hace una suposición análoga respecto a los protones. En consecuencia, existe un campo magnético que introduce determinados factores, que no existirían si electrones y protones no tuvieran movimiento de giro. Habrá una radiación electromagnética de frecuencia ν en que:

$$h\nu = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

siendo h la constante de Planck, m_0 la masa invariante del electrón y v su velocidad (La identificación de h con la constante de Planck se obtiene agregando constantes hipotéticas). De esta fórmula deduce muchos de los fenómenos en que se basa la teoría de los *quanta* y promete deducir otros en un

(1) *Nature*, 25, septiembre, 1926, pág. 441. Véase también Fowler: “Matrix and Wave mechanics”, *ib.*, 12 feb. 1927.

(2) *Gyromagnetic Electrons and a Classical Theory of Atomic Structure and Radiation*, por Louis Vessot King F, R, S., Macdonald Professor of Physics, Mc Gill University, Louis Carrier Mercury Press, 1926.

trabajo posterior. Mr. R. H. Fowler discute en un artículo ("Spinning Electrons", *Nature* 15 enero 1927) la teoría de Mr. King, sin llegar a formular un juicio en pro ni en contra. Probablemente no ha de pasar mucho tiempo sin que se pueda responder sobre la exactitud de la teoría de Mr. King. Si es aceptable, la teoría de los *quanta* dejará de interesar al filósofo, ya que lo que en ella hay de válido se reduce a una deducción de leyes muy fundamentales y procesos que son continuos e implican la no atomicidad de la acción. Por el momento, hasta que los físicos lleguen a una conclusión, el filósofo debe contentarse con estudiar imparcialmente ambas hipótesis.

CAPÍTULO V

LA TEORIA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD

La teoría de la relatividad es el resultado de una combinación de tres elementos, de los que se hizo uso para la reconstrucción de los principios de la física: la experimentación escrupulosa, el análisis lógico y ciertas consideraciones epistemológicas. Estas últimas contribuyeron en mayor medida a los primeros pasos de la teoría que a su forma definitiva; y quizá debemos felicitarnos de ello, puesto que su validez y objeto pueden estar sujetos a dudas, o por lo menos quizá no hayan sido aceptados más que por los éxitos a que han conducido. Se puede afirmar en definitiva que la relatividad, del mismo modo que las anteriores teorías físicas, ha afirmado el supuesto de que, cuando diferentes observadores están haciendo lo que se llama “observar el mismo fenómeno”, sólo forman en realidad parte de éste aquellos puntos en que sus observaciones coinciden y no aquellos en que difieren. Es éste un principio que el sentido común nos enseña desde la infancia. Un niño, al ver alejarse un barco, cree que se hace cada vez más pequeño; pero no pasa mucho tiempo sin que reconozca que la disminución de tamaño es sólo “aparente” y que el barco conserva “realmente” las mismas dimensiones en todo su viaje. En tanto que la relatividad se ha inspirado en consideraciones epistemológicas, éstas han sido de este orden, de sentido común; y las aparentes paradojas han resultado del descubrimiento de inesperadas di-

ferencias entre nuestras observaciones y las de otros observadores hipotéticos. Los principios físicos de la relatividad, como todos los principios físicos, suponen la hipótesis realista de que hay acontecimientos que pueden ser observados por muchas personas. Por el momento nosotros vamos a dar por ignorada la epistemología y a proceder a considerar la relatividad como una física teórica simplemente. Vamos a prescindir igualmente de la evidencia experimental y a tomar la teoría en su totalidad, como un sistema deductivo, puesto que es el punto de vista que nos hemos asignado en esta primera parte.

El aspecto más notable de la teoría de la relatividad, desde el punto de vista del filósofo, se nos ofrece ya en la teoría especial; me refiero a la fusión del espacio y del tiempo en un espacio-tiempo. La teoría especial se considera actualmente como una aproximación, que no es completamente verdadera en las cercanías de la materia. Pero sigue considerándose generalmente como un paso previo a la teoría general. Además no exige que abandonemos un número tan grande de nociones de sentido común, como esta última.

Técnicamente toda la teoría especial está contenida en la transformación de Lorentz. Esta transformación tiene la ventaja de considerar que la velocidad de la luz es la misma con respecto a dos cuerpos cualesquiera, que se mueven uniformemente uno respecto al otro; y, generalizando, afirma que las leyes que siguen los fenómenos electromagnéticos (ecuaciones de Maxwell) son las mismas con respecto a los dos cuerpos cualesquiera citados. Esta primera ventaja fue la que condujo a su introducción, pero después se ha comprobado que ofrece una base muy amplia y una justificación más general. En efecto, puede decirse que, con lógica suficiente, hubiera podido ser descubierta en cualquier momento, una vez comprobado el hecho de que la luz no se propaga instantáneamente. Hoy día nos es completamente familiar, tanto que la he visto formulada (en forma perfectamente correcta) en un anuncio de Fortnum and Mason's. A pesar de ello creo

conveniente exponerla. En su forma más sencilla es como sigue:

Supongamos dos cuerpos, uno de los cuales (S') se mueve respecto al otro (S) con una velocidad v , paralelamente al eje de los x . Supongamos que un observador situado en S observa un acontecimiento, que cree haber ocurrido en el tiempo t , por la indicación de sus relojes y en un lugar determinado, para él, por las coordenadas x, y, z . (Cada observador se toma a sí mismo como origen). Supongamos que un observador en S' cree que el acontecimiento citado ocurre en el tiempo t' y que sus coordenadas son x', y', z' . Admitimos que el momento en que $t = 0$, los dos observadores están en el mismo sitio y también $t' = 0$. Antes hubiera parecido axiomático que deberíamos tener $t = t'$. Se supone que ambos observadores utilizan cronómetros exactos y que desde luego se tiene en cuenta la velocidad de la luz, al estimar el tiempo en que tiene lugar el acontecimiento. Se creería por ello que deberían llegar al mismo resultado al determinar el referido momento. Debería creerse también que

$$x' = x - vt$$

Nada de esto, sin embargo, es exacto. Para obtener la verdadera transformación es preciso poner:

$$\beta = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}},$$

siendo c , como siempre, la velocidad de la luz. De aquí:

$$x' = \beta (x - vt)$$

$$t' = \beta \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \dots \dots \dots 1$$

Para las otras coordenadas y', z' , tendremos como siempre:

$$y' = y \quad z' = z.$$

Son pues las fórmulas de x' y t' las que son peculiares. Estas fórmulas contienen, implícitamente, toda la teoría especial de la relatividad.

La fórmula de x' incluye la contracción de Fitz Gerald. Las longitudes de uno de los dos cuerpos, si se estiman por un observador situado en el otro, serán más cortas que si se estiman por un observador situado en el mismo cuerpo en que se miden; la longitud mayor estará con la menor en la relación β . Más interesante es aún el efecto en lo que se refiere al tiempo. Supongamos que un observador en el cuerpo S juzga que dos acontecimientos ocurridos en x_1 y x_2 son simultáneos y han tenido lugar en el tiempo t . Entonces un observador situado en S' juzgará que ocurre en tiempos distintos t'_1 , t'_2 siendo,

$$t'_1 = \beta \left(t - \frac{vx_1}{c^2} \right)$$

$$t'_2 = \beta \left(t - \frac{vx_2}{c^2} \right)$$

y por tanto,

$$t'_1 - t'_2 = \beta \frac{v(x_2 - x_1)}{c^2}$$

Esta diferencia no es cero, a menos que lo sea $x_2 - x_1$; así, la mayoría de los casos que son simultáneos para un observador, no lo son para el otro. De aquí se deduce que no podemos considerar el espacio y el tiempo como independientes según se había creído hasta ahora. Incluso el orden de acontecimientos en el tiempo no es definido; en un sistema de coordenadas un suceso A puede preceder o otro B, mientras que en otro, B puede preceder a A. Esto, sin embargo, es únicamente posible si los acontecimientos están tan separados que, cualquiera que sea la forma en que escojamos las coordenadas, la luz que parte de uno de ellos no pueda alcanzar el lugar del otro hasta después que este otro haya ocurrido.

La transformación de Lorentz conduce al resultado siguiente:

$$c^2 t^2 - x^2 = c^2 t'^2 - x'^2$$

Puesto $y = y'$ y $z = z'$ tenemos:

$$c^2 t^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = c^2 t'^2 - (x'^2 + y'^2 + z'^2)$$

o sea, llamando r, r' a las distancias del suceso a los dos observadores:

$$c^2 t^2 - r^2 = c^2 t'^2 - r'^2, \text{---} \dots\dots\dots 2$$

Este resultado es general, es decir, que dados dos cuerpos de referencia cualesquiera, en movimiento relativo uniforme, si r es la distancia entre dos acontecimientos según un sistema, r' la distancia según el otro y t y t' los intervalos correspondientes de tiempo entre acontecimientos, la ecuación 2 permanece exacta. Por lo tanto $c^2 t^2 - r^2$ representa una cantidad física, independiente del sistema de coordenadas elegidas; se le llama el cuadrado del "intervalo entre los dos sucesos. Hay dos casos, según el intervalo sea positivo o negativo. Cuando es positivo, el intervalo entre acontecimientos se llama "seudo-tiempo"; si es negativo "seudo-espacio". En el caso intermedio, cuando es cero, los acontecimientos son tales que un rayo de luz puede estar presente en cada uno de los dos. En este caso un suceso puede ser la imagen del otro. El orden cronológico de dos sucesos será diferente, en sistemas de referencia distintos, cuando su intervalo es seudo-espacio; pero cuando es seudo-tiempo el orden cronológico es el mismo en todos los sistemas, aunque la magnitud del intervalo de tiempo varíe.

Cuando el intervalo entre dos sucesos es un seudo-tiempo, le es posible a un cuerpo moverse en tal forma que esté presente en ambos. En este caso el intervalo viene dado por el tiempo que señalen los relojes situados en el mencionado cuerpo.

Cuando el intervalo entre dos acontecimientos seudo-

espacio, es posible a un cuerpo moverse en forma tal que, para sus relojes, ambos resulten simultáneos; en este caso el intervalo, respecto del citado cuerpo, es aquel que aparece como distancia entre ambos. (En estas observaciones tomamos la velocidad de luz como unidad de velocidad, según conviene en la teoría de la relatividad). Las dos conclusiones apuntadas son consecuencia de la transformación de Lorentz. De la primera de ellas se deduce que si los dos acontecimientos me suceden a mí, el tiempo entre ellos medido por mi propio reloj (suponiendo que es un buen reloj) es el "intervalo" entre los mismos y tiene desde luego un significado físico. Así el tiempo, tal como se estudia en psicología, no resulta afectado por la relatividad, suponiendo que todo lo que afecta a psicología se realice, desde un punto de vista físico, en el cuerpo de la persona cuyos estados mentales venimos considerando. Es ésta una suposición, cuyas bases explicaremos más adelante.

De la ambigüedad que existe en la simultaneidad de dos acontecimientos se sigue que nosotros no podemos, sin incurrir en ambigüedad, hablar de "la distancia entre dos cuerpos en un tiempo dado". Si los dos cuerpos están en movimiento relativo, un "tiempo dado" será diferente para los dos cuerpos y diferente también para cualquier otro que se tome de referencia. Por ello una concepción, como la que acabamos de discutir no puede exponerse en la forma correcta de una ley física. Solamente al basarnos en esto, podemos concluir que la forma newtoniana de la ley de gravitación no puede ser completamente exacta. Afortunadamente, Einstein nos proporciona la necesaria corrección.

Se observará que, como consecuencia de la transformación de Lorentz, la masa de un cuerpo no será la misma cuando está en movimiento relativamente al cuerpo de referencia, que cuando está inmóvil respecto al mismo. La masa de un cuerpo es inversamente proporcional a la aceleración que le imprime una determinada fuerza y dos cuerpos de referencia, animados de un movimiento uniforme relativo, darán diferentes resultados en la aceleración de un tercero. Esto es

evidente, como consecuencia de la contracción de Fitz Gerald. El crecimiento de la masa, con un movimiento rápido, se conocía experimentalmente antes de que fuera explicado por la teoría especial de la relatividad. Dicho crecimiento es muy marcado para velocidades tales como las que alcanzan las partículas β (electrones) emitidos por los cuerpos radiactivos, pues estas velocidades pueden ser tan elevadas como el 99 por 100 de la luz. Este cambio de masa, así como la contracción de Fitz Gerald resultaban extraños y anómalos, hasta que fueron explicados por la teoría especial de la relatividad.

Otro punto importante debemos mencionar para hacer ver cuán fácilmente lo que parece axiomático puede ser falso. Nos referimos a la composición de velocidades. Supongamos tres cuerpos moviéndose uniformemente en la misma dirección. La velocidad del segundo relativamente al primero es v , la del tercero al segundo w . ¿Cuál es la velocidad del tercero respecto al primero? Debería creerse que $v + w$; pero, en realidad es:

$$\frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}}$$

Se observará que el valor de esta fracción $\leq c$; si $v = c$ o $w = c$ es c ; de lo contrario es menor que c . Esto indica la forma en que la velocidad de la luz desempeña el papel de infinito en relación con los movimientos materiales.

La teoría especial asume la tarea de hacer idénticas las leyes físicas relativamente a dos cualesquiera sistemas de coordenadas en movimiento rectilíneo uniforme relativo. Hay que considerar dos grupos de ecuaciones: las de la dinámica newtoniana y las ecuaciones de Maxwell. Estas últimas no han de ser modificadas por la transformación de Lorentz; pero las primeras requieren determinadas adaptaciones, las cuales, sin embargo, son las mismas que habían ya sugerido los resultados experimentales. Así, la solución del problema

atacado se logra por completo; pero desde el principio se evidencia que el problema real tiene mayor generalidad. No hay razón alguna para confinarnos en dos sistemas coordenados en movimiento rectilíneo uniforme. El problema debe resolverse para cualesquiera dos sistemas coordenados, cualquiera que sea la naturaleza de su movimiento relativo. Este problema es el que ha sido resuelto por la teoría general de la relatividad.

CAPÍTULO VI

LA TEORIA GENERAL DE LA RELATIVIDAD

La teoría general de la relatividad tiene un alcance mucho mayor que la especial y un interés filosófico también mayor, aparte del hecho primero de sustitución del espacio-tiempo por espacio y tiempo. La teoría general exige el abandono de todas las relaciones directas entre acontecimientos distantes, siendo ante todo confinadas las relaciones, de que depende el espacio-tiempo a regiones muy limitadas y solamente hechos extensivos, allí donde es posible, por medio de integraciones. Todo el viejo aparato de la geometría—líneas rectas, círculos, elipses, etc.—nos abandona. Lo que pertenece al *análisis situs* queda, con ciertas modificaciones y se alza una nueva geometría de geodésicas que nos viene del estudio de las superficies de Gauss por intermedio de la disertación inaugural de Riemann. La geometría y la física no se distinguen ya, siempre que no entremos en las teorías físicas que afectan a la atomicidad, tales como electrones, protones y *quanta*. Es posible incluso que esta excepción desaparezca pronto. Hay partes de la física que en cierto modo no se apoyan o dependen de la teoría general de la relatividad; pero no existe ninguna que no guarde alguna relación con la misma. Y su importancia en filosofía es probablemente mayor que en la física. Se ha pretendido, desde luego, por filósofos de distintas escuelas que la teoría aportaba una afirmación de sus respectivos sistemas. Se ha recabado para

Santo Tomás, Kant y Hegel el haberse anticipado a ella. Pero no creo que ninguno de los filósofos que hacen tales sugerencias se hayan tomado el trabajo de tratar de comprender la teoría. Por mi parte confieso ignorar de quién podrán ser las consecuencias filosóficas a que la teoría llega, pero estoy convencido de que ellas son de mucho mayor alcance y completamente diferentes de las que se figuran los filósofos que carecen de conocimientos matemáticos.

En este capítulo me propongo estudiar la teoría de Einstein, sin tener en cuenta las consecuencias filosóficas que implica, solamente como un sistema lógico. Este sistema parte de la suposición de un espacio múltiple, de cuatro dimensiones, en un orden definido. La forma adoptada por el supuesto es algo técnica; afirma que cuando nosotros tenemos lo que podría llamarse un sistema ordinario de coordenadas—esto es, las que naturalmente se emplean en astronomía newtoniana—hay ciertas transformaciones de estas coordenadas que son legítimas y otras que no lo son. Las primeras son aquellas que transforman distancias infinitesimales en otras igualmente infinitesimales. Esto quiere decir que las transformaciones deben ser continuas. La suposición antedicha podría, quizá, formularse como sigue: dado un conjunto de puntos $p_1, p_2, p_3 \dots$ cuyas coordenadas tienden a un límite determinado por las coordenadas de otro punto p , en cualquier nuevo sistema legítimo de coordenadas los puntos $p_1, p_2, p_3 \dots$ deben tenerlas tendiendo a las del punto p en el nuevo sistema. La significación de esto es que ciertas relaciones de orden entre las coordenadas representan propiedades de los puntos del espacio-tiempo que se presuponen al elegir coordenadas. La explicación exacta y completa de lo que esto implica sólo puede hacerse en términos de límites, pero su significado puede abarcarse diciendo que los puntos cercanos deben tener coordenadas parecidas. La exacta naturaleza de las presuposiciones ordinales de un sistema relativista de coordenadas nos ocupará en un próximo capítulo; por el momento deseo únicamente subrayar que el espacio-tiempo múltiple de la teoría general de la relatividad tiene

un orden que no es arbitrario y que se reproduce en cualquier sistema de coordenadas legítimo. Este orden, importante es manifestarlo, es *puramente* ordinal y no implica ningún elemento métrico. Ni es derivable de relaciones métricas de puntos, que son después introducidas en la teoría—es decir, de “intervalos”.

Los puntos de espacio-tiempo carecen desde luego de duración y tampoco tienen extensión espacial. Se admite generalmente que varios sucesos pueden ocupar el mismo punto; esto es una consecuencia del concepto de intersección de dos líneas del universo. Creo que debe admitirse también que un acontecimiento puede extenderse sobre una porción finita de espacio-tiempo; pero en este punto la teoría nada dice que yo sepa. En un próximo capítulo trataré de la construcción de puntos como sistemas de sucesos, cada uno de los cuales tiene una extensión finita; esta cuestión ha sido especialmente tratada por el Dr. Whitehead, pero el método que yo propongo es algo diferente del suyo. Mientras nos limitemos a la teoría de la relatividad no es necesario investigar si los acontecimientos tienen o no una extensión finita, aunque creo que es necesario dar por supuesto que dos sucesos pueden ocupar el mismo punto de espacio-tiempo. En esto, sin embargo, hay cierta vaguedad en las exposiciones autorizadas de la teoría, debido principalmente a la gran escala en que se producen los fenómenos que interesan especialmente a aquélla. Algunas veces parece como si la tierra entera se considerase como un punto; ciertamente el laboratorio de física así lo hace en la práctica de los tratadistas de la relatividad. En una ocasión el profesor Eddington ha considerado como infinitésimo de segundo orden una superficie de 9×10^{10} kilómetros cuadrados. Estas apreciaciones resultan cómodas para la discusión de la relatividad y por ello es innecesario precisar lo que se quiere decir con que dos acontecimientos ocupan el mismo punto o dos líneas del universo se cortan. Por el momento voy a admitir que ello es posible, en sentido estricto, reservándome exponer mis razones en otro capítulo.

Se supone que todos los puntos de espacio-tiempo pueden

tener cuatro números reales que le designan, e inversamente, que cuatro números reales cualesquiera (de cualquier valor dentro de ciertos límites) son las coordenadas de un punto. Esto lleva a la conclusión de que el número de puntos es $2^{\aleph_0}$ siendo $\aleph_0$ el número de números enteros finitos, es decir, que el número de puntos es el del continuo cantoriano. Cualquier clase de términos $2^{\aleph_0}$ es base de varias relaciones múltiples que dispone aquélla en un continuo de cuatro dimensiones, o en un continuo de n dimensiones para aquel objeto. Pero no precisamos tanto. De todas las formas de disponer los puntos de espacio-tiempo en un continuo de cuatro dimensiones, solamente una tiene significado físico, las otras existen sólo para la lógica matemática. De esto se sigue que debe haber entre los puntos algunas relaciones que sea posible deducir de una base empírica y que engendran un continuo de cuatro direcciones. Estas serán las relaciones ordinales de que hemos hablado en el penúltimo párrafo. Admitimos con esto que dichas relaciones ordinales engendran un continuo y que las coordenadas son tales que puntos cercanos tienen coordenadas parecidas. Más exactamente: las coordenadas del límite de un conjunto de puntos son los límites de las coordenadas del conjunto. Esto no es una ley de la naturaleza sino simplemente una prescripción en el modo de fijar las coordenadas. Deja gran amplitud pero no libertad completa. Permite que cualquier sistema de coordenadas sea reemplazado por otro en el que las nuevas coordenadas sean funciones continuas de las antiguas, pero excluye las funciones discontinuas.

Vamos a suponer ahora que dos puntos próximos cualesquiera tienen una relación métrica, llamada el "intervalo" entre ambos, cuyo cuadrado es una función cuadrática de las diferencias entre sus coordenadas. Esto es una generalización del teorema de Pitágoras, que nos llega a través de Gauss y Riemann. Puede ser útil detenernos un momento en su desarrollo histórico.

Por el teorema de Pitágoras si dos puntos en un plano

tienen coordenadas (x_1, y_1) (x_2, y_2) y s es la distancia entre ellos:

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Por una generalización inmediatamente evidente, si dos puntos en el espacio tienen coordenadas (x_1, y_1, z_1) (x_2, y_2, z_2) y la distancia entre ellos es s se tendrá:

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

Si la distancia es pequeña podemos escribir dx , dy , dz en vez de $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$, $z_2 - z_1$ y ds en vez de s , de modo que:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Gauss consideró el problema aplicado a superficies, lo cual se sale naturalmente de la fórmula anterior. En una superficie, la posición de un punto puede ser fijada por dos coordenadas que no necesitan referirse a nada que esté fuera de aquélla. Así, la posición de un punto en la tierra se determina por su longitud y latitud. Supongamos que u y v son dos coordenadas tales que fijan la posición de un punto en una superficie. En general, no tendremos:

$$ds^2 = du^2 + dv^2$$

como distancia entre puntos vecinos; en la mayoría de los casos no podemos establecer una fórmula de este tipo para definir u y v . Solamente podremos hacerlo tratándose de un cilindro o de un cono y, en general, de una superficie de las llamadas desarrollables, pero no en una esfera, por ejemplo. La fórmula general tiene la forma siguiente:

$$ds^2 = Edu^2 + 2 Fdudv + Gdv^2$$

en la que E , F y G casi siempre funciones de u y v , no constantes. Gauss mostró que hay ciertas funciones de E , F y G

que tienen el mismo valor, cualquiera que sea la forma en que se definan las coordenadas u y v ; estas funciones expresan propiedades de la superficie que pueden ser teóricamente descubiertas por mediciones llevadas a cabo en la misma, sin referencia al espacio externo.

Riemann extendió este método al espacio. Supuso que el teorema de Pitágoras puede no ser exacto y que la fórmula correcta para la distancia entre dos puntos debe ser la que resulta de la fórmula de Gauss, agregando otra variable. Demostró que este supuesto podría ser tomado como base de la geometría no-euclidiana. La geometría no-euclidiana, tomada en conjunto, careció, sin embargo, de aplicación física visible hasta que fue utilizada en la teoría einsteniana de la gravitación, que es un resultado de las ideas de Riemann y de la sustitución (que ya se había realizado en la teoría especial de la relatividad) del “intervalo” espacio-tiempo en vez de distancia espacial y tiempo.

En ésta, el intervalo entre dos puntos de espacio-tiempo, uno de los cuales es el origen, es, como dijimos:

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

si el intervalo es un pseudo-espacio y:

$$s^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

si el intervalo es un pseudo-tiempo. En la práctica se considera siempre la última fórmula. Cualquier sistema de coordenadas que sea admisible para la teoría especial, da el mismo valor para el intervalo entre dos puntos dados de espacio-tiempo. Pero ahora vamos a concedernos una amplitud mucho mayor para la elección de coordenadas y vamos a suponer que la teoría especial es sólo una aproximación, no siendo estrictamente cierta más que cuando no se tiene en cuenta el campo de la gravitación. Admitimos también que, para distancias pequeñas, existe una función cuadrática de las diferencias de coordenadas que tiene un significado físico y el

mismo valor, cualquiera que sea el modo de fijar las coordenadas, sujetándose a la condición de continuidad ya expuesta. Esto es: si x_1, x_2, x_3, x_4 , son las coordenadas de un punto y $x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3, x_4 + dx_4$, las de otro próximo, suponemos que existe una función cuadrática

$$\sum g_{\mu\nu} \frac{dx_\mu}{dx_\nu} \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4)$$

que tiene el mismo valor independientemente del modo como fijemos las coordenadas; definimos entonces ds como el "intervalo" entre los dos puntos próximos. Las funciones $g_{\mu\nu}$ lo serán de las coordenadas (en general no constantes) y por conveniencia tomaremos $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$. Así como Gauss pudo deducir de su fórmula la geometría de una superficie, así podremos nosotros deducir de la nuestra la geometría del espacio-tiempo. Pero tan pronto como introducimos el tiempo nuestra geometría no es meramente geometría, sino física; en otras palabras: es una combinación de historia y geografía.

Aunque dejando la materia a gran distancia, la teoría especial es exacta y por ello el espacio sigue siendo euclidiano puesto que si ponemos $dt = 0$ obtenemos la fórmula euclidiana de distancia. La cercanía de materia gravitante se manifiesta por el carácter no euclidiano de la región correspondiente. Esto requiere, sin embargo, algunas explicaciones preliminares, especialmente una exposición del método de los tensores, que dejaremos para el próximo capítulo.

En la teoría general todo depende de la existencia de la fórmula que hemos dado para ds^2 . La fórmula en sí misma tiene el carácter de una generalización empírica: ninguna justificación *a priori* sugiere. Es una generalización del problema de Pitágoras que puede demostrarse al principio. Pero esta demostración descansa sobre los axiomas de Euclides que no hay razón para tomar como exactos. Más aún, existe la dificultad de dar un significado a sus conceptos fundamentales tales como la línea "recta". La vieja geometría suponía

un espacio estático, hipótesis posible puesto que espacio y tiempo se consideraban separables. Es natural pensar que el movimiento sigue un camino que existía desde antes en el espacio y que continúa existiendo después: el tranvía se mueve a lo largo de una vía preexistente. Pero esta concepción no es ya sostenible. Un punto móvil es una serie de posiciones en el espacio-tiempo; otro punto móvil posterior no puede recorrer el “mismo” camino, desde el momento en que su coordenada de tiempo es diferente, lo que quiere decir que, en otro sistema de coordenadas igualmente legítimo, sus coordenadas espaciales serán también diferentes. Creemos que el tranvía recorre el mismo camino todos los días porque suponemos la tierra fija, pero desde el punto de vista del sol el tranvía jamás repite un mismo viaje. “No podemos bañarnos dos veces en el mismo río” como decía Heráclito. Es evidente pues que, en lugar de la línea recta estática euclidiana, debemos suponer un movimiento que tenga ciertas propiedades especiales definidas en términos de espacio-tiempo, no de espacio. El movimiento en cuestión es una geodésica de las cuales más adelante deberemos ocuparnos.

En la teoría de la relatividad, los puntos distantes de espacio-tiempo tienen sólo entre sí las relaciones que pueden obtenerse por integración de las que existen entre puntos próximos. Teniendo en cuenta que la distancia entre dos puntos es siempre finita, lo que llamamos relación entre puntos próximos no es realmente una relación entre puntos, sino que es un límite, como una velocidad. Solamente el lenguaje del cálculo puede expresar exactamente lo que esto significa. Podemos decir, hablando gráficamente, que la noción de “intervalo” se relaciona con lo que, en cada punto, *tiende* a ocurrir, aunque no podemos asegurar que ello realmente ocurra, porque antes de alcanzar cualquier posición prevista puede darse alguna causa que produzca una desviación. Esto es, desde luego, el caso de la velocidad. Del hecho de que, en un instante dado, un cuerpo está moviéndose en determinada dirección, con una velocidad conocida, nada podemos inferir acerca de la posición del cuerpo en otro instante

fijado, aunque sea próximo al primero. Para inferir el camino, que recorre un cuerpo, de su velocidad necesitamos conocer esta última en un tiempo finito. Análogamente, la fórmula del intervalo caracteriza cada punto separado de espacio-tiempo. Para obtener el intervalo entre un punto y otro, aunque estén muy próximos, debemos especificar una ruta e integrar a lo largo de ella. No obstante, como veremos, hay rutas que podríamos llamar “naturales”, que son las geodésicas. Sólomente por medio de ellas podremos ampliar provechosamente la noción del intervalo a las relaciones entre puntos separados entre sí por una distancia finita.

CAPÍTULO VII

EL METODO DE LOS TENSORES

El método de los tensores responde a una pregunta, que el carácter arbitrario de nuestras coordenadas hace urgente. ¿Cómo podemos saber si una fórmula desarrollada por medio de nuestras coordenadas expresa algo que descubra los fenómenos físicos y no meramente el sistema particular de coordenadas que se nos ha ocurrido emplear? La simultaneidad proporciona un ejemplo notable de los errores que son posibles en este respecto. Supongamos dos acontecimientos cuyas coordenadas, en el sistema de que hacemos uso, son (x, y, z, t) y (x', y', z', t) esto es, que sus coordenadas de tiempo sean las mismas. Antes de que existiera la teoría especial de la relatividad, todo el mundo hubiera afirmado que esto representa una característica física de los dos acontecimientos, a saber: que son simultáneos. Ahora sabemos que la característica en cuestión afecta también al sistema de coordenadas o, lo que es lo mismo, que no es una relación entre los dos acontecimientos solamente sino entre ellos y el cuerpo de referencia. Pero esto es hablar el lenguaje de la teoría especial. En la general nuestras coordenadas pueden no tener importancia física y dos sucesos que tienen una coordenada idéntica no necesitan poseer ninguna propiedad física intrínseca, que no pueda ser compartida por otro par de acontecimientos distintos. En la práctica debe haber algún principio al que se sujete la elección de coordenadas y este principio debe

tener *algún* significado físico. Pero podemos escoger, por ejemplo, para medir el tiempo el peor reloj que exista, siempre que se limite a marchar mal, sin llegar a pararse. Y como unidad de longitud podemos tomar la de un determinado gusano, haciendo caso omiso de la “contracción de Fitz Gerald” a la que el movimiento le somete. En este caso, si decimos que entre dos acontecimientos, que ocurren simultáneamente, existe la unidad de distancia, nuestra afirmación será el resultado de una comparación complicada de los acontecimientos con un mal reloj y un gusano de medida, que dependerá por tanto del sistema de coordenadas elegido. Nuestro fin es descubrir una condición suficiente, si no necesaria, para que una vez satisfecha, nos asegure que al establecer una proposición por medio de coordenadas aquélla tenga una significación independiente de éstas. La diferencia es algo análoga a la que en el lenguaje corriente distingue una frase de sentido general (como es el caso usual) cuyo significado depende de la forma de las palabras que la componen. Si digo “la fuerza es una cualidad deseable” mi afirmación puede ponerse en francés o alemán sin cambio de significación. Pero si establezco que “fuerza es una palabra que comprende tres consonantes y tres vocales” mi afirmación se torna falsa al traducirla a los citados idiomas. Pues bien, en física las coordenadas pueden compararse a las palabras, con la diferencia de que es mucho más difícil distinguir unas afirmaciones de las otras. Esta es la labor del método de los tensores.

No creo posible exponer éste sin acudir al lenguaje técnico y temo que aquellos filósofos que no han estimado necesario aprender cálculo han de renunciar a entenderlo. Es posible que en el porvenir se encuentre alguna forma sencilla de exponerlo; pero hasta el presente nada existe en este sentido (1).

Supongamos una cantidad vectorial, cuyas componentes

(1) Para lo que sigue véase Eddington, *Mathematical Theory of Relativity*, capítulo II, Cambridge, 1924.

son A^1, A^2, A^3, A^4 , (1, 2, 3 y 4 se emplean aquí como sufijos, no como exponentes para expresar potencias). Ocurre en ciertos casos que tomando nuevas coordenadas x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 , que sean funciones continuas de las antiguas x_1, x_2, x_3, x_4 , tendremos como componentes del vector en las nuevas coordenadas A'^1, A'^2, A'^3, A'^4 siendo:

$$A'^1 = \frac{\delta x'_1}{\delta x_1} A^1 + \frac{\delta x'_1}{\delta x_2} A^2 + \frac{\delta x'_1}{\delta x_3} A^3 + \frac{\delta x'_1}{\delta x_4} A^4$$

con fórmulas análogas para A'^2, A'^3, A'^4 . Cuando esto ocurre, el vector en cuestión se llama *contravariante*. El ejemplo más sencillo es (dx_1, dx_2, dx_3, dx_4) . Excepto en este solo caso la propiedad "contravariante" se simboliza por la posición superior del subíndice.

Tomemos ahora un vector cuyas componentes sean A_1, A_2, A_3, A_4 que es transformado de acuerdo con la ley:

$$A'_1 = \frac{\delta x_1}{\delta x'_1} A_1 + \frac{\delta x_2}{\delta x'_1} A_2 + \frac{\delta x_3}{\delta x'_1} A_3 + \frac{\delta x_4}{\delta x'_1} A_4$$

con fórmulas semejantes para A'_2, A'_3, A'_4 . Un vector tal se llama *covariante*. El ejemplo más sencillo es el vector cuyas componentes son:

$$\frac{\delta \varphi}{\delta x_1}, \frac{\delta \varphi}{\delta x_2}, \frac{\delta \varphi}{\delta x_3}, \frac{\delta \varphi}{\delta x_4},$$

siendo φ una cierta función, que tiene un valor fijo en cada punto, independientemente del sistema de coordenadas.

Es evidente que si tenemos dos vectores contravariantes A y B , cuyas componentes son iguales en un sistema de coordenadas, serán también iguales en cualquier otro sistema y lo mismo puede decirse de dos vectores covariantes A y B . Esto es consecuencia inmediata de las reglas de transformación, que acabamos de dar. Así, la igualdad de dos vectores contravariantes o de dos vectores covariantes, cuando existe,

es un hecho independiente del sistema de coordenadas. Es, en realidad, una ecuación tensora de la forma más sencilla.

La definición general de tensor es una generalización de las de vectores contravariantes y covariantes. En vez de un vector con sólo cuatro componentes, podemos tener una cantidad con dieciséis componentes:

$$A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{21}, A_{22}, A_{23}, A_{24}, \\ A_{31}, A_{32}, A_{33}, A_{34}, A_{41}, A_{42}, A_{43}, A_{44}.$$

Una cantidad tal puede designarse por " $A_{\mu\nu}$ " entendiéndose que μ y ν pueden tomar todos los valores desde 1 a 4. Análogamente podemos tener una cantidad con sesenta y cuatro componentes: A_{111}, A_{112} , etc., que puede representarse por " $A_{\mu\nu\sigma}$ " pudiendo tomar μ , ν y σ todos los valores desde 1 a 4. Estas cantidades se llaman "tensores", si obedecen a las leyes de transformación análogas a las de los vectores contravariantes y covariantes. Así, un tensor contravariante con dieciséis componentes, que se escribe " $A^{\mu\nu}$ " debe satisfacer la regla:

$$A'^{11} = \left(\frac{\delta x'_1}{\delta x_1} \right)^2 A^{11} + \left(\frac{\delta x'_1}{\delta x_2} \right)^2 A^{22} + \dots + \frac{\delta x'_1}{\delta x_1} \frac{\delta x'_1}{\delta x_2} A^{12} + \dots$$

con ecuaciones análogas para los otros componentes, como por ejemplo:

$$A'^{12} = \frac{\delta x'_1}{\delta x_1} \frac{\delta x'_2}{\delta x_1} A^{11} + \dots + \frac{\delta x'_1}{\delta x_1} \frac{\delta x'_2}{\delta x_2} A^{12} + \dots$$

Estas ecuaciones están comprendidas en la expresión siguiente:

$$A'^{\mu\nu} = \sum_{\alpha, \beta} \frac{\delta x'^\mu}{\delta x_\alpha} \frac{\delta x'^\nu}{\delta x_\beta} A^{\alpha\beta}$$

en que α , β pueden tomar todos los valores de 1 a 4. Análogamente un tensor covariante con dieciséis componentes, que

se escribe " $A_{\mu\nu}$ " es el que se transforma de acuerdo con la regla:

$$A'_{\mu\nu} = \sum_{\alpha, \beta} \frac{\delta x_{\alpha}}{\delta x'_{\mu}} \frac{\delta x_{\beta}}{\delta x'_{\nu}} A_{\alpha\beta}$$

y un tensor mixto, que se escribe A^{ν}_{μ} es aquel que satisface a la regla:

$$A'^{\nu}_{\mu} = \sum_{\alpha, \beta} \frac{\delta x_{\alpha}}{\delta x'_{\mu}} \frac{\delta x'_{\nu}}{\delta x_{\beta}} A^{\beta}_{\alpha}$$

No hay dificultad en extender estas definiciones a cualquier número de sufijos. Es obvio, como en el caso de vectores contravariantes y covariantes, que si dos tensores de la misma clase son iguales en un sistema de coordenadas, son también iguales en cualquier otro sistema, de modo que las ecuaciones de tensores expresan condiciones que son independientes del sistema de coordenadas elegido. Por esta razón todas las leyes generales de la física es necesario formularlas como ecuaciones de tensores; si esto no es factible, la ley de que se trata tiene que ser inexacta y requerir tales correcciones que permitan expresarla en la mencionada forma. La ley de la gravitación es el ejemplo más patente de lo que decimos, pero quizá no es menos notable la de la conservación de la energía (1).

Parece natural suponer que fuera posible desarrollar un método menos indirecto de expresión de las leyes físicas que el que suministra este método de los tensores, que es posiblemente una consecuencia del desenvolvimiento histórico de la física. Originariamente, las coordenadas en física se entendían como expresión de relaciones físicas entre el hecho estudiado y el origen. Tres de estas coordenadas eran longitudes que, según se creía, podían reconocerse midiéndolas con una regla rígida. La cuarta era un tiempo, que podía medirse con un cronómetro. Esta concepción presentaba, sin embargo,

(1) Véase Eddington, *op. cit.*, pág. 134.

dificultades que el progreso de la física ha evidenciado de un modo creciente. Mientras la tierra pudo considerarse como inmóvil, parecieron suficientes unos ejes fijos relativamente a aquélla y unos relojes que se mantenían en la superficie de la misma. Era posible desatender el hecho de que no hay ningún cuerpo absolutamente rígido y ningún reloj absolutamente exacto, porque el sistema de leyes físicas derivado de la elección de los cuerpos más rígidos y de los relojes más exactos, podía ser utilizado para estimar lo que separaba a estos instrumentos de la estricta constancia y los resultados se mantenían totalmente en pie por sí mismos. Pero en los problemas astronómicos, incluyendo el de las mareas, no se puede ya considerar la tierra como fija. Fue necesario a la dinámica newtoniana admitir que los ejes no debían tener ninguna aceleración; pero de la ley de gravitación resulta que todo eje material debe tener alguna aceleración. Los ejes, por tanto, se convirtieron en estructuras ideales en el espacio absoluto; las medidas reales con reglas materiales fueron solamente valores aproximados de las que se obtendría si dispusiéramos de ejes sin aceleración. Esta dificultad no era la más seria; la peor vino al enfrentarse con la aceleración absoluta. Entonces llegó el descubrimiento experimental de los hechos que condujeron a la teoría especial de la relatividad: la variación de longitud y masa con la velocidad y la constancia de la velocidad de la luz *in vacuo*, cualquiera que sea el cuerpo que se utilice para definir las coordenadas. Esta serie de dificultades fue resuelta por la mencionada teoría especial, al mostrar que se obtenían resultados equivalentes empleando un cuerpo de referencia cualquiera entre un conjunto de ellos que estén afectados por un movimiento rectilíneo uniforme. Con ello, sin embargo, sólo se obtienen los resultados que Newton y Galileo creyeron ya alcanzados. Los fenómenos electromagnéticos quedan incluidos en el campo de la relatividad, en lo que respecta a velocidades, pero claramente se encontró necesario extender aquélla a las aceleraciones y, una vez hecho esto, las coordenadas dejaron de tener el evidente significado

físico de que habían gozado hasta entonces. Es cierto que, hasta en la teoría general, una coordenada, en cualquier sistema que podamos emplear, tendrá siempre *algún* significado físico, pero éste es normalmente trivial y complicado, no como antes. importante y sencillo.

Parece natural preguntar: ¿No podríamos pasarnos sin coordenadas de ningún género, ya que éstas han llegado a ser poco menos que denominaciones convencionales sistemáticamente aplicadas? Quizá esto sea posible con el tiempo; pero, al presente, carecemos de los conocimientos necesarios para ello. Deseamos, por ejemplo, poder diferenciar, pero no podemos diferenciar una función a menos que sus argumentos y valores sean números. Ello no se debe a lo que pudiera parecer la parte más difícil de la definición de diferencial. Podemos, en efecto, definir, para una función no numérica, el límite (si existe) de una función para un argumento dado y también los cuatro límites que existen más frecuentemente, a saber: el máximo y mínimo para aproximación superior e inferior. Asimismo podemos definir una función "continua" no numérica (véase *Principia mathematica* *200-*234). Lo que en cambio no ha sido definido, excepto con auxilio de los números, es una fracción. Ahora bien $\frac{dy}{dx}$ es el límite de

una fracción; así, aunque podamos generalizar la noción de límite no nos es posible actualmente generalizar la expresión $\frac{dy}{dx}$, porque no podemos generalizar la definición de frac-

ción. Parece claro *a priori* que, puesto que la diferenciación de coordenadas es físicamente útil, incluso cuando el valor cuantitativo de dichas coordenadas es convencional, debe existir algún proceso, del cual la diferenciación es una forma numérica especial, que pueda aplicarse siempre que tengamos funciones continuas, hasta en el caso de que no sean numéricas. La definición de un proceso tal es un problema en lógica matemática, probablemente soluble, pero hasta ahora no resuelto. Si lo fuera en el porvenir, se haría posible

evitar el rodeo y complicación que implica la operación de asignar coordenadas, considerando entonces casi todas sus propiedades como carentes de sentido, que es lo que resulta cuando se hace uso del método de tensores.

Hay, sin duda, ciertos números que son importantes en la nueva geometría; son aquellos que dan la medida de los intervalos. Pero, según hemos visto ya, dos puntos separados por una distancia finita no tienen un intervalo concreto y dos puntos cualesquiera están siempre separados por una distancia finita. Los números a que afecta la noción de intervalo no son distancias finitas, sino números derivables de los dieciséis coeficientes $g_{\mu\nu}$ que comprende la fórmula de ds^2 que dimos en el capítulo anterior. Estos coeficientes son los que dependen del sistema de coordenadas, pero no ds^2 . No podemos desarrollar este tema hasta que hayamos tratado de las geodésicas; de ellas es de donde podremos derivar los números que, en la nueva geometría, tienen la misma especie de importancia física, de que las coordenadas gozaban en la antigua. Estos números son las integrales de ds tomadas a lo largo de ciertas geodésicas; pero, a diferencia de las longitudes en la antigua geometría métrica, resultan geométricamente insuficientes. En evitación de complicaciones sin objeto debemos explicar esta insuficiencia por medio de la teoría especial.

El más saliente ejemplo de la ineptitud del intervalo para constituir una geometría se deriva del estudio de los rayos luminosos. El intervalo entre dos sucesos que forman parte del mismo rayo de luz es cero. Supongamos ahora que un rayo de luz parte de un suceso A y llega a uno B ; en el momento en que alcanza B , otro rayo de luz parte de B y llega a C . Entonces el intervalo entre A y B es cero, el intervalo entre B y C es cero también, pero el que existe entre A y C puede tener cualquier valor de pseudo-tiempo. Euclides demostró que un lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y fue objeto de burla porque la proposición parecía evidente hasta para un burro. Pero en la geometría relativista dicha proposición es falsa. En nuestro triángulo

ABC , AB y AC son cero mientras que AC puede tener cualquier valor finito.

Repitamos que los acontecimientos que forman parte de un solo rayo de luz tiene un orden definido de tiempo, a pesar de que el intervalo entre dos cualesquiera de ellos sea cero. Esto se evidencia como sigue: Supongamos que un rayo de luz va del sol a la luna y de ésta es reflejado hacia la tierra; llega, pues, a ésta más tarde que otro rayo que parte del sol al mismo tiempo que el primero y vaya directamente a la tierra. Tiene, por lo tanto, un sentido definido, el decir que el primer rayo llega a la luna posteriormente a su partida del sol, es decir, que podemos afirmar que el rayo fue del sol a la luna y no de la luna al sol. Generalizando podemos decir: si A y B forman parte de un rayo de luz y existen rayos de luz de A a B , distintos del anterior, que contienen sucesos C y C' cuyo intervalo es un pseudo-tiempo, el orden de tiempo de C , C' es el mismo, cualesquiera que sean estos nuevos rayos; es decir, que tendremos siempre C antes que C' o siempre C' antes que C . En el primer caso diremos que el "sentido" del rayo es de A a B , en el segundo de B a A . Esto muestra las dificultades que encontraríamos si tratáramos de fundar nuestra geometría en el intervalo solamente. Debemos tener en cuenta también las propiedades puramente ordinales del espacio tiempo múltiple, las cuales dan una amplia separación entre la partida del sol de un rayo luminoso y su llegada a la tierra, aunque el "intervalo" entre ambos acontecimientos sea cero.

Volviendo ahora al método de los tensores y a su posible simplificación eventual, es probable que nos encontremos ante un ejemplo de la general tendencia a dar excesiva importancia a los números, tendencia que ha existido siempre en las matemáticas, desde el tiempo de Pitágoras, aunque fue temporalmente menos acentuada en la geometría griega posterior según aparece en Euclides. La teoría de la proporción, de Euclides, no prescinde desde luego de los números, ya que hace uso de los "equimúltiplos", pero de todos modos requiere solamente números enteros, no irracionales. Debido

al hecho de que la aritmética es fácil, los métodos griegos en geometría han constituido los cimientos desde tiempo de Descartes y las coordenadas han llegado a parecer indispensables. Pero la lógica matemática demuestra que el número carece lógicamente de sentido, en muchos problemas en que antes parecía esencial, especialmente en la inducción matemática, límites y continuidad. Es necesario hacer uso de una nueva técnica, que parece difícil, porque no nos es familiar, cuando no utilizamos los números, pero como compensación ganamos en rigor lógico. Debería ser posible aplicar un proceso análogo de purificación a los principios físicos. El método de los tensores asigna primero coordenadas y luego enseña el modo de obtener resultados que, aunque expresados por medio de coordenadas, no dependan en realidad de ellas. Debe ser posible una técnica menos indirecta, en la que no utilicemos más aparato que el lógicamente indispensable y que nos facilite un lenguaje que puede sólo expresar los hechos que son actualmente expuestos en el lenguaje de los tensores, no aquellos que dependen de las coordenadas elegidas. No digo que este método, si fuera descubierto, fuera preferible en la práctica; pero sí afirmo que nos proporcionaría una expresión más perfecta de las relaciones esenciales, lo que facilitaría grandemente la labor del filósofo. Entretanto el método de los tensores es, técnicamente, delicioso y basta para las necesidades matemáticas.

CAPÍTULO VIII

GEODESICAS

La importancia de las geodésicas deriva de la ley de la teoría general de la relatividad, según la cual una partícula no sujeta a fuerzas extrañas se mueve en una geodésica. Veamos primero en qué consisten éstas.

Un viajero recorriendo los Alpes puede desear trasladarse desde un lugar situado en un valle a otro lugar situado en otro, por el camino más corto, es decir, el más corto compatible con la condición de ir siempre por la superficie de la tierra. Esta ruta no le será posible determinarla tomando un mapa de gran escala y trazando entre ambos lugares una línea recta; porque esta línea puede implicar una pendiente media más elevada que otra cualquiera, que escale gradualmente la altura y baje por el otro lado, y en este caso puede ser más larga (tanto en distancia como en tiempo) que esta segunda línea. Lo que el viajero busca es una "geodésica", esto es, la línea más corta que puede trazarse sobre la superficie terrestre entre los dos puntos. Cuando no existen alturas, por ejemplo, en el mar, la línea más corta es la trazada sobre un círculo máximo. En superficies complicadas las geodésicas pueden ser también líneas muy complicadas. La definición que acabamos de dar: "la ruta más corta entre dos puntos" no es exacta. La verdadera definición dice que la distancia a lo largo de una geodésica, desde uno cualquiera de los puntos al otro, debe ser "estacionaria", es decir,

tal que cualquier otra ruta ligeramente distinta debe ser más larga, o bien que cualquier otra ruta apenas diferente debe ser más corta. Ello significa que, para pequeñas variaciones de ruta el cambio de primer orden de la longitud es cero. En efecto, en la geometría ordinaria de las superficies, la distancia geodésica es un mínimo, en tanto que en la teoría de la relatividad es un máximo. No hay en esto una tan radical diferencia como puede parecer al lector no matemático, ya que la distancia geodésica de que trata la teoría de la relatividad se parece más a lo que ordinariamente llamamos un lapso de tiempo que a una distancia espacial.

Concretemos algo más. La tierra en su revolución anual se traslada de un lugar a otro del espacio-tiempo; entre la posición del observatorio de Greenwich, en dos ocasiones separadas seis meses entre sí, existe un cierto intervalo. Desde el punto de vista de un observador, que residiera en el sol, el intervalo podría ser dividido primeramente en dos partes a saber: seis meses y 298.000.000 de kilómetros. Pero desde el punto de vista del observador de Greenwich, hay solamente un intervalo—el tiempo—puesto que el lugar ocupado es el mismo en ambas ocasiones. Si tomamos un reloj que se traslade, sin sufrir perturbación alguna desde uno de los puntos de espacio tiempo al otro, el intervalo entre ellos será el que el reloj registre como tiempo entre ellos. Pues bien, digo que si se obliga al reloj a recorrer una ruta ligeramente distinta de la anteriormente mencionada, de modo que se encuentre presente en el observatorio de Greenwich en las dos ocasiones separadas entre sí seis meses, pero permaneciendo ausente de la tierra entre ambas, el tiempo que el reloj registrará como empleado en su viaje será menor de seis meses. El intervalo entre puntos distantes no es, como ocurre en geometría, algo que pueda definirse independientemente de la ruta escogida. Debe obtenerse por integración a lo largo de un camino mayor de lo que sería recorriendo un camino ligeramente diferente. El tiempo entre dos acontecimientos, a los que un hombre esté presente, parece más corto si ha invertido el intermedio en un viaje más rápido

que si se ha dejado arrastrar pasivamente; se trata de una especie de ley de limitación cósmica. Todos los cuerpos abandonados a sí mismos eligen el camino que en cada momento es más sencillo, en el sentido de hacer que el tiempo transcurrido entre dos sucesos dados parezca el más largo. Es tiempo, sin embargo de acabar con estas digresiones y volver a nuestro asunto.

Puesto que el pequeño intervalo ds es independiente de las coordenadas, una línea geodésica también lo es. Podemos fácilmente obtener las ecuaciones diferenciales a que debe satisfacer una geodésica y estas ecuaciones permanecerán cumplidas por las mismas líneas, cualquiera que sea el sistema de coordenadas que empleemos. De un punto dado las líneas geodésicas parten en todas direcciones. Algunas de ellas son rutas recorridas por partículas que se mueven libremente, otras no. La ley que establece que el camino recorrido por una partícula es una geodésica no nos dice tanto como promete, ya que solamente por observación del movimiento de los cuerpos es como hemos descubierto que las rutas son líneas geodésicas. Suponiendo que la órbita de la tierra es una geodésica podemos llegar a inferir la naturaleza de la fórmula de ds^2 en el campo de gravitación del sol. Como quiera que no sabemos *a priori* determinar los coeficientes $g_{\mu\nu}$ que aparecen en la fórmula de ds^2 sus valores deben ser deducidos de la observación. Lo que podemos afirmar es que es posible, en forma compatible con los hechos observados, determinar los coeficientes $g_{\mu\nu}$ de modo que la ruta recorrida por un cuerpo en un campo de gravitación sea una geodésica. De este modo obtendremos una representación más exacta de los hechos que por la ley newtoniana, pero las diferencias que hemos podido observar entre ambas son pocas y de escasa importancia.

Aunque la antigua y nueva ley de gravitación no conducen a resultados muy diferentes—como verdaderamente debía preverse, ya que la primera se ajusta estrechamente a los hechos de observación—la diferencia de ideas que implican es muy grande. En la nueva teoría un planeta se mueve libre-

mente, mientras que en la antigua estaba sujeto a una fuerza central dirigida hacia el sol. En la teoría primitiva el planeta se mueve describiendo una elipse, en la nueva describe una línea lo más aproximada posible a una recta, produciendo una geodésica. En la primera el sol actuaba como un gobierno despótico que promulga decretos desde la metrópoli; en la segunda el sistema solar semeja la sociedad soñada por Kropotkín en la que cada uno hace lo que quiere en cada momento, obteniéndose como resultado un orden perfecto. Lo malo de todo esto es que, hasta donde la observación alcanza, la diferencia entre estas dos teorías es excesivamente pequeña. Para el hombre corriente debe parecer imposible conciliar la afirmación de que la tierra se mueve según una elipse con la de que en su movimiento describe una especie de línea recta, por muy extraño que parezca. Y, a pesar de ello, la diferencia total entre estas dos afirmaciones es sólo cuestión de convención. Actualmente sigue siendo posible adherirse a la explicación euclidiana del espacio; basta para ello explicar de modo diferente la ley de gravitación de Einstein, pero no es necesario rechazar nada de lo que ha sido comprobado como verdadero. El Dr. Whitehead considera este plan preferible al de Einstein. Por el contrario, lo que pudiera llamarse la nueva ortodoxia sigue las tendencias del profesor Eddington. Conviene analizar los puntos de divergencia.

El profesor Eddington dice (*op. cit.*, p. 37):

“Supongamos que un observador ha elegido un sistema definido de coordenadas espaciales y tiempo (x_1, x_2, x_3, x_4) y que la geometría de éstas viene dada por:

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + g_{22} dx_2^2 + \dots + 2 g_{12} dx_1 dx_2 + \dots \quad (16. 1)$$

Dejémosle con la equivocada impresión de que la geometría es:

$$ds_0^2 = - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 - dx_4^2 + \dots \quad (16. 2)$$

siendo ésta con la que está más familiarizado en matemáti-

cas puras. Empleamos la notación ds_0 para distinguir su equivocado valor del intervalo. Como los intervalos pueden compararse por métodos experimentales, nuestro observador descubrirá pronto que su ds_0 no puede conciliarse con los resultados de la observación y comprobará así su equivocación. Pero la mente no se liberta tan pronto de una obsesión. Es más probable que nuestro observador continúe con su opinión primitiva y atribuya la discrepancia de las observaciones a alguna influencia que actúa y afecta al comportamiento de los cuerpos que le sirven de referencia para medir los resultados. Por decirlo así, introducirá un agente sobrenatural, al que hará responsable de las consecuencias de su error. Veamos qué nombre dará a este agente.

“De los cuatro cuerpos de referencia considerados, la partícula móvil es, en general, la más sensible a los ligeros cambios de geometría y al hacer esta prueba descubrirá primeramente el observador las discrepancias. Como consecuencia, nuestro observador abandonará la idea de que:

$$\int ds_0 \text{ sea constante,}$$

es decir, que recorra una línea recta en el sistema de coordenadas (x_1, x_2, x_3, x_4) . La partícula, desde luego, no hace ningún caso de esto y se mueve según un recorrido diferente de forma que:

$$\int ds \text{ es constante.}$$

Aunque aparentemente no está afectada por ninguna perturbación, se desvía del “movimiento uniforme según una línea recta”. El nombre que se da a cualquier agente que ocasiona una desviación en un movimiento uniforme según una recta es *fuerza*, de acuerdo con la definición newtoniana de ésta. De aquí que el agente que invocará el observador, como consecuencia de su error, será descrito como “campo de fuerza”.

No siempre se introduce por inadvertencia el campo de fuerza como en el ejemplo precedente. En algunos casos se le introduce deliberadamente por el matemático—por ejemplo, al hablar de fuerza centrífuga. Ninguna ventaja habría y sí muchas desventajas en suprimir de nuestro vocabulario la frase “campo de fuerza”. Podemos por ello definir el procedimiento adoptado por nuestro observador. Llamamos (16. 2.) *geometría abstracta* del sistema de coordenadas (x_1 x_2 x_3 x_4) que puede ser arbitrariamente escogido por aquél. La *geometría natural* es (16. 1).

«Un campo de fuerza representa la discrepancia entre la geometría natural de un sistema de coordenadas y la geometría abstracta arbitrariamente atribuida a él».

El campo de fuerza deriva así de una actitud mental. Si no pretendemos obligar a nuestro sistema de coordenadas a que sea diferente de lo que realmente es, no habrá campo de fuerza”.

Realmente no aparece muy claro por qué al hombre que utiliza las fuerzas con una geometría convencional debe considerársele como equivocado, mientras que el que afirma que las partículas libres se mueven según líneas geodésicas y, para justificar utiliza una geometría especial, debe mirarse como pisando un terreno muy firme. Ciertamente es que no debemos concebir la “fuerza” como un agente actual, como hacía la antigua mecánica, sino meramente como una parte del método que describe cómo se mueven los cuerpos. Pero una vez convenido esto, es sólo cuestión de conveniencia hablar de las fuerzas o no. Concedamos que el método de la teoría general de la relatividad es mejor desde un punto de vista lógico-estético; no veo, sin embargo, por qué debemos considerarlo como más “verdadero”. Prescindo por el momento del hecho de que la ley de gravitación de Einstein da una descripción de los fenómenos algo más exacta que la de Newton, ya que no es, en realidad, pertinente al aspecto particular que venimos tratando.

Consideremos ahora el punto de vista del Dr. Whitehead

que, en este punto, se opone al del profesor Eddington. En el prefacio a su obra *The Principle of Relativity* (1), dice:

“Como resultado de la consideración del carácter de nuestro conocimiento en general y de nuestro conocimiento de la naturaleza en particular... deduzco que nuestra experiencia requiere y ofrece una base de uniformidad y que, en el caso de la naturaleza, esta base se muestra a sí misma como de uniformidad de las relaciones espacio-temporales. Esta conclusión descarta por completo la heterogeneidad casual de las mencionadas relaciones, que es la esencia de la última teoría de Einstein. Es esta uniformidad la que es indispensable a mi punto de vista y no la geometría de Euclides, que adopto solamente porque da la exposición más sencilla de los hechos de la naturaleza. No tendría inconveniente en creer que cada espacio permanente es uniformemente elíptico o uniformemente hiperbólico, si tales hipótesis explicaran más sencillamente los hechos de observación. Es inherente a mi teoría el conservar la antigua separación entre la física y la geometría. La primera es la ciencia de las relaciones contingentes de la naturaleza, en tanto que la segunda expresa su relación uniforme.”

Y al discutir la estructura del espacio-tiempo (*ib.*, página 29), insiste:

“La estructura es uniforme, como consecuencia de la necesidad para el conocimiento de que haya un sistema de relacionación uniforme, por medio del cual puedan expresarse las relaciones contingentes de los factores naturales. De otro modo no nos será posible saber nada hasta que lo sepamos todo”.

Y, en la pág. 64:

“Aunque el tiempo y el espacio no tienen en ningún sentido el carácter *a priori*, la relacionación esencial de cualquier campo perceptible de hechos a todos los demás precisa que la que existe entre todos los hechos esté de acuerdo con los que se revelen como ciertos en el campo especial indicado.

(1) Cambridge, 1922, p. v.

Porque solamente podemos saber que ciertos hechos distantes están relacionados espacio-temporalmente con otros que percibimos de un modo inmediato, por el conocimiento de estas mismas relaciones. En otras palabras, dichas relaciones deben poseer una uniformidad sistemática, para que podamos llegar en nuestro conocimiento de la naturaleza más allá de los casos aislados sujetos al análisis directo de la percepción individual... Esta doctrina conduce a rechazar la interpretación que da Einstein de su fórmula, como expresión de una heterogeneidad casual del espacio-tiempo dependiente de contingencias adjetivas”.

Así, mientras que Eddington parece considerar necesaria la adopción del espacio variable de Einstein, Whitehead cree que es preciso rechazarlo. Por mi parte no veo por qué debemos inclinarnos a uno u otro punto de vista; la cuestión parece ser sólo de conveniencia en la interpretación de la fórmula. No obstante, los argumentos del Dr. Whitehead merecen un detenido examen.

La fuerza principal de los párrafos que acabamos de citar, es epistemológica; implica el mismo problema kantiano: ¿Cómo es posible el conocimiento? No deseo abordar la cuestión en su forma general. Pero sin entrar en la teoría del conocimiento, hay lo que pudiera llamarse una respuesta de sentido común. Einstein nos habilita para predecir todo lo que puede predecirse de los acontecimientos astronómicos y esto es todo lo que puede pedírsele. El Dr. Whitehead critica la heterogeneidad “causal” del espacio-tiempo del sistema de Einstein. En cierto sentido el adjetivo está justificado, puesto que el carácter del espacio-tiempo en cualquier región depende de circunstancias que sólo pueden determinarse empíricamente, a saber: de la distribución de la materia en las cercanías. Pero en otro sentido el adjetivo no tiene justificación, ya que la ley de gravitación de Einstein suministra la regla, según la cual el espacio-tiempo es afectado por la proximidad de la materia. Decir que no podemos, con ayuda de esta regla, conocer por anticipado la geometría de una región no explorada, no parece una objeción sufi-

ciente, desde el momento en que tampoco podemos saber qué acontecimientos astronómicos tendrán lugar, a menos que conozcamos la distribución de la materia. Einstein y otros suponen la permanencia de la materia; este punto debe analizarse por separado, pues no atañe a nuestro actual objeto. La ruta que siguen los cuerpos celestes depende de la distribución de materia en sus cercanías, que es, según la frase del Dr. Whitehead, "casual". Incluso admitiendo la geometría de Euclides no podemos predecir los acontecimientos astronómicos, a menos que supongamos conocer los importantes hechos relativos a la distribución de materia en la región correspondiente. Y aportemos o no las consecuencias de estos hechos a nuestra geometría, no parece que obtengamos una gran diferencia en nuestra posibilidad de conocimiento físico. En todos los principios físicos teóricos existe una cierta mezcla de hechos y de cálculos; hasta tanto que tal combinación dé resultados confirmados por la observación, no veo posible hacer ninguna objeción *a priori*. El punto de vista del Dr. Whitehead parece basarse en el supuesto de que los principios de deducción científica deben ser, en cierto modo, "racionales". Es posible que todos nosotros partamos del mismo supuesto en una u otra forma. Pero por mi parte prefiero deducir del éxito la "racionalidad" que establecer por anticipado un patrón de todo lo que puede tomarse por digno de crédito.

Por eso no encuentro base para rechazar una geometría variable como la de Einstein. Y del mismo modo, tampoco veo razón para creer que los hechos la convierten en necesaria. El problema, para mí, es meramente de sencillez lógica y de facilidad de comprensión. Desde este punto de vista prefiero el espacio variable, en el que los cuerpos se mueven según líneas geodésicas, al espacio euclidiano con un campo de fuerzas. Pero no puedo admitir que el problema concierna a los hechos.

La conclusión que parece desprenderse de todo ello es que, cuando hablamos de física, en la forma en que la estamos considerando ahora, es decir, como un sistema deducti-

vo, hacemos bien en adoptar la interpretación einsteiniana: que las partículas libres se mueven siguiendo líneas geodésicas y que la ley de gravitación es la que explica la forma que éstas adoptan en las cercanías de la materia. Este punto de vista es extremadamente sencillo, aunque implique la utilización de una matemática complicada. Está además de acuerdo con los hechos y sitúa la ley de gravitación en un lugar reconocible entre los principios físicos, en lugar de dejarla, como antes, aislada y sin relación con el conjunto. Propongo, pues, continuar adoptando el punto de vista de Einstein, como el medio más fácil de interpretar los principios de la física, aunque ello no implique que ningún otro procedimiento sea posible.

Hay un aspecto de gran importancia teórica, que no está muy claro en las exposiciones corrientes de la teoría de la relatividad. ¿Cómo podemos conocer que dos acontecimientos ocurren en la misma porción de materia? Un electrón o un protón se supone que conservan su identidad a través del tiempo; pero nuestro continuo fundamental es un continuo de *acontecimientos*. Debemos, pues, suponer que una unidad de materia es una serie de acontecimientos o de grupos de acontecimientos. No aparece claro cual es el criterio teórico para determinar si dos acontecimientos pertenecen o no a una misma serie. Podemos, creo yo, suponer que dos acontecimientos que se solapan, es decir, que están ambos presentes en un mismo punto del espacio-tiempo, deben pertenecer a una misma porción de materia. (Ello no implica que un hecho que pertenece a una porción de materia no pueda pertenecer a ninguna otra.) Podemos también admitir que dos hechos que tiene un intervalo de pseudo-espacio o un intervalo cero, sin solape, no pertenecen a la misma porción de materia. Pero cuando dos acontecimientos tienen un intervalo de pseudo-tiempo no existe un criterio definido. Dos cualesquiera de ellos pueden unirse por medio de una geodésica, en la que dos cualesquiera de sus puntos tengan la separación de un pseudo-tiempo; por esta razón, en todo lo que respecta a las leyes de la dinámica

ambos *deberían* pertenecer a la misma unidad material. Sin embargo, a veces creemos que ello es así y a veces pensamos que no. Evidentemente atañe a los físicos el indicarnos cómo podemos decidir la cuestión en un caso dado. ¿Qué podemos nosotros decir sobre ello? (1).

La decisión depende necesariamente de la historia intermedia, es decir, de la existencia de algunas series de acontecimientos intermedios (o grupos de acontecimientos) siguiéndose uno a otro según determinada ley. Si existiera alguna ley a la que, en efecto, obedecieran las series de acontecimientos, podríamos utilizarla para definir lo que entendemos por unidad material. Sabemos que existen tales leyes; pero su importancia en este sentido no ha sido muy acentuada, porque difícilmente admitimos que existe un problema, debido a la sustitución de acontecimientos por porciones de materia como elemento fundamental de la física. Para el sentido común existe una ley más o menos vaga de lo que podríamos llamar continuidad cualitativa. Si miráis persistentemente en una dirección dada, los objetos que veis acaban generalmente por sufrir una alteración gradual; existen excepciones, tales como las explosiones, pero son raras. (No me refiero a una graduación teórica, sino a la que aparece como evidente a una percepción inexperta). Si observáis digamos, una mancha roja bien definida, cuya forma y color no se alteran grandemente, mientras la miráis concluiréis que hay allí un objeto material, especialmente si os es dable tocarla siempre que lo deseéis. El sentido común atribuye, en este sentido, una gran cantidad de constancia a sus objetos. Más aún se alcanza al reducir la materia a moléculas; más al reducir estas a átomos, y todavía más al reducir estos últimos a protones y electrones. Pero a los físicos no les complacen los electrones y protones más que por el hecho de que sus mesas y sillas, sus laboratorios y sus libros están constituidos en definitiva totalmente por los

(1) Este asunto se estudia nuevamente en el capítulo XIV, desde un punto de vista algo diferente.

mismos protones y electrones en disposiciones diferentes. La continuidad cualitativa sigue siendo la base de todo el sistema. Supongamos que una noche, preguntarais a un astrónomo: ¿Cómo sabe usted que aquella mancha blanca en el cielo es la luna? El os miraría fijamente tomándoos por loco. *No* contestaría a vuestra pregunta, porque el curso y fases de la luna han sido establecidos por la teoría astronómica y aquél es el lugar que debe ocupar la luna y la forma que debe aparentar en aquel determinado momento, en aquella longitud y latitud. Lo que podrá decir es: ¿que no puede usted *ver* que es la luna? A lo que razonablemente responderíais: Sí, yo puedo verla, pero no supuse que *usted* pudiera, porque usted debería haber superado un criterio tan tosco.

Por otra parte, existen en la física identidades que no son materiales. Una onda conserva cierta identidad; si así no fuera, nuestras percepciones visuales no tendrían la íntima conexión que en realidad tienen con los objetos físicos. Supongamos que vemos simultáneamente varias lámparas; podemos distinguirlas gracias a que cada una irradia sus propias ondas luminosas, que conservan su individualidad hasta que llegan a nuestros ojos. La razón principal, que tenemos para no considerar la onda como un objeto físico, parece ser la de que no es indestructible. Pero no es ésta nuestra única razón, puesto que, si lo fuera, deberíamos mirar la energía de la onda como un objeto físico. No consideramos la energía como una “cosa”, porque no se relaciona con la continuidad cualitativa de los objetos del sentido común: puede aparecernos como luz, calor o sonido o no sernos perceptible. Pero ahora que la energía y la masa resultan ser idénticas, nuestra negativa a considerar la energía como una “cosa” puede inclinarnos a creer que lo que posee masa no necesita ser una “cosa”. Esto parece conducirnos al punto de vista defendido por Eddington, de que hay ciertas invariantes y de que (con cierto grado de inexactitud) nuestros sentidos y nuestro sentido común las han singularizado como

merecedoras de nombres. La definición teórica correcta de una porción particular de materia dependerá así de las invariantes matemáticas, que resulten de nuestra fórmula del intervalo. Este tema requiere, sin embargo, un nuevo capítulo.

CAPÍTULO IX

LOS INVARIANTES Y SU INTERPRETACION FISICA

Hay un punto de vista, especialmente defendido por el profesor Eddington, que necesitamos estudiar en este momento, pues consigue sencillamente el objeto de desarrollar los principios físicos como un sistema deductivo independiente. Según esto, prácticamente toda la física teórica es una vasta tautología o convención, con la excepción única hasta ahora, de la parte relativa a la teoría de los *quanta*. En realidad esto no abarca la idea total del profesor Eddington sobre el asunto, según se muestra en los trabajos en que no escribe simplemente como técnico físico (1) pero es lo que podemos llamar su punto de vista "profesional" (2).

Empecemos por la conservación del momento y de la energía (o masa). Aquí partimos de una proposición de matemática pura, cuya explicación requiere ciertos preliminares. Se recordará que hemos llegado a la fórmula:

$$ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx_{\mu} dx_{\nu}$$

Tenemos:

$$g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{vmatrix}$$

(1) Véase su ensayo: *Science, Religion and Reality*, editado por Needham, 1925.

(2) Cf. *Mathematical Theory of Relativity*, §§ 52, 54, 66.

y llamamos $g_{\mu\nu}$ a la menor de $g^{\mu\nu}$ en este determinante dividida por g . Y también:

$$g_{\mu}^{\nu} = \sum_{\sigma} g_{\mu\sigma} g^{\nu\sigma}$$

que es $= 0$, si $\mu \neq \nu$ y es $= 1$, si $\mu = \nu$

El siguiente paso es la definición de los "símbolos de tres índices" que son:

$$[\mu\nu, \sigma] = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta g_{\mu\sigma}}{\delta x_{\nu}} + \frac{\delta g_{\nu\sigma}}{\delta x_{\mu}} - \frac{\delta g_{\mu\nu}}{\delta x_{\sigma}} \right)$$

$$\{\mu\nu, \sigma\} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} g^{\sigma\lambda} \left(\frac{\delta g_{\lambda\mu}}{\delta x_{\nu}} + \frac{\delta g_{\nu\lambda}}{\delta x_{\mu}} - \frac{\delta g_{\mu\nu}}{\delta x_{\lambda}} \right)$$

Podemos ahora definir el tensor que utiliza Einstein para su ley de gravitación. Es $G_{\mu\nu}$ siendo:

$$G_{\mu\nu} = \{\mu\sigma, \alpha\} \{\alpha\nu, \sigma\} - \{\mu\nu, \alpha\} \{\alpha\sigma, \sigma\} + \frac{\delta}{\delta x_{\nu}} \{\mu\sigma, \sigma\} - \frac{\delta}{\delta x_{\sigma}} \{\mu\nu, \sigma\}$$

sumadas para todos los valores de σ y α desde 1 a 4. Einstein toma como ley de gravitación en el espacio vacío $G_{\mu\nu} = 0$. Por el momento no abordaremos la ley de gravitación sino ciertas identidades. Pongamos:

$$G = \sum g^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4)$$

Además existe una regla para elevar o rebajar los sufijos en cualquier tensor de lo cual es un ejemplo el siguiente:

$$A_{\alpha}^{\mu} = \sum_{\nu} g_{\mu\nu} A_{\alpha\nu} \quad (\nu = 1, 2, 3, 4)$$

de donde:

$$G_{\mu}^{\nu} = g^{\nu^1} G_{\mu_1} + g^{\nu^2} G_{\mu_2} + g^{\nu^3} G_{\mu_3} + g^{\nu^4} G_{\mu_4}$$

Generalizando la noción de “divergencia” de un vector, obtenemos una definición general de la divergencia de cualquier tensor. Tomando un tensor de la forma A_{μ}^{ν} como ejemplo su “divergencia” tiene cuatro componentes:

$$(A_{\mu}^1)_1 + (A_{\mu}^2)_2 + (A_{\mu}^3)_3 + (A_{\mu}^4)_4 \quad (\mu = 1, 2, 3, 4)$$

de donde:

$$(A_{\mu}^1)_1 = \frac{\delta}{\delta x_1} A_{\mu}^1 + \sum_{\alpha} (\alpha \ 1, \ 1) A_{\mu}^{\alpha} - \sum_{\alpha} (\mu 1, \ \alpha) A_{\alpha}^1$$

y análogamente para $(A_{\mu}^2)_2$, etc. Estas definiciones las hemos dado con objeto de enunciar la proposición (1):

La divergencia de $G_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu}^{\nu} G$ es idénticamente nula.

que es lo que Eddington llama “el teorema fundamental de la mecánica”.

Para ver el uso que se hace de esta proposición, necesitamos introducir el “tensor-energía material” definido como:

$$T^{\mu\nu} = \rho_0 \frac{\delta x_{\mu}}{\delta s} \frac{\delta x_{\nu}}{\delta s},$$

en donde ρ_0 es la “densidad propia” de la materia de que se trata, es decir, su densidad relativa a los ejes que se mueven con aquélla. De aquí, por la regla usual para rebajar un sufijo, obtenemos un tensor T_{μ}^{ν} . Los principios de la conservación

(1) Eddington, *op. cit.*, pág. 115.

de masa y momento están contenidos en la proposición de que la divergencia T_{μ}^{ν} se desvanece. Esto sugiere la identificación de T_{μ}^{ν} con $G_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu}^{\nu} G$, cuya divergencia se desvanece idénticamente—aparte de un factor numérico que, por conveniencia, se toma del valor— 8π . Así, Eddington establece:

$$G_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu}^{\nu} G = -8\pi T_{\mu}^{\nu} \dots \dots (54.3)$$

que es la ley de gravitación para la materia continua.

Hemos necesitado hacer la presente digresión por el campo matemático, con objeto de que nos sea posible comprender las observaciones que le siguen, en la obra de Eddington (*op. cit.* pág. 119). Dice así:

“Recurramos ahora a un principio de identificación. Nuestra teoría deductiva parte del intervalo... del cual se obtiene inmediatamente el tensor $g_{\mu\nu}$. Por medio de las matemá-

ticas puras podemos derivar otros tensores... Estos constituyen los materiales con que hemos de construir el mundo y el objeto de la teoría deductiva es construir con ellos un mundo que funcione del mismo modo que nuestro mundo físico conocido. Si lo conseguimos, masa, momento, fuerza, etc., deben ser los nombres vulgares de ciertas cantidades analíticas de la teoría deductiva; y es este estadio de nominación de los tensores analíticos el que hemos alcanzado en (54.3).

Si la teoría proporciona un tensor $G_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu}^{\nu} G$ que se comporta exactamente de la misma forma que el tensor que relaciona la masa, el momento y la fuerza de la materia, sería difícil pretender nada más de ella”.

Hay otros ejemplos del mismo método en la obra de Eddington, pero hemos tomado el anterior como típico, ya que es matemáticamente más sencillo. Conviene analizar la naturaleza del método aparte de su contenido técnico. Esto es

lo más necesario, puesto que no es fácil ser claro en lo que se refiere a los elementos lógicos y empíricos de los principios físicos, según se desarrolla en el método precedente.

Fundamentalmente, el método en cuestión es el mismo que se ha seguido siempre que la matemática se ha aplicado al mundo físico. El fin deseado ha sido obtener leyes matemáticas, que den resultados exactos siempre, que sea posible contrastarlos con la observación. Cuanto más escasas, más generales y más comprensivas sean las leyes más se satisface el gusto científico. La ley de gravitación de Newton es mejor que las leyes de Kepler, tanto por ser una sola ley en vez de tres, como porque proporciona un número mayor de deducciones exactas. Pero en cada estadio de la evolución la materia, objeto de la física, deviene más abstracta y su relación con la que nosotros observamos, más remota. El ideal de Eddington es partir de una sola ley fundamental—a saber, la fórmula ds^2 —que, generalizada por Weyl, permite obtener las ecuaciones electromagnéticas lo mismo que la ley de gravitación. De dicha ley fundamental única podemos deducir, por pura matemática, la existencia de cantidades que se comportan en determinados sentidos. La teoría que elementalmente deducimos de la observación nos conduce a la creencia de que hay cantidades relacionadas con aquellas que observamos producirse en los mencionados sentidos. Por ello identificamos las cantidades observadas con las cantidades deducidas,—lo que, en esencia, es lo mismo que cuando asociamos lo que vemos en las ondas luminosas. Así, podemos mirar los principios físicos desde dos puntos de vista: el inductivo y el deductivo. En el segundo caso partimos de la fórmula de intervalo (junto con algunos otros supuestos) y deducimos, por medio de las matemáticas, un mundo que posee ciertas características matemáticas. Siguiendo el método inductivo, resultan las mismas características matemáticas, pero son ahora ellas las que deben suponerse como pertenecientes al mundo físico en su totalidad, si completamos la observación con el postulado de que todo ocurre de acuerdo con unas cuantas leyes sencillas.

Podemos así decir que el mundo de la física elemental es semi-abstracto, mientras que el de la teoría de la relatividad deductiva es totalmente abstracto. Es ilusoria la apariencia de que todos los fenómenos reales pueden deducirse de las matemáticas; lo que verdaderamente ocurre es que el fenómeno suministra una comprobación inductiva de los principios generales, que constituyen el punto de partida de nuestra matemática. Todo hecho observado conserva su pleno valor evidencial, pero ahora confirma no solamente alguna ley particular sino la ley general de que parte el sistema deductivo. No hay, sin embargo, necesidad lógica para que un hecho siga a otro dado, o a un cierto número de ellos, porque tampoco existe necesidad lógica en nuestros principios fundamentales.

Debe admitirse que la cuestión de interpretación es algo diferente, cuando la física se concibe bajo esta forma tan abstracta. ¿Qué es, por ejemplo, ds ? Partimos de una concepción que es, en cierto modo, inteligible en términos de observación. En el caso de un intervalo de pseudo-tiempo, es el tiempo el que transcurre entre los dos acontecimientos, según se mide con un reloj no sujeto a perturbaciones y que está presente en ambos. En la superficie de la tierra el tiempo medido por un reloj puede deducirse, con precauciones adecuadas, de las percepciones visuales de un observador cuidadoso. En el caso de un intervalo de pseudo-espacio ds , es la distancia entre dos acontecimientos estimada por las medidas realizadas en un cuerpo, que está presente en ambos y para el cual ambos son simultáneos. Se supone aquí posible la operación elemental de medición de longitudes. Pero cuando pasamos desde este punto de vista inicial al abstracto, que requiere la teoría general de la relatividad, el intervalo puede sólo estimarse realmente, utilizando principios físicos complicados para hacer deducciones, por medio de las cuales nos sea posible observarlo por medio de relojes y reglas de medida. Para la teoría lógica el intervalo es algo primordial, pero para el punto de vista de la comprobación empírica es una función complicada de da-

tos empíricos, formulados por medio de la física en su forma semi-abstracta. La unidad y sencillez del edificio deductivo no debe, por esto, ocultarnos la complejidad de los principios físicos empíricos o la independencia lógica de sus diversas porciones.

En particular, cuando la conservación de la masa o del momento aparece como una identidad, esto es solamente cierto en el sistema deductivo; en su significado empírico estas leyes no son, en modo alguno, necesidades lógicas. Podría sin dificultad existir un mundo en que fueran falsas y sería capaz de un tratamiento tan unificado y matemático como lo es la teoría general de la relatividad; pero, en todo caso, las leyes fundamentales serían diferentes.

Lo que es nuevo e interesante en el punto de vista, que hemos estado analizando, es el carácter de la relación entre principios físicos empíricos y deductivos. Pero no existe una verdadera disminución en la necesidad de ejercitar la observación empírica. Ni por un momento quisiera haber sugerido que lo que precede es una crítica del profesor Eddington; a la verdad quizá él podría tomarlo como una pretendida serie de verdades incontestables. Me he limitado solamente a poner en guardia contra una posible falta de comprensión por parte de aquellos que no sienten por las matemáticas el desprecio que resulta de la familiaridad.

En las observaciones anteriores he descuidado, sin embargo, un aspecto importante de la teoría de Eddington. Además del aserto de que la teoría general de la relatividad puede deducirse de un corto número de supuestos sencillos, atribuye interés al modo de hacer la deducción y a las consideraciones por las cuales la importancia esencial de las fórmulas matemáticas se aminora o al menos cambia de sentido, respecto a lo que naturalmente debería esperarse. Un buen ejemplo es el suministrado por el párrafo encabezado: "Interpretación de la ley de gravitación de Einstein (1). La ley en cuestión no es la $G_{\mu\nu} = 0$, que se supone insu-

(1) Eddington, *op. cit.*, § 66 págs. 152-155.

ficientemente exacta cuando se trata de distancias estelares; es la ley modificada:

$$G_{\mu\nu} = \lambda g_{\mu\nu}$$

en que λ debe tener un valor muy pequeño, tanto, que dentro del sistema solar la ley nueva da los mismos resultados, en los límites de observación que la $G_{\mu\nu} = 0$. La nueva ley se muestra como equivalente al supuesto de que, en el espacio vacío, el radio de curvatura en cualquier dirección es, en todas partes, $\sqrt{3/\lambda}$. Pero esto se interpreta como ley referente a nuestras reglas de medida—esto es, que ellas se ajustan al radio de curvatura en cualquier lugar y dirección, y puede formularse así:

“La longitud de una estructura material determinada conserva una relación constante al radio de curvatura del mundo en el lugar y en la dirección en que se desarrolla”.

Y se agrega la siguiente glosa:

“La ley no aparece ya como teniendo ninguna referencia a la constitución de un continuo vacío. Es una ley de estructura material, mostrando a cuáles dimensiones debe afectar una colección determinada de moléculas con objeto de ajustarse a sí misma al equilibrio con las condiciones del mundo circundante.”

En particular, los electrones deben realizar estos ajustes y en todo momento se sugiere que la simetría de un electrón y su igualdad con otros electrones no son hechos sustanciales, sino consecuencias del método de medida (págs. 153-4). No se puede pretender de un autor que lo haga todo, pero en este punto la mayoría de los lectores sentirán el deseo de discutir con alguna extensión la teoría de la medición. El significado elemental de la medida de longitudes se deriva de la superposición de un cuerpo supuestamente rígido. Un cuerpo rígido, según ha puntualizado el Dr. Whitehead, es ante todo uno que *parece* rígido—tal como una barra de acero en contraposición a un pedazo de papel. Cuando digo que un cuerpo “parece” rígido quiero significar que nos

aparece y lo sentimos como si fuera inalterable en forma y dimensiones. Así, en cuanto que en esto podemos confiar, el concepto implica una cierta relación constante con el cuerpo humano; si el ojo y la mano crecen en la misma proporción que el cuerpo "rígido" lo mirarán y tocarán creyendo que no ha sufrido cambio alguno. Pero si otros objetos de nuestro mundo circundante inmediato no crecen entretanto, podremos deducir que nosotros y nuestra medida hemos crecido. No tendría, sin embargo, significado alguno el suponer que todos los cuerpos son mayores en unos lugares que en otros; por lo menos si suponemos que el cambio se efectúa según una relación fija. Si no agregamos esta cláusula hay un verdadero significado en la proposición; en efecto, nosotros creemos actualmente que todos los cuerpos son mayores en el ecuador que en el polo norte, excepto aquellos que son demasiado pequeños para resultar visibles o palpables. Cuando decimos que la longitud de un objeto en el ecuador es un metro, no queremos decir que aquella sea la que tendría el metro tipo si se trasladara de París al ecuador. Pero la dilatación de los cuerpos con la temperatura hubiera sido difícil de descubrir si no nos hubiera sido posible disponer de cuerpos a diferentes temperaturas en las proximidades los unos de los otros y si no nos hubiera sido dable medirlos antes de que sus temperaturas se hubieran igualado; asimismo hubiera sido difícil, si todos los cuerpos se dilataran igualmente cuando sus temperaturas aumentan. Estas consideraciones elementales, junto con otras muchas, hacen de la rigidez un ideal a que los cuerpos reales se aproximan sin alcanzarlo. Por ello la mera superposición no da verdaderamente la medida de la longitud; implica solamente una comparación de los cuerpos en cuestión, pero no la de cualquiera de ellos con la unidad tipo de longitud. Para obtener esta última, debemos ajustar los resultados que obtenemos de modo inmediato por la operación de medida, mediante una serie de teorías físicas. Todo lo que podemos pedir es que las medidas que obtenemos sean entre sí congruentes, pero

es siempre posible que un cambio de teoría física pueda darnos otras medidas, que lo sean igualmente.

El profesor Eddington, en el párrafo que hemos citado, parcialmente al iniciar esta discusión, tiene buen cuidado de decir que se refiere a la medición por comparación directa. Dice así:

“La afirmación de que el radio de curvatura es una longitud constante requiere un análisis más detenido, antes de que pueda apreciarse su plena significación. La longitud no es absoluta y el resultado puede solamente expresar que es constante en relación con *los tipos materiales de longitud* utilizados en todas nuestras medidas y, en particular, en aquellas en que se verifique $G_{\mu\nu} = \lambda g_{\mu\nu}$. A fin de hacer una comparación directa, la unidad material debe transportarse al lugar en que se va a realizar la medida y debe orientarse en la dirección de la longitud que necesita medirse. Verdad es que, a menudo, utilizamos métodos indirectos, evitando un transporte y una orientación real, pero la justificación de estos métodos indirectos es que dan el mismo resultado que una comparación directa y su validez depende de la verdad de las leyes fundamentales de la naturaleza. Como quiera que estamos aquí discutiendo las más fundamentales de éstas el admitir a esta altura la validez de los métodos de comparación indirectos nos encerraría en un círculo vicioso.”

Confieso que me encuentro desorientado por este párrafo. Tomado en su sentido vulgar y estricto significa que el metro tipo debe tomarse de París y ser utilizado sin corrección alguna por temperatura, etc., porque, tan pronto como introducimos tales correcciones, damos implícitamente por supuestos un gran número de principios físicos y así parece que nos encerramos nosotros mismos en un círculo vicioso, que quedamos en que debe ser evitado. Es evidente, sin embargo, que no es esto lo que el profesor Eddington quiere decir, puesto que lo supera desde el principio al hablar del electrón, haciendo con él los ajustes precisados. Ahora bien, el electrón debe ser teóricamente, una unidad especial perfecta; pero, ciertamente, no podemos comparar su magnitud

directamente sin presuponer cierto conocimiento de la física. Parece que el profesor Eddington postula la existencia de un observador ideal que puede ver los electrones tan directamente (o, mejor, mucho más directamente) como nosotros una cinta métrica. En resumen, su medición directa es una operación tan abstracta y teórica como su simbolismo matemático. Admitido aquello, podemos considerar el electrón como nuestra unidad especial y desear que nuestro observador ideal pueda hacerlo igualmente. Desde luego no le será posible tomar un conjunto de electrones y formarlos en línea, uno al lado del otro, para medir una longitud dada, ya que se precisa una fuerza infinita para hacer que dos electrones se toquen. Para medir las longitudes corrientes deberá tomar (digamos) el hidrógeno a una temperatura y una presión dadas, encerrado en un balón cuyo radio sea la longitud que ha de medirse; podrá entonces contar el número de electrones en el balón y tomar su raíz cúbica como medida de la longitud en cuestión. Pero para determinar la temperatura y la presión deberá efectuar otras mediciones; además, tendrá que *suponer* que su balón es esférico. Por lo que se ve, el método no parece muy práctico.

Yo no tengo ninguna teoría completa de las mediciones físicas, que poder ofrecer; pero me parece deseable señalar cuán difícil es definir de un modo preciso lo que la medida significa en una ciencia tan avanzada como la física. Tenemos ciertos postulados, tales como: “las longitudes iguales a una tercera son iguales entre sí”, pero las mediciones reales, cuando se efectúan con rigor suficiente, no se encuentra que los satisfagan. Por ello inventamos leyes físicas para conservar nuestros postulados. A cada ley nueva que se introduce, resulta más difícil definir exactamente qué es lo que queremos decir, por ejemplo, cuando aplicamos el sistema métrico para fijar la longitud de onda de una determinada línea del espectro del hidrógeno. (Este modo de proceder resulta particularmente extraño por el hecho de que estas longitudes de onda se aplican a medidas más importantes que las que puede consentir el mismo metro tipo, cuya lon-

gitud sólo se conoce, en comparación con otras longitudes, con un grado muy moderado de aproximación.) En la teoría física la medición debería basarse en una integración de la fórmula de ds^2 . Pero en la física práctica la $g_{\mu\nu}$ de dicha fórmula sólo es posible determinarla efectuando mediciones. Así, la única cosa que quizá legítimamente podemos decir es esto: Es posible corregir los resultados de las mediciones reales hechos de acuerdo con ciertas reglas conocidas, de tal modo que las longitudes corregidas satisfagan postulados como el primer axioma de Euclides; cuando esto ocurre, encontramos por medio de la teoría física, que todos los electrones tienen la misma magnitud. Pero esto empíricamente considerado, no es, en modo alguno, un hecho sencillo. Y tomado como una afirmación de la teoría deductiva probablemente tiene una gran significación pero que pide explicaciones detenidas. Hasta que ellas lleguen todo uso de los números como medidas de las cantidades físicas, en la física teórica, provoca numerosos problemas, ya que no conocemos lo que en aquélla reemplaza a la medición, según se lleva a cabo en el laboratorio y en la vida diaria.

La teoría de la medición de longitudes provoca problemas que nos conducen naturalmente a la teoría relativista de Weyl acerca del electro-magnetismo, de la que nos vamos a ocupar inmediatamente.

CAPÍTULO X

LA TEORIA DE WEYL

La teoría que vamos a estudiar en este capítulo es, desde el punto de vista geométrico, una generalización natural del arbitrarismo de coordenadas de Einstein; desde un punto de vista físico introduce el electromagnetismo en el sistema deductivo, lo que no hace la teoría de Einstein. La teoría de que tratamos se debe a Hermann Weyl y puede encontrarse en su obra *Space, Time, Matter* (1922).

Las confusiones a que da lugar la medición, que hemos estudiado al final del capítulo IX, sugieren naturalmente el punto de vista de que Weyl parte. Dice así: "La misma certidumbre que caracteriza la relatividad del movimiento acompaña al principio de la *relatividad de la magnitud*» (*op. cit.*, pág. 283). La medida es una comparación de longitudes y Weyl sugiere que, cuando es preciso comparar longitudes, situadas en diferentes lugares, el resultado puede depender del camino seguido para pasar de un lugar al otro. Las longitudes situadas en el mismo lugar (por ejemplo, teniendo una extremidad común), si son pequeñas las considera como directamente comparables; también supone la continuidad en los cambios que acompañan al transporte. No paran aquí los supuestos, ni es la forma apuntada el modo más general de exponerlos, pero antes de que podamos expresarlos adecuadamente, precisamos hacer algunas observaciones.

Reducida a sus más sencillos términos, la concepción de

Weyl puede expresarse como sigue. Dado un vector en un punto, ¿qué es lo que queremos decir con que un vector en otro punto sea igual al primero? Debe existir cierto elemento convencional en nuestra definición; admitamos, para ello, como primer avance, establecer una unidad de longitud en cada lugar y veamos qué limitaciones conviene imponer a nuestro arbitrarismo inicial.

Para empezar, existe un supuesto que hacemos casi tácitamente, cual es que podemos reconocer cierta cosa en un lugar como siendo el “mismo” vector de otra en otro lugar. Quizá tomemos esta semejanza como meramente analítica: las dos son la misma función de las coordenadas en sus lugares respectivos. No creo agotar con esto todo el significado que ello encierra, pues a un vector se le supone cierta significación física, pero si algo falta no se ve cómo pueda ser definido. Por esta razón supondremos que, dada una función de las coordenadas, que es un vector, podemos considerar la misma función con otros valores de las coordenadas, como el mismo vector desplazado.

A continuación tenemos que definir el “desplazamiento paralelo”, lo que puede hacerse de distintas maneras. Quizá la descripción más gráfica es decir que es un desplazamiento a lo largo de una geodésica (Eddington, *op. cit.*, pág. 71). Otra definición dice que es un desplazamiento tal que la “derivada covariante” se desvanece, siendo la derivada covariante de un vector A_μ con respecto a v , $A_{\mu v}$ en que:

$$A_{\mu v} \frac{\delta A_\mu}{\delta x^v} = \sum \{ \mu v, \alpha \} A_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4)$$

Para la definición de $\{ \mu v, \alpha \}$ véase el principio del capítulo IX. En el cálculo de tensores la diferenciación covariante ocupa el lugar de la diferenciación ordinaria en muchos casos, puesto que la derivada covariante de un tensor es un tensor, mientras que la derivada ordinaria en general no lo es. Suponemos que nuestras unidades de longitud en diferentes lugares se escogen de tal modo que, cuando en virtud de

un pequeño desplazamiento se efectúa un traslado a un lugar próximo por desplazamiento paralelo, el cambio en la medida de la longitud es pequeño y proporcional a ésta. Suponemos, en resumen, que la relación del incremento de longitud a la longitud inicial, para un cambio de coordenadas (dx_1 , dx_2 , dx_3 , dx_4) es:

$$\kappa_1 dx_1 + \kappa_2 dx_2 + \kappa_3 dx_3 + \kappa_4 dx_4$$

de modo que: κ_1 , κ_2 , κ_3 , κ_4 constituyen un vector κ_μ .

Ahora nos será posible expresar las ecuaciones de Maxwell en términos de un vector que puede identificarse con el κ_μ precedente. De aquí que sea posible considerar los fenómenos electromagnéticos, en la forma explicada, por la variación de lo que se toma como unidad cuando pasamos de un punto a otro. No emprenderé la explicación de esta teoría, porque en todo caso requeriría prolijas disertaciones para comprender todo su alcance.

Aquí, quizá más que en cualquier otra parte de la teoría de la relatividad, es difícil desglosar los elementos puramente convencionales de aquellos otros que tienen un significado físico. Por el contrario, parece como si tratáramos de realizar el cálculo de los fenómenos físicos reales, basándonos en una mera convención, como es la elección de unidades. Pero no se trata de esto, desde luego. La forma en que se designan las unidades en los diferentes lugares es lo que llama Edington "sistema de aforo" y es sólo parcialmente arbitrario y en parte es la representación del estado físico del mundo. Esto se relaciona con el hecho de que los vectores no son puramente expresiones analíticas, sino que corresponden también a realidades físicas. Es de creer, sin embargo, que la teoría no ha sido aún desarrollada con la pureza lógica que fuera de desear, principalmente porque no se la prologa con ninguna explicación clara de lo que debemos entender por "medida" o—lo que viene a ser lo mismo desde el punto de vista de la teoría—lo que queremos decir cuando hablamos del "movimiento" de un vector, ya sea por desplazamiento

paralelo o de otro modo cualquiera. Para “mover” algo debemos estar capacitados para reconocer alguna forma de identificación entre cosas situadas en diferentes lugares. Quizá todo ello sea perfectamente claro para los expositores competentes de la teoría; pero, si es así, no han conseguido, sin pérdida de claridad, transmitir sus ideas a los lectores que no poseen la misma base. Cuando Eddington dice: “Tomemos un desplazamiento en P y trasladémoslo por desplazamiento paralelo a un punto P' infinitamente próximo” (pág. 200), yo me pregunto a mí mismo cómo el desplazamiento conserva exactamente su identidad al hacer el traslado; y la única contestación que sugieren las fórmulas que se nos acompañan es que dicha identidad es la de una expresión algebraica expresada en términos de coordenadas. Esto, sin embargo, es francamente insuficiente.

Después de exponer la teoría de Weyl, el profesor Eddington procede a su generalización y algunas de las explicaciones que da con este objeto pueden aplicarse a las dificultades con que tropezamos. Así, por ejemplo, dice (pág. 217):

“En la teoría de Weyl un sistema de aforo es parcialmente físico y parcialmente convencional; las longitudes en diferentes direcciones, pero partiendo del mismo punto, se supone que deben ser comparadas por métodos experimentales (ópticos) pero las longitudes aplicadas a puntos diferentes no se suponen comparables por métodos físicos tales, como el traslado de relojes y reglas y la unidad de longitud en cada punto se fija convencionalmente. Creo que esta definición híbrida de longitud es indeseable y que la longitud debe considerarse como puramente convencional o bien como un concepto estrictamente físico”.

Eddington procede a establecer una teoría generalizada en la cual, primeramente la longitud es puramente *convencional*, por comparaciones en un punto tanto como por comparaciones entre puntos diferentes. Esta teoría generalizada no parece implicar el mismo género de dificultades que antes nos ha-

bían perturbado. El párrafo siguiente, por ejemplo, sienta la doctrina con gran claridad (pág. 226).

“La relación de desplazamiento entre puntos-sucesos y la relación de “equivalencia” entre desplazamientos forman parte de una idea que solamente separamos de la manipulación matemática por conveniencia. Decir que la relación de desplazamiento entre A y B asciende a tal o cual cantidad, carece de significado absoluto, pero que la relación de desplazamiento entre A y B es equivalente a la de desplazamiento entre C y D es (o en todo caso puede ser) una afirmación absoluta. Así, cuatro es el número mínimo de puntos para el cual puede hacerse una afirmación de relación estructural absoluta. Los elementos últimos de estructura son, por lo tanto, elementos de cuatro puntos. Adoptando la condición de la geometría afín, he limitado las posibles afirmaciones, en lo que respecta a un elemento de cuatro puntos, a la aserción de que estos últimos forman o no un paralelogramo. La defensa de la geometría afín descansa en la no inadmisibles afirmación de que los elementos de cuatro puntos se diferencian entre sí por un solo carácter: a saber, que sean o no de una clase particular que convencionalmente llamamos paralelogramática. Por tanto, la descomposición de la propiedad paralelogramática en una doble equivalencia de AB y CD y AC y BD es meramente una definición de lo que quiere expresarse por equivalencia de desplazamientos”.

Aquí nos encontramos con una base teórica satisfactoria lógicamente para la medición. Es preciso suponer que, de hecho, hay importantes propiedades en los grupos de cuatro puntos, que son “paralelogramáticos”, y que las mediciones físicas son un método aproximado de descubrir qué grupos son los que gozan de esta propiedad. Nosotros encontraremos ciertas leyes que se cumplen aproximadamente cuando las medidas se efectúan de modo rápido e impreciso y que se cumplen con mayor exactitud a medida que introducimos mayores refinamientos al hacer la medida. Consideremos, por ejemplo, el axioma de Euclides: dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí. Probablemente

Euclides consideraba este axioma como una proposición lógicamente necesaria y la misma suposición hacen las personas que efectúan mediciones. Si dos longitudes, ambas iguales a un metro, resultan no ser iguales entre sí, el vulgo cree inmediatamente que existe un error en alguna parte. Por ello estamos continuamente definiendo de nuevo las operaciones prácticas de medida, con vistas a comprobar el primer axioma de Euclides tan exactamente como sea posible. Pero con la definición arriba indicada de igualdad de longitud, el primer axioma resulta una proposición importante, a saber: Si $ABCD$ es un paralelogramo y $DCEF$ lo es también, $ABEF$ lo será asimismo. Si esta proposición es cierta, será teóricamente posible definir la medición en forma tal que dos longitudes, ambas iguales a un metro, sean siempre iguales entre sí. Lo que se llama "exactitud" consiste, hablando en general, en la posibilidad de obtener un resultado conformable con cierto tipo ideal que se supone lógico pero que, en realidad, es físico. ¿Qué es lo que queremos decir al afirmar que una longitud ha sido "mal" medida? Cualquiera que sea el resultado que obtengamos al medir una longitud dada, aquél representa siempre un hecho en el mundo. Pero en lo que llamamos una mala medida, el resultado obtenido es complejo y de reducida universalidad. Si se trata simplemente de que el observador ha leído mal una escala, el resultado que obtiene implica una relación con su psicología. Si ha olvidado hacer una corrección física, por ejemplo, la relativa a la temperatura de su instrumento, el resultado afecta solamente a una medición hecha con aquel aparato particular y en aquella determinada ocasión. En la teoría de la relatividad tenemos otro ejemplo de lo que podemos llamar medidas "inexactas"; se trata de las medidas de las masas de las partículas α y β emitidas por los cuerpos radiactivos y que necesitan ser corregidas, de acuerdo con el movimiento de estas relativamente al observador, antes de que adquieran un significado general. En los sucesivos refinamientos aportados a la medición siempre se buscan las relaciones sencillas que puedan

englobarse en las leyes generales. Pero la existencia de tales relaciones (cuando existen) es un hecho empírico, de modo que mucho de lo que aparece a primera vista como lógicamente necesario es, en realidad, contingente. Por otra parte, el número de premisas que, en un sistema deductivo, tienen que concordar con una ciencia empírica, puede, con habilidad lógica, disminuirse en forma inconcebible. De ello es buen ejemplo la teoría de la relatividad que es una combinación de dos elementos diferentes: por un lado, los nuevos datos aportados por la experimentación; por otro, un nuevo método lógico. Debe considerarse un feliz accidente el que los dos aparezcan juntos; si la buena orientación del genio teórico no hubiera ido hacia adelante hubiéramos tenido que contentarnos durante mucho tiempo con hipótesis aisladas, tales como la contracción de Fitz Gerald. En cambio, tal como ahora es, combinación de teoría y experimentación, resulta uno de los mayores triunfos que el genio humano haya conseguido jamás.

CAPÍTULO XI

EL PRINCIPIO DE LAS LEYES DIFERENCIALES

La teoría de la relatividad permite una aplicación, en riguroso desarrollo, de un principio que comienza a formularse implícitamente en física con Galileo, a pesar de que éste no poseía la técnica matemática que aquél requiere. El principio a que me refiero es el de las “leyes diferenciales”, como podemos llamarlo. Decimos que cualquier relación que pueda existir entre acontecimientos distantes es el resultado de la integración según una ley, que en cada punto de una vista dado significa un cambio al pasar de uno a otro. Un ejemplo sencillo de ley diferencial es la “curva de seguimiento”: un hombre pasea a lo largo de un camino recto mientras su perro se encuentra en un campo contiguo; el hombre llama al perro y éste corre hacia él. Supongamos que, en cada momento, el perro corre exactamente en la dirección del punto en que su amo se encuentra en aquel momento. El descubrimiento de la curva descrita por el perro es un problema de integración, que resulta definido una vez que se conocen determinados datos. La ley newtoniana de gravitación proporciona un tipo de ley muy semejante, salvo que es la aceleración del planeta, no su velocidad, la que está dirigida hacia el Sol en cada momento. Largo tiempo hace que es ya un lugar común de la física que sus leyes causales

deben tener este carácter diferencial: deben indicarnos ante todo la tendencia en cada momento, no el lugar recorrido después de un tiempo finito. En una palabra, sus leyes causales toman la forma de ecuaciones diferenciales, generalmente de segundo orden.

Este aspecto de las leyes causales está ausente de la teoría de los *quanta*, de las ideas de los salvajes y personas ineducadas y de los trabajos de los filósofos, incluso Bergson y J. S. Mill. En la teoría de los *quanta* nos encontramos con una serie discreta de cambios súbitos posibles y con un cierto conocimiento estadístico de la proporción de casos en que cada posibilidad se realiza, pero no tenemos medio de determinar la ocurrencia de un cambio particular en un caso también particular. Además; este cambio no es del tipo de los que pueden expresarse por ecuaciones diferenciales; es el cambio desde un estado, expresado por un número entero o grupo de enteros a otro estado expresado por otro. Esta clase de cambio puede resultar ser físicamente la última o caracterizar al menos una parte de la física como gobernada por leyes de un tipo nuevo. Pero desde luego no veremos con gusto que la ciencia vuelva a la cruda forma de causalidad en que creen los fidjianos y los filósofos, cuyo tipo es la afirmación de que “el rayo produce el trueno”. Jamás puede existir una ley en virtud de la cual dado *A* en un punto pueda asegurarse que *B* existirá en otro, porque puede intervenir algún factor que evite a *B*. No podemos derivar tales leyes del fenómeno de los *quanta*, porque no nos es posible, en caso necesario, afirmar que *A* no continuará durante todo el tiempo en cuestión. El punto de vista que podemos adoptar, al presente, es que el fenómeno de los *quanta* tiene que ver con el intercambio de energía entre la materia y el medio circundante, en tanto que el cambio continuo se realiza en todos los demás procesos, que no implican el mencionado intercambio. Existen, sin embargo, dificultades en cualquier punto de vista que se adopte y no es para un lego el aventurar opiniones. No parece improbable

que, como sugiere Heisenberg, nuestras opiniones sobre el espacio-tiempo tengan que ser profundamente modificadas antes de llegar a una armonía entre el fenómeno de los *quanta* y las leyes de transmisión de la luz en el vacío. Por el momento, sin embargo, he de limitarme al punto de vista de la teoría de la relatividad.

Aunque la física ha trabajado siempre con ecuaciones diferenciales, desde la invención del cálculo, se ha supuesto que la geometría puede partir de leyes aplicables a espacios finitos. Si aceptamos el punto de vista de Einstein, no habrá ya ninguna separación entre geometría y física; cada proposición de la geometría tendrá algún contenido causal. Tomemos primeramente la teoría especial. Podemos obtener proposiciones de geometría, con relación a los ejes (x, y, z, t), manteniendo t constante; pero con relación a otros ejes estas proposiciones se referirán a sucesos que tienen lugar en tiempos distintos. Cierto es que dichos sucesos, en cualquier sistema de coordenadas, tendrán un intervalo de pseudo-espacio y no tendrán entre sí relaciones causales directas, pero sí relaciones causales indirectas derivadas de su linaje común. Pongamos algún ejemplo: La suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos rectos. Nuestro triángulo puede estar formado por reglas y rayos luminosos. En todo caso debe conservar cierta constancia mientras efectuamos las medidas. Tanto las reglas como los rayos luminosos son estructuras físicas complicadas y las leyes físicas que explican su comportamiento son tenidas en cuenta, al tomar unas y otras como aproximaciones a líneas rectas ideales. No obstante, en cuanto respecta a la teoría especial todo esto puede admitirse y todavía nos sería posible mantener una cierta distinción entre geometría y física, según la cual la primera sería un conjunto de leyes, que suponemos exactas y aproximadamente comprobadas, de relaciones entre las coordenadas x, y, z , en cualquier sistema de Galileo, cuando t se mantiene constante.

Pero en la teoría general el entrelazamiento de la geome-

tría y la física es más íntimo. No podemos, exactamente, reducir ds^2 a la forma:

$$dx_4^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$$

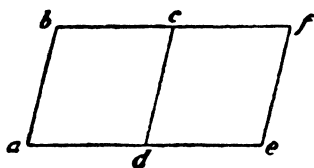
y por ello tampoco nos es posible distinguir con seguridad una de las coordenadas como siendo la que representa el tiempo. Tampoco nos es posible establecer una geometría atemporal, poniendo $x_4 = \text{constante}$. Con esto se produce un cambio en nuestros axiomas. Ya no tenemos, como en las geometrías de Euclides, Lobatchevsky, Bolyai y en la proyectiva, axiomas referentes a las líneas rectas de longitud finita. Ahora solamente disponemos como instrumental inicial de una geometría de los infinitésimos, de la cual deben obtenerse por integración los resultados de magnitud finita. Desde este punto de vista, la extensión que da Weyl a Einstein parece natural. Según dijimos en el último capítulo, comentando a Eddington, la afirmación de que las distancias AB , CD son iguales, significa la existencia de una relación entre los cuatro puntos A , B , C , D . Si todas las relaciones que constituyen nuestro instrumental inicial deben reducirse a lo infinitesimal, así debe hacerse con la mencionada; en este caso A , B , C , D , estarán muy proximos entre sí y la geometría de Weyl resulta aplicable.

En este punto, no obstante, el matemático puro encontrará probablemente una dificultad, que no ha de turbar grandemente al físico. El físico considera sus infinitésimos como pequeñas cantidades reales, que son—por ejemplo, en los problemas astronómicos—tales como se reconocen en grande en otros problemas. Para él, por lo tanto, una proposición establecida en términos de infinitésimos es perfectamente satisfactoria. En cambio, para el matemático puro no existen los infinitésimos, y todas las proposiciones en que ellos parecen participar deben poder expresarse como límites de lo que les ocurre a las cantidades finitas. Volviendo a nuestro caso particular: Debemos poder decir de un pequeño cuadrilátero finito que es, *aproximadamente*, un paralelogramo,

siempre que nos sea posible asignar un significado a la afirmación de que un cuadrilátero infinitesimal es exactamente un paralelogramo. El caso es exactamente análogo al de la velocidad en la cinemática elemental: podemos asignar un significado a la velocidad solamente porque podemos medir distancias finitas y tiempos

y formar así el concepto de límite de su cociente.

No aparece muy claro cómo hemos de satisfacer esta condición en el caso de la teoría de Weyl. Entiendo, no obstante, que



no existe la más pequeña razón para suponer que sea imposible satisfacerla. Supongamos que « $R(a, b, c, d)$ » significa que « a, b, c, d , forman un paralelogramo». Hemos de suponer que también lo forman $R(a, d, c, b)$, $R(b, a, d, c)$, etc., pero no $R(a, c, b, d)$, etcétera. También, si tenemos $R(a, b, c, d)$ y $R(c, d, e, f)$ debemos tener $R(a, b, f, e)$. Pero si decimos que « $S(a, b, c, d)$ » significa que « a, b, c, d , forman aproximadamente un paralelogramo» no podemos (si no hay medio de especificar un grado de aproximación) de $S(a, b, c, d)$ y $S(c, d, e, f)$, deducir $S(a, b, f, e)$. Ahora bien, si suponemos con Weyl que las longitudes aplicadas a un punto dado son comparables, podremos quizá dar las definiciones necesarias. Tendremos que tomar S , no R como relación fundamental, puesto que la distancia entre dos puntos cualesquiera es finita y se supone que ningún cuadrilátero finito puede ser exactamente un paralelogramo. O, quizá, tengamos que dar otro paso más y tomar, como relación fundamental, una de ocho puntos, a saber:

$$(a, b, c, d) T (e, f, g, h)$$

que significa « a, b, c, d se aproxima más a un paralelogramo que e, f, g, h ». Diremos entonces que, dados cuatro puntos cualesquiera, a, b, e, f , es posible encontrar puntos c, d , más

próximos a b y a respectivamente, que e y f lo están, de modo que:

$$(a b c d) T (a b f e).$$

Además podemos decir que si a, b, c, d están suficientemente próximos entre sí y

$$(a b c d') T (a b c d)$$

entonces la razón de dd' a dc puede hacerse aproximar a cero como límite, disminuyendo la magnitud de $a b c d$ en un sentido puramente ordinal. (Las relaciones ordinales entre puntos según dijimos antes, son admitidas como suposición previa en la teoría de la relatividad.)

Es muy probable que el proceso precedente pueda ser simplificado. No encierra, sin embargo, éste, importancia en sí mismo; su único objeto es mostrar que las derivadas que precisamos pueden definirse correctamente y que, aunque el tratamiento matemático pueda limitarse a los infinitésimos, las relaciones entre puntos separados por distancias finitas deben admitirse como ciertas, si el cálculo infinitesimal resulta aplicable.

El último resultado, cuya generalidad es evidente según la teoría de los límites, tiene cierta importancia filosófica. Dondequiera que la matemática trabaja en un medio continuo, con relaciones que, de un modo poco preciso, pueden definirse como existentes entre elementos contiguos, deben existir otras relaciones, enlazando los puntos separados entre sí por distancias finitas, que tengan como límites relaciones del primer tipo. Así, cuando decimos que las leyes tienen que expresarse por ecuaciones diferenciales, queremos afirmar que las relaciones finitas, que tengan lugar, no pueden formularse en forma de leyes exactas, sino solamente sus límites, disminuyendo las distancias. No decimos con ello que estos límites sean las verdaderas realidades físicas; por el contrario éstas continúan siendo las relaciones finitas. Y si nuestra teoría ha de resultar adecuada, debe encontrarse algún

camino para definir así las relaciones finitas, como consti-
tuyendo el tránsito al límite posible.

Se considera como un mérito de la teoría general de la relatividad, particularmente en la forma en que la ofrece Weyl (o en la aún más general seguida por Eddington) el de que libera de lo que podríamos llamar relaciones “integradas” consideradas como principios fundamentales. Así, Eddington, después de especificar que se refiere a la estructura, no a la sustancia, prosigue (pág. 224):

“Pero la estructura puede describirse hasta cierto punto y cuando se reduce a los últimos términos, parece resolverse en un complejo de relaciones. Y, además, estas relaciones no pueden estar enteramente desprovistas de comparabilidad puesto que, si es que hay algo en el mundo que sea comparable con otra cosa, todas sus partes son semejantes dentro de su disemejanza y allí no puede haber ni siquiera los rudimentos de una estructura.

El axioma del desplazamiento paralelo es la expresión de esta comparabilidad, y la comparabilidad que se postula parece que es casi la mínima concebible. Solamente las relaciones muy enlazadas entre sí—por ejemplo, entrelazadas en la relación-estructura—, se suponen comparables, y el concepto de equivalencia se aplica solamente a un tipo de relación. Esta relación comparable se llama desplazamiento. Si la representamos gráficamente, obtenemos la idea de situación en el espacio; la razón, por la cual es natural para nosotros, representa gráficamente esta relación particular y no entra en el objeto de la física.

Así, nuestro axioma de desplazamiento paralelo es la vestidura geométrica de un principio que podría llamarse de la comparabilidad de las relaciones próximas”.

Es evidente que en el pasaje que precede Eddington se *imagina* desplazamientos a una distancia finita, pequeña, uno de otro, no a distancia infinitesimal; no piensa en toda la complicación que supone un método que reemplaza los infinitésimos por límites. Podría sugerirse que él supone, por ejemplo, que una regla no cambiará mucho durante la frac-

ción de segundo que se requiere para trasladarla desde un lugar a otro de una plana. Pero al decir: no cambiará “mucho”, damos por supuesto cierto tipo de comparación cuantitativa, además de la que efectuamos con la regla, y esto nos conduce a los problemas que hemos venido estudiando.

No puedo sino creer que el punto de vista de Eddington lleva por sí mismo a desarrollos y análisis ulteriores, haciendo uso de la lógica matemática; especialmente esto es aplicable a las condiciones de la posibilidad de medición, asunto de que trataremos detenidamente en el próximo capítulo. Pero por el momento mi objeto es “la comparabilidad de las relaciones próximas”. En primer lugar, ¿qué queremos decir con comparabilidad? Un momento de reflexión demuestra que lo que buscamos es una relación transitiva simétrica, que cada una de las relaciones en cuestión tenga con algunas de las otras, pero no con todas. (Se supone, en el caso particular de la geometría general de Eddington, que cuando existe una relación tal entre el intervalo ab y el intervalo cd , existe también entre el intervalo ad y el bc . Pero esto, según él mismo admite (pág. 226), no es esencial. Ahora bien, ¿por qué debemos suponer que una relación simétrica transitiva del tipo precedente tiene más probabilidad de existir entre intervalos pequeños que entre intervalos grandes? Es decir, si b' está entre a y b y c' entre d y c , ¿es más probable que la relación en cuestión exista entre ab' y dc' que entre ab y dc ? No veo la razón para ello. Y pienso además que, con una interpretación correcta de los infinitésimos, la hipótesis entera de que la causalidad debe siempre existir entre elementos contiguos, se hace insostenible, a menos que abandonemos la idea de continuidad. Las leyes causales pueden ser todas ecuaciones diferenciales, pero el motivo de creer que ellas lo son debe ser empírico, no *a priori*. No puede derivarse de la imposibilidad de acción a distancia, a menos que la distancia misma sea una derivada de la causalidad, lo que bien pudiera ser el caso. Pero esto no significaría refuerzo alguno para aquellos que están deseosos de eliminar a toda costa la acción a distancia. De

todo ello se deduce que debe haber un apartado de la física —el que incluye la teoría general de la relatividad, según queda complementada por Weyl—, en el cual todo procede según ecuaciones diferenciales, mientras que en otra parte de la misma ciencia—la que se relaciona con la teoría de los *quanta*—en que todo este instrumental es, por completo, inaplicable. No hay, en modo alguno, razón *a priori*, en virtud de la cual todo deba proceder según ecuaciones diferenciales, puesto que, aun en este caso, la causalidad no se deduce realmente de la contigüidad; en un continuo no existe lo “contiguo”. Es, en el fondo, porque el concepto de “contigüidad” parece implicar naturalmente nuestro deseo de emplear el procedimiento de ecuaciones diferenciales; pero éste y aquél son lógicamente incompatibles, y nuestra preferencia por el segundo como explicación del primero procede sólo de una confusión lógica.

CAPÍTULO XII

MEDICION

Repetidamente en las anteriores discusiones hemos rozado el problema de la medición. Es tiempo de estudiar su contenido propio, tanto en lo referente a su definición como a las condiciones de posibilidad.

En primer lugar, ¿qué queremos decir con medición y medida? Claramente *no* nos referimos a *ningún* método para asignar números a una colección de objetos; deben existir propiedades de importancia, en relación con los números asignados. No se nos ocurre decir que los libros del Museo Británico estén medidos por los números del catálogo. Dada una colección cualquiera de objetos, cuyo número cardinal es menor o igual a $2^{\div}$, podemos asignar algunos o todos los números reales como “números de catálogo” a los distintos miembros de la colección. Dada cualquier colección de $2^{\div}$ miembros, puede disponerse en un espacio euclidiano, o no euclidiano de cualquier tipo conocido, con cualquier número finito de dimensiones, y una vez dispuesta, podrá ser sometida a la geometría métrica de su totalidad. Pero la “distancia” entre dos miembros de la colección, cuando se define en esta forma, carecerá, por completo, en general, de importancia, en el sentido de que sólo poseerá aquellas propiedades que se deducen tautológicamente de la definición, no aquellas otras empíricas que podrían dar utilidad de aquélla. Aun así, como en este caso, no hay razón para pre-

ferir uno a otro de los distintos sistemas incompatibles de distancias, que nos ofrece la matemática pura.

Permítasenos un ejemplo: En geometría proyectiva partimos de un conjunto de axiomas, que nada hablan de cantidad y que ni siquiera *evidentemente* implican orden. Pero se encuentra que ellos conducen a un orden y que, por medio de éste, pueden asignarse coordenadas a los puntos. Estas coordenadas tienen una significación proyectiva definitiva: representan la serie de construcciones cuadriláteras necesarias para alcanzar el punto en cuestión desde ciertos puntos iniciales dados. (Omito las complicaciones referentes a límites de las cuales se trata en el capítulo "Projective Geometry" del libro *The Principles of Mathematics*.) En este caso parece dudoso si tenemos medición o no. Hemos asignado coordenadas en forma que permite conservar las relaciones de orden de los puntos, y nos encontramos con que la distancia ordinaria entre dos puntos es una simple función de sus coordenadas proyectivas, aunque dicha función es algo diferente, según que el espacio sea euclidiano, hiperbólico o elíptico. Precisamente por esta diferencia es por lo que *no* debemos decir que hemos "medido" distancias cuando introducimos las coordenadas proyectivas. Estas últimas no podrán decirnos, por ejemplo, ni aún aproximadamente, qué longitud se recorrería al trasladarse de un punto a otro, y esto es precisamente la clase de idea que debe darnos la medida.

¿Qué es, entonces, lo que *se* entiende, al decir que en la teoría de la relatividad existe una relación métrica de intervalo? Permítasenos tomar el asunto en el punto en que Eddington lo deja. Sugiere éste que todo lo que se necesita es "comparabilidad" entre un par de puntos, o según él mismo dice, entre dos "desplazamientos". (Dejamos a un lado por el momento la cuestión de si esto debe verificarse solamente en pares de puntos que están muy próximos entre sí.) Este lenguaje parece algo vago; tratemos de aumentar su precisión.

Supongamos que entre un par de puntos hay a veces,

pero no siempre, una relación transitiva simétrica S . Entonces podemos definir como «distancia entre x e y » la clase de todos los pares de puntos que tiene la relación S respecto a (xy) . Ahora si en vez de (xy) S (zw) escribimos $xy = zw$, tendremos:

$$\begin{aligned} \text{Si } xy &= zw & zw &= xy. \\ \text{Si } xy &= zw \text{ y } zw &= uv, & xy = uv. \end{aligned}$$

De estas dos proposiciones se deduce que todo par de objetos x, y , en el campo de S cumple la condición de que:

$$xy = xy.$$

Esto parece ser todo lo que implican las palabras de Eddington. Pero no es, ciertamente, todo lo que necesitamos. Ni siquiera resulta suficiente si agregamos:

$$\text{Si } xy = zw, xz = yw.$$

Debe existir una conexión entre las distancias y las relaciones ordinales, deben existir procedimientos de sumar distancias y deben existir medios de deducir distancias nuevas de un cierto número de datos, como en

$$ds^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

Si todas estas condiciones se cumplen, podemos proceder a preguntar si nuestras distancias poseen algunas otras propiedades físicas importantes.

El tipo de relación que no se verificará, podemos mostrarla con la suposición de que $xy = zw$ signifique que xy y zw tengan las mismas dimensiones aparentes en el campo visual de un cierto observador; por ejemplo: los diámetros del sol y de la luna tendrán aproximadamente esta relación, que es simétrica y transitiva, pero carece de importancia física. Veamos qué es preciso para dar una definición de distancia, que tenga tantas propiedades cuantas sean posibles

de las poseídas por la distancia de la geometría elemental.

Si nos limitamos a las tres dimensiones, podemos definir inmediatamente un plano: éste constará de todos los puntos equidistantes de otros dos dados. Los puntos dentro de este plano, que equidistan de dos dados, situados también en él, forman una línea recta; podemos tomar esto como definición de la recta. Así, dados dos puntos P , Q , podemos definir el punto medio M de PQ : es el punto sobre PQ , que equidista de P y Q . Necesitaremos un axioma para admitir que este punto existe siempre y siempre es único. De este modo podremos dividir distancias por la mitad y doblarlas: definiremos desde luego PM como mitad de PQ . Desde aquí en adelante la asignación de medidas numéricas a nuestras distancias no ofrece ya dificultad. Por ello sólo es necesario el análisis detallado de lo que acabamos de decir.

En la geometría euclidiana corriente existe exactamente un punto, en el plano que equidista de tres puntos dados, situados en el mismo: es el centro de la circunferencia que pasa por aquéllos. En el espacio de tres dimensiones hay un punto que equidista de otros cuatro dados; en el de cuatro, de cinco. Esto último es también cierto en la teoría especial de la relatividad e incluso en la teoría general, en tanto que las distancias en cuestión son pequeñas. Si tomamos un punto $(d_1 x_1, d_1 x_2, d_1 x_3, d_1 x_4)$ próximo al origen, hay otro punto (dx_1, dx_2, dx_3, dx_4) que equidista del primero y del origen si

$$\Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu = d_1 s^2$$

(donde las $g_{\mu\nu}$ tienen sus valores del origen) lo que es una sencilla ecuación en dx_μ . Cuatro ecuaciones como ésta dan un conjunto único de valores para (dx_1, dx_2, dx_3, dx_4) . Por lo tanto, existe solamente un punto equidistante de otros cinco dados, situados muy próximos entre sí. Además, una sencilla ecuación que podemos tomar en forma, que sea la de la parte de plano próxima al origen, nos da el lugar geométrico de los puntos próximos al origen, y que equidistan de él y de otro punto próximo. En efecto, como era de esperar, para peque-

ñas distancias, todo ocurre como en la geometría elemental, dada la fórmula de ds^2 .

Pero la mera suposición de que existen relaciones tales como S entre pares de puntos, no conduce a estos resultados, ya que no implica la interrelación de distancias que viene dada por la fórmula de ds^2 . No obstante, es teóricamente suficiente como base de medición, puesto que, según hemos visto, nos permite dividir distancias por la mitad y doblarlas y, por ello, asignar números a las mismas. Ello demuestra que la geometría de la relatividad, incluso en su forma más abstracta y general, supone mucho más que la mera posibilidad de medida que, en sí misma, tiene bien poco valor, puesto que no conduce a ninguna geometría; esta solamente se obtiene cuando existe cierta interconexión entre diferentes medidas.

Puede preguntarse si, cuando se generaliza la geometría de la relatividad hasta su límite extremo, subsiste en sus fórmulas algún elemento genuinamente cuantitativo. Nosotros partimos de un mundo ordenado en cuatro dimensiones y asignamos coordenadas, sujetas a la única restricción de que sus relaciones ordinales deben reproducir aquellas que existen en el mundo propuesto. Entonces procedemos a encontrar fórmulas (ecuaciones-tensores) que subsistan igualmente en todos los sistemas de coordenadas que satisfacen la condición precedente. Puede darse la posibilidad de que estas fórmulas expresen solamente en realidad relaciones ordinales y que la única ventaja de las coordenadas resida en el hecho de que nos proporcionan nombres para los términos en que se nos representa un mundo del tipo en cuestión. (No nos suministran nombres para *todos* ellos; el número de nombres es $\div 0$ y por ello, sólo una proporción decreciente de números reales puede ser nombrada, es decir, expresada por medio de una fórmula de complejidad finita, utilizando números enteros.) Esta posibilidad requiere una investigación.

El problema puede discutirse igualmente bien en dos dimensiones. En la teoría de superficies de Gauss, una esfera

y un elipsoide, por ejemplo, se distinguen en que existe una diferencia irreductible entre las fórmulas de ds^2 para ambas superficies cuando se expresan en términos de dos coordenadas; ella pone de manifiesto el hecho de que la medida de la curvatura es constante en el caso de la esfera y no lo es en el caso del elipsoide. Ya desde un punto de vista puramente ordinal, tal como el del *analysis situs*, las dos superficies son imposibles de diferenciar. ¿Qué es exactamente lo que hemos agregado para llegar a esta distinción? Este problema es esencialmente el mismo que se plantea en la teoría general de la relatividad.

En parte, resulta sencilla la respuesta en este caso. Lo que se agrega es la comparabilidad de distancias en diferentes direcciones. En tanto que nuestro instrumental es puramente ordinal, podemos hablar de tres puntos que tengan el orden ABC , en que B está más cerca de A que C ; pero nada análogo podemos afirmar de tres puntos que no están en fila. No digo “en línea recta” porque el concepto que ello implica es más general, según veremos más adelante. Pero aunque lo anterior sea una parte de la respuesta, no parece ser toda ella ya que nuestra relación S también nos permite comparar distancias que no tienen un origen común.

Parece que el carácter que distingue a la distancia, según se requiere en geometría, en proposiciones tales como la de que “subtiende un ángulo dado en un punto también dado”, es la ausencia de referencias a nada externo. Cuando la distancia entre dos puntos es igual a la distancia entre otros dos, hacemos una suposición de hecho que no exige referencia a ningún otro punto o puntos. En realidad, esta es la razón por la cual el “intervalo” ha sustituido a la distancia; esta última, según ha sido concebida hasta ahora, se encontró que dependía del movimiento del sistema de coordenadas y que, por tanto, no era aún relación geométrica intrínseca. La distancia, si debe responder a su objeto, debe ser una función de los dos puntos exclusivamente y no debe precisar de ningún otro dato geométrico. Aquí, para los fines de la relatividad, la cinemática está incluida en la geometría.

El ángulo, que dos puntos subtienden en un punto dado, se convierte en una función de *tres puntos*, tan pronto como dicho último punto se considera variable. No deben existir caminos como éste para convertir la distancia entre dos puntos en una función que comprenda además otras variables.

No estoy seguro, sin embargo, de la necesidad de introducir esta consideración algo dificultosa. En geometría ordinaria los puntos a una distancia dada de otro punto dado se encuentran en la superficie de una esfera; pero si definimos la distancia PQ como ángulo POQ , siendo O un punto fijo, los puntos situados a una distancia dada de P constituyen un cono. Ahora bien una esfera y un cono son distinguibles en el *analysis situs*. Por lo tanto, la definición indeseable precedente puede ser excluida, insistiendo en que los puntos situados a una distancia dada de otro punto dado tengan que formar una superficie oval. En la teoría de la relatividad esto no es cierto para puntos que tienen intervalo cero, desde otro punto dado; en realidad sólo es exacto cuando el intervalo en cuestión es un pseudo-espacio. Pero nos es posible especificar las características, por *analysis situs*, de la superficie tridimensional de distancia constante desde un punto dado. Estas son las que deben agregarse al postulado de que tal distancia existe. ¿Podremos, por un camino como éste, superar la necesidad aparente de distinguir entre una esfera y un elipsoide, relacionando la diferencia con la definición de distancia? No puedo asegurarlo, aunque evidentemente el problema debe ser fácilmente soluble.

Todo principio de medición, que haya de aplicarse en la práctica debe ser tal que las leyes empíricas importantes tengan conexión con las medidas según él efectuadas. Siempre habrá un número infinito de caminos para relacionar números con los miembros de una clase cuyo número cardinal es menor o igual a $2^{\div}$. Algunos de aquellos pueden tener importancia, pero los más carecen de ella. Algunas condiciones pueden dejarse de lado. En primer lugar, los

miembros de la clase de que se trata pueden ser, de modo evidente, capaces de un orden que sea causalmente importante. Si tomamos todas las manchas de color que hayan sido o puedan ser en lo futuro percibidas, observaremos que ellas guardan, en primer lugar, un orden en el espacio-tiempo que es, evidentemente, causalmente importante; en este orden no hay dos que ocupen la misma posición—es decir, las relaciones correspondientes son todas asimétricas. Pero ellas tienen también un orden según los colores* y la intensidad de su brillo. En este orden hay relaciones transitivas simétricas—por ejemplo, entre dos manchas del mismo color exactamente. La física pretende relacionar también estas últimas características de los colores con cantidades espacio-temporales, tales como las longitudes de onda. Esto no sería admisible si a las alteraciones continuas de cualidad no correspondieran alteraciones continuas en las correspondientes cantidades físicas. Dondequiera que observamos una serie cualitativa, tal como la de los colores de un arco iris, suponemos que debe haber causalidad e insistimos en que los números utilizados como medidas deben tener el mismo orden que las cualidades que miden. Lo primero es un postulado, lo segundo una convención. Ambos han demostrado su utilidad, pero ninguno de ellos es una necesidad *a priori*.

Hay órdenes que, evidentemente, carecen de importancia causal, por ejemplo, entre los seres humanos, el orden alfabético. Los seres humanos, como los colores, tienen varios órdenes que son causalmente importantes—el orden de espacio-tiempo, el orden de altura, peso, fortuna, inteligencia medible por el método del profesor X. etc. Pero el orden alfabético nunca se consideraría como importante; nadie puede esperar desarrollar un cálculo biométrico basado en un sistema en el que el ser humano tenga coordenadas dependientes del orden alfabético de su nombre. Hablando en general, puede decirse que las relaciones más sencillas son las más importantes. Aquí hago uso de una elección puramente lógica, al referirme a la sencillez; si se toman proposiciones en que exista la relación dada, se

encontrarán algunas que tienen el mínimo de constituyentes compatible con la mención de dicha relación y, a su vez, una relación puede ser un compuesto molecular de otras relaciones—por ejemplo, disyunción, conjunción, negación o complejo de todas ellas. Una relación molecular tiene siempre un cierto número definido de átomos. Una relación no molecular se llama atómica y tiene entonces un número definido de términos en las proposiciones más sencillas en que existe. Una relación atómica es tanto más sencilla, cuanto más escaso sea su número de términos; una relación molecular, cuanto más escaso sea el número de sus átomos. Hay muchas e importantes razones empíricas, para pensar que las leyes de una ciencia se hacen más importantes y comprensivas, a medida que las relaciones que implican se hacen más sencillas. La relación entre una persona y su nombre es de una inmensa complejidad, en tanto que, según se admite, la relación de que depende el intervalo es extremadamente sencilla. El orden cualitativo de colores, a que antes hemos aludido, es también sencillo, en tanto que nos referimos a los colores según nos los ofrece la percepción, no según los interpreta la física. Estas relaciones sencillas deben ser, siempre que sea posible, la base de los sistemas de medición.

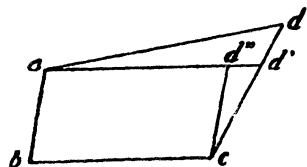
Existe una distinción tradicional entre cantidades extensivas e intensivas, que conduce a cierta confusión cuando se toma al pie de la letra. La teoría es que las cantidades extensivas están compuestas de partes y las intensivas no. Las únicas cantidades verdaderamente extensivas son números y clases. Cuando nos referimos a clases finitas, podemos tomar el número de sus términos como una medida de las mismas, y éstas tienen partes correspondientes a todos los números más pequeños. Pero en geometría nunca hemos de tratar de cantidades que tiene partes. El número de puntos que contiene un volumen, sea grande o pequeño, es siempre $2 \div 0$ en la geometría usual; por tanto, la magnitud no tiene nada que ver con el número. El intervalo, según hemos visto, es una relación y no pueden ser parte de él intervalos más pequeños. Si AB y BC son intervalos iguales en una línea recta,

decimos que el intervalo AC es doble que cualquiera de aquéllos y lo estimamos como “suma” de AB y BC. Pero solamente en virtud de una convención, aunque nos parece casi irresistible, podemos tomar, como medida de AC, un número doble de los que asignamos como medida a AB o BC. Y decir que AC es la «suma» de AB y BC es una afirmación muy ambigua, puesto que la palabra «suma» tiene muchos significados. Cuando AB y BC se consideran como vectores, podemos decir que AC es su suma, incluso en el caso de que aquéllas no estén en una línea recta. Más aún, dadas ciertas definiciones adecuadas, podemos decir que los puntos entre A y C son la suma (en el sentido lógico) de los puntos entre A y B y entre B y C; esto solamente será cierto si ABC es una línea recta. Pero la distancia entre A y C, considerada como una relación, no es propiamente la “suma”, en ningún sentido admitido, de las distancias AB, BC. Por tanto, todas las cantidades geométricas son “intensivas”. Ello demuestra que la distinción entre intensivo y extensivo carece de importancia.

En lo que se refiere al intervalo es necesario comparar sus características formales con las de semejanza. Hemos dicho que, en la geometría generalizada, con que termina Eddington, buscamos una relación entre cuatro puntos próximos entre sí, que exprese el hecho de que forman un paralelogramo. Pero tropezamos con ciertas dificultades, debido a que esto sólo se supone posible para un cuadrilátero infinitesimal, que es una ficción de la imaginación matemática y no es totalmente posible ver el modo de sustituir un procedimiento acudiendo a estas limitaciones. Nos vemos conducidos a sospechar que en vez de decir “*abcd* es un paralelogramo” deberíamos afirmar: “*abcd* es más aproximadamente un paralelogramo que *efgh*”. Quizá esta proposición pudiera simplificarse algo. Supongamos que decimos “*abcd* es más aproximadamente un paralelogramo que *abcd*”. Y quizá aún podría simplificarse más hasta tomar la forma “*cd* es más semejante a *ba* que *cd*”. Aquí suponemos que entre dos puntos *cualesquiera* hay una relación que no llamaremos

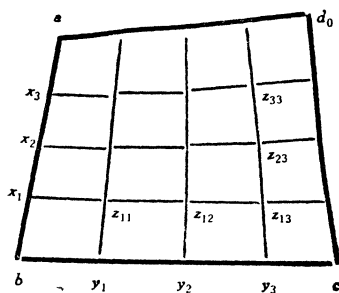
distancia, sino (digámoslo así) “separación”, y que esta relación, como una mancha de color, es capaz de tener una mayor o menor semejanza a otra de la misma clase. En un espacio euclidiano dos separaciones finitas finitamente separadas pueden ser exactamente similares en los aspectos a que nos estamos refiriendo; nosotros tenemos entonces un paralelogramo finito. Pero en la geometría generalizada, de que ahora nos ocupamos, podemos decir que no hay dos separaciones que sean exactamente iguales, aunque pueden ser capaces de una aproximación indefinida a ello. Veamos adónde nos lleva esto.

En el caso de similitud tenemos una relación que puede tener grados distintos y pudiera llamarse “casi-transitiva”. Por ejemplo, si A es casi igual a B y B es casi igual a C , A debe ser aproximadamente igual a C . Esta es precisamente la clase de proposición requerida por la geometría de Weyl. Consideremos cuatro puntos a, b, c, d , y supongamos que ab es próximamente igual a cd . Tomemos una serie de puntos



que formen una ruta continua desde c a d , sin lazos; esto puede realizarse por métodos puramente ordinales, según explicaremos más adelante. Supongamos que, entre estos puntos, hay algunos, d' que hacen cd' más semejante que cd a ab . Podemos suponer que estos puntos tienen un límite o último término que llamaremos d' . Podremos entonces buscar análogamente a lo largo de ad' un punto d'' tal que cd'' sea más semejante a ab que tomando otro punto cualquiera sobre ad' . Hemos operado entonces todo lo exactamente posible, aunque no de modo absoluto, con tres puntos a, b, c , como puntos de partida. Por medio de postulados adecuados podremos realizar una construcción del tipo precedente, llevada adelante repetidamente sin cambiar los puntos a, b, c , y obteniendo al final un punto definido d_0 tal que cd_0 es más semejante a ab que cualquier

otra distancia, partiendo de c . Llamaremos a la figura $abcd_0$ un “casi-paralelogramo”. Ahora, sean $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ una serie de puntos situados en una ruta de b a a . Procedamos a tomar puntos $y_1, y_2, \dots$ entre b y c situados sobre una cierta ruta y formemos el “casi-paralelogramo”, que tiene un ángulo en b , otro en x_m y otro en y_n y llamaremos z_{mn} al cuarto. Si, como Weyl supone, son comparables las distancias infinitesimales que tienen un extremo común, puede darse a esto el significado de que dos distancias finitas pequeñas son capaces de tener entre sí una semejanza, que puede llamarse



“casi igualdad” y que se aproxima más a la semejanza completa según la distancia se hace menor. Podemos suponer como antes que, dado un punto x_1 y una ruta definida de b a c , debe haber un punto definido y_1 sobre ésta tal que by_1 está más cerca de ser igual a δx_1 que cualquier otra distancia by sobre la ruta en cuestión. Diremos

entonces que bx_1 y by_1 son “casi-iguales”. Tomamos también $x_1, x_2, x_3, \dots$ casi iguales e y_1, y_2, y_3 casi iguales. Con esto podremos construir una red de coordenadas con ejes ba, bc . Y nos será ahora posible construir lo que podremos efectivamente llamar líneas rectas, a partir de b ; tomando todos los puntos z que son los vértices opuestos a b en los “casi-paralelogramos” $bx_m zy_n$, para diferentes puntos iniciales x_1, y_1 sujetos a casi-igualdad entre bx_1 y by_1 . Estos puntos pueden considerarse como formando una línea casi-recta, cuya ecuación es: $x/m = y/n$. (Los irracionales pueden entrar en ella según los métodos usuales.) Esta línea casi-recta partirá de b en una cierta dirección y puede, para fines diferenciales, tomarse como realmente recta. No es necesario seguir ade-

lante, ya que aparece evidente que poseemos el material necesario.

Los grados de semejanza pueden, en cierto modo, ser medidos por casi-transitividad. Supongamos que $bx_1, y_1 z_{11}, y_2 z_{12} \dots$ son cada uno casi-igual al siguiente. Puede o no ocurrir que bx sea casi igual a $y_n z_{1n}$. Podemos suponer qué ocurre si bx_1, by_1 son muy pequeños y n no es muy grande. Análogamente o, más bien, *a fortiori*, no podemos deducir que bx_m es casi-igual que by_m . Cuanto mayor es el valor de m para el cual esta deducción sigue siendo cierta, mayor es la semejanza entre bx_1 y by_1 o entre bx_1 e $y_1 z_{11}$. Se da por supuesto que haciendo disminuir de un modo continuo bx_1 y by_1 el número de escalones para el cual la citada deducción es admisible puede aumentarse sin límite finito.

Si lo que precede es, en algún grado, válido y si el espacio tiempo es continuo, parece que la medición espacio-temporal depende teóricamente de la semejanza cualitativa, capaz de distintos grados, entre las relaciones de pares de puntos. No sugerimos que el análisis no puede llevarse más lejos sino sólo que éste es un peso útil en el proceso de explicación de lo que quiere decirse, al hablar del carácter cuantitativo de los intervalos y de su medición, como múltiplos numéricos de unidades.

CAPÍTULO XIII

MATERIA Y ESPACIO

El sentido común parte de la noción de que existe materia allí donde podemos tener sensaciones de tacto, pero no en cualquier otra parte. Así, se encuentra perplejo ante fenómenos como el viento, la respiración, las nubes, etc., por los que es llevado al concepto de “espíritu”—hablo etimológicamente—. Más tarde el “espíritu” ha sido reemplazado por el “gas”, y hay aún otro paso más: el éter. Suponiendo la continuidad de los procesos físicos, algo debe de tener lugar entre la tierra y el sol, cuando la luz viaja del sol a la tierra. Suponiendo el concepto metafísico medieval de “sustancia”, que admitieron todos los físicos hasta época reciente, lo que acontece entre la tierra y el sol ocurre “dentro” o “a” una sustancia que llamamos el éter.

Aparte de las interpretaciones metafísicas, lo que podemos pretender saber (utilizando esta palabra algo liberalmente) es que los procesos ocurren allí donde no existe materia densa, y que dichos procesos se realizan, al menos aproximadamente, de acuerdo con las ecuaciones de Maxwell. No parece sea necesario interpretar aquéllos apelando al concepto de sustancia; ciertamente pienso sostener más adelante que los procesos que se desenvuelven en materia densa podrían interpretarse también sin invocar la existencia de la sustancia. Debe quedar, sin embargo, una diferencia, expresable en términos físicos, entre aquellas regio-

nes en que hay materia y las demás. En realidad, nosotros conocemos esa diferencia. La ley de gravitación es diferente, y las leyes de electromagnetismo sufren una discontinuidad, cuando llegamos a la superficie de un electrón o protón. Estas diferencias, no obstante, no son de carácter metafísico. Para el filósofo, la diferencia entre “materia” y “espacio vacío” es, según creo, **meramente una diferencia** respecto a las leyes causales, que rigen las sucesiones de acontecimientos, no una diferencia expresable por la presencia o ausencia de sustancia o por la que exista entre una y otra clase de esta última.

La física, como tal, debe darse por satisfecha cuando ha formulado las ecuaciones, según las cuales tiene lugar un proceso determinado, con la interpretación estrictamente suficiente para saber qué evidencia experimental confirma o refuta aquéllas. No necesita el físico especular sobre el carácter concreto de los procesos que estudia, aunque el establecimiento de hipótesis (las falsas tanto como las verdaderas) sobre el asunto pueda en ciertos casos ser una ayuda para las generalizaciones válidas ulteriores. Por el momento nos estamos limitando al punto de vista de la física. El problema de si hay algo más, que pueda ser conocido o fructíferamente conjeturado, lo discutiremos más adelante. Nuestro objeto, por tanto, es estudiar la diferencia en fórmulas físicas, que se toman como correspondiendo a la de presencia o ausencia de materia, y también estudiar brevemente las dificultades referentes al intercambio de energía entre la materia y el espacio vacío. Empleo indistintamente las expresiones “espacio vacío” y “éter”, pues la diferencia parece ser sólo cuestión de palabras.

Una manera de aproximarse al asunto consiste en estudiar la relación entre masa y energía (1). En dinámica elemental las dos son completamente distintas, pero hoy día han llegado a confundirse. Hay dos clases de masa, de que trata la física: una de ellas, podría llamarse masa “invariante”: la

(1) Véase Eddington, *op. cit.*, §§ 10, 11, 12.

otra, masa “relativa” Esta última es la que se obtiene por medición, cuando el cuerpo en cuestión puede moverse relativamente al observador; la primera es la masa que se obtiene cuando el cuerpo se mantiene en reposo con relación a aquél. Si llamamos m a la masa invariante y M a la masa relativa, tomando la velocidad de la luz como unidad y llamando v a la velocidad del cuerpo relativamente al observador, tendremos:

$$M = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2}}$$

De aquí se deduce que M crece a medida que v aumenta; si v es la velocidad de la luz, M se hace infinita, siendo m finita. En realidad, la masa invariante de la luz es cero y su masa relativa es finita. Dondequiera que la energía se encuentra asociada con la materia, existe una masa invariante finita m ; pero allí donde la energía se encuentre en un “espacio vacío” m es cero. Esto puede considerarse como una definición de la diferencia entre materia y espacio vacío.

Se verá que si v es pequeña, de modo que v^4 y las potencias superiores puedan despreciarse, la ecuación precedente puede formularse aproximadamente así:

$$M = m + \frac{1}{2} m v^2.$$

Ahora bien; $\frac{1}{2} m v^2$ es la energía cinética. Así el cambio de M con cambios de movimiento es el mismo que el cambio de energía cinética. Pero la energía sólo puede fijarse según la extensión de sus cambios, no en magnitud absoluta. De aquí que M pueda ser identificada con la energía. Y esto sugiere además que la definición corriente de esta es solamente una aproximación que puede aceptarse para valores pequeños de v . La fórmula exacta de la energía es:

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2}}$$

es decir, exactamente la misma que la de M .

La conservación de la energía es la conservación de M , no de m ; m también se conserva de modo aproximado, pero no exactamente. Por ejemplo, hay pérdida de m cuando cuatro protones y dos electrones se combinan para formar un núcleo de helio. La palabra "invariante" se refiere a cambios de coordenadas, no a constancia a través del tiempo.

Es necesario decir algo acerca de las dificultades, que se encuentran, para conciliar las leyes que rigen la propagación de la luz con las que rigen los intercambios de energía entre la luz y los átomos. La presente actitud de la física ante este problema es de perplejidad, perspicazmente resumida por el doctor Jeans en *Atomicity and Quanta* (Cambridge, 1926), y por el doctor C. D. Ellis en *Nature*, 26 de junio, 1926, pp. 895-7. La teoría ondulatoria de la luz responde adecuadamente a todos los fenómenos, que únicamente se refieren a la luz, tales como la interferencia y la difracción; pero falla al aplicarse a los fenómenos cuánticos, tales como el efecto fotoeléctrico (véase capítulo IV). Por otra parte, las teorías que explican estos últimos parecen incapaces de ser aplicadas a la multitud de fenómenos, que la teoría ondulatoria explica perfectamente.

El doctor Jeans expone algunas de las dificultades de la teoría cuántica de la luz en la siguiente forma (*op. cit.*, páginas 29, 30):

"Si, a pesar de todo, la radiación se compara al disparo de balas de fusil, nosotros conocemos el número y tamaño de dichas balas. Conocemos, por ejemplo, cuanta energía hay en un centímetro cúbico de luz del sol viva y, si esta energía es un agregado de los cuerpos de los *quanta* individuales, conocemos la energía de cada *quantum* (puesto que nos es conocida la frecuencia de la luz) y, así, podemos calcular el número de *quanta* existente en el centímetro cúbico. Se

encuentra que dicho número es próximamente diez millones. Por un cálculo análogo hallaremos que la luz procedente de una estrella de sexta magnitud, comprende sólo un *quantum* aproximadamente por metro cúbico y que la luz que procede de una estrella de décimosexta magnitud, sólo un *quantum* por cada 10.000 metros cúbicos. Por tanto, si la luz viaja fraccionada en *quanta* indivisibles, como balas de rifle, los *quanta* que proceden de una estrella de décimosexta magnitud, solamente podrán entrar en un telescopio terrestre a intervalos relativamente grandes y será excesivamente raro que dos o más *quanta* se encuentren al mismo tiempo en el telescopio. Un telescopio de doble abertura deberá captar los *quanta* cuatro veces más frecuentemente, pero no habrá ninguna otra diferencia. Esto, según Lorenz indicó ya en 1906, está en completo desacuerdo con nuestra experiencia cotidiana. Cuando la luz de una estrella pasa a través de un telescopio e impresiona una placa fotográfica, la imagen revelada no se nos presenta como una molécula única o como un apretado conjunto de ellas, como sería el caso si los *quanta* individuales dejaran su marca como las balas en un blanco. Por el contrario, se forma una figura complicada y extensa, cuya intensidad depende del número de *quanta*, pero su aspecto depende, en cambio, del diámetro y también de la forma de la lente del objetivo. Además el aspecto de la figura no ofrece semejanza alguna con un blanco acribillado de balas y parece imposible conciliar esto con la hipótesis de que los *quanta* viajen como balas directamente desde un átomo de la estrella a una molécula de la placa fotográfica.”

Por otro lado, las dificultades con que tropieza la teoría ondulatoria, están expuestas como sigue por el doctor Ellis:

“Para referirnos a un caso concreto, supongamos que en una placa de determinado material inciden rayos X; entonces se encuentra que son expelidos de aquélla electrones a velocidades considerables. El número de los electrones depende de la intensidad de los rayos X y disminuye en la forma conocida, a medida que la placa se mueve y aleja de la

fuelle de rayos X. La velocidad o energía de cada electrón no varía, sin embargo, sino que depende solamente de la frecuencia de los rayos X. Los electrones se ve que tienen la misma energía, ya esté la materia de que proceden inmediatamente al lado de la ampolla de rayos X o ya se mueva aquélla a cierta distancia de ésta.”

Este resultado es absolutamente incompatible con la teoría ondulatoria corriente de la radiación, porque a medida que la distancia al origen aumenta, la radiación que se despliega hacia afuera, en todos sentidos, se hace cada vez más débil, disminuyendo las tensiones eléctricas en el frente de onda, según la inversa del cuadrado de la distancia. El resultado experimental, según el cual toma el fotoelectrón siempre la misma cantidad de energía de la radiación, puede solamente explicarse atribuyéndole la facultad de tomar la energía de un gran volumen o bien de recogerla durante largo tiempo. Ambos supuestos son inadmisibles y la única conclusión es que la energía radiada debe considerarse localizada en pequeños haces.

Esta es la base de la teoría cuántica de la luz. La luz de frecuencia ν se considera formada de pequeños haces o *quanta* de energía, todos idénticos y de magnitud $h\nu$, siendo h la constante de Planck. Estos *quanta* viajan por el espacio sin afectarse unos a otros y conservando su propia individualidad, hasta que entran en colisión, en condiciones determinadas, con un átomo.”

Después de haber expuesto las dificultades encontradas por esta teoría, en lo que respecta a interferencias y difracción, el doctor Ellis se enfrenta con la interesantísima sugestión hecha por el profesor G. N. Lewis en *Nature*, 13 febrero 1926, página 236: “Es un hecho chocante”, dice el doctor Ellis resumiéndola, “que mientras todas las teorías se dirigen a dar una explicación de la propagación de la luz, sugiriendo una que se realiza por medio de ondas y la otra por medio de corpúsculos, todavía no se haya observado jamás la luz en el espacio vacío. Es completamente imposible observar la luz en el curso de su propagación; los únicos

hechos que pueden estudiarse son la emisión y la absorción de la misma. Hasta que encontremos algún átomo que absorba la radiación, debemos considerarnos ignorantes de su existencia. En otras palabras, la dificultad de explicar la propagación de la luz reconoce por causa el que intentamos explicar una cosa de la que no tenemos evidencia experimental. Sería más correcto interpretar los hechos experimentales de modo completamente directo y decir que un átomo puede transferir energía a otro átomo, aunque estén distantes uno de otro en forma análoga a como se realizaría al entrar en colisión entre sí."

La teoría del profesor Lewis sugiere que deberíamos considerar seriamente el hecho de que el intervalo entre dos partes de un rayo de luz es cero, de modo que, en cierto sentido, su punto de partida y su punto de llegada pueden considerarse en contacto. En un pasaje, citado por el doctor Ellis, dice:

"Haré la suposición contraria de que un átomo nunca emite luz, excepto hacia otro átomo y que en este proceso, que podría llamarse una transmisión más bien que una emisión, el átomo que pierde energía y el átomo que la gana juegan el papel de partes coordinadas y simétricas."

En una carta posterior a *Nature* (18 diciembre 1926), el profesor Lewis sugiere que la luz es transportada por corpúsculos de un nuevo tipo, que llama "fotones". Supone que cuando la luz irradia, lo que ocurre es que un fotón se mueve, pero en otros momentos el fotón es un elemento estructural dentro del átomo. El fotón, dice, "no es luz, pero desempeña un papel esencial en todo proceso de radiación". Asigna al fotón las siguientes propiedades: 1.º en cualquier sistema aislado el número total de fotones es constante; 2.º toda energía radiante es transportada por fotones, siendo la única diferencia, entre la radiación de una estación radiotelefónica y la de un tubo de rayos X, la de que la primera emite un número mucho mayor de fotones, cada uno de los cuales es portador de una cantidad de energía mucho más pequeña; 3.º todos los fotones son intrínsecamente idénticos...; 4.º la

energía de un fotón aislado, dividida por la constante de Planck, da la frecuencia del fotón...; 5.º todos los fotones se asemejan en una propiedad, que tiene las dimensiones de la acción o momento angular y es invariante respecto a una transformación relativista; 6.º la condición de que la frecuencia de un fotón, emitido por un determinado sistema, sea igual a alguna frecuencia física existente dentro de éste, no se cumple por lo general, pero está tanto más próxima a cumplirse cuanto más baja es la frecuencia. El profesor Lewis promete resolver las dificultades que se oponen a su hipótesis en un trabajo futuro.

El punto de vista del profesor Lewis es quizá menos radical que lo que sugiere, a saber, que nada absolutamente acontece entre la emisión de la luz por un átomo y su absorción por otro. Sea éste o no el punto de vista que en realidad sustenta el profesor Lewis, merece por lo menos que se le tome en consideración, porque, aunque revolucionario, puede muy bien resultar verdadero. En este caso, el “espacio vacío” queda prácticamente abolido. Se necesitaría un considerable trabajo para volver a escribir la física, de acuerdo con esta teoría, pero lo que queda dicho de la necesaria ausencia de evidencia, en lo que se refiere al movimiento de la luz, puede ser un poderoso argumento en su favor. Es frecuente en la ciencia encontrar hipótesis que, desde un punto de vista teórico, son innecesariamente complicadas, porque los que las utilizan no pueden despojarse suficientemente de los prejuicios del sentido común. ¿Por qué hemos de suponer que ocurre algo entre la emisión de la luz y su absorción? Podríamos inclinarnos a atribuir importancia al hecho de que la luz viaja con cierta velocidad. Pero la relatividad ha hecho este argumento menos convincente de lo que era antes. Todo cuanto tiene relación con la velocidad de la luz puede ser interpretado en un sentido “pickwickiano” y en ningún caso nuestros prejuicios se sentirán conmovidos. Es, desde luego, prematuro adoptar definitivamente la hipótesis en cuestión y por tanto continuará suponiendo que la luz viaja realmente a través de una región

intermedia. Pero conviene haber mencionado aquella posibilidad y tener en cuenta los grandes cambios que en nuestra corriente imagen del mundo pueden introducirse, compatibles con nuestro actual conocimiento físico.

La imagen que nos ofrece la hipótesis, una vez desarrollada, del doctor Lewis, podría describirse en la siguiente forma: el mundo contiene porciones de materia (electrones y protones) que poseen diversas cantidades de energía. Algunas veces la energía se transmite de una a otra de estas porciones; generalmente, este proceso se considera como casual, pudiéndose asimilar a los vuelos de una mosca o, mejor, a los paquetes postales, puesto que la energía tiene un destino definido. Ahora bien, se nos sugiere que falta el mensajero, porque si lo hubiera, sería tan brujo como Santa Claus; la alternativa es suponer que la energía pasa inmediatamente desde una porción de materia a la otra. Es cierto que, según marca el reloj, hay un lapso de tiempo entre el momento de partida de la energía de la fuente y el de llegada a su destino. Pero no hay intervalo en sentido relativista y el lapso mencionado variará según el sistema de coordenadas que se emplee, esto es, según el camino en que se mueva el reloj. No veo en qué forma la hipótesis que estamos considerando tendrá en cuenta el caso del tiempo invertido, en un doble recorrido a un reflector y regreso, que no es puramente convencional. Tampoco sé qué es lo que le ocurrirá a la conservación de la energía, si la luz no puede radiarse en el vacío. Esta última cuestión no es, sin embargo, importante, puesto que una luz que nunca encuentra una porción de materia es puramente hipotética. No estoy seguro, por otra parte, de que la teoría deba tomarse en una acepción tan radical como la que he expuesto; posiblemente lo único que quiere decir es que la luz nunca parte para un viaje sin tener determinado su punto de destino. No obstante, en esta forma, la teoría resulta apenas creíble; tendríamos que suponer que la materia puede ejercer una misteriosa atracción a distancia, lo que anularía las ventajas que nos ha reportado la teoría de la gravitación de Eins-

tein. Es posible que esta teoría haya ganado una aceptación innmerecida, debido a la creencia de que toda la geometría del espacio-tiempo dependía del intervalo, mientras que, en realidad, existe un orden de espacio-tiempo que no puede derivarse del intervalo, y que, según se presupone en la teoría de la relatividad, no considera como partes contiguas de un rayo de luz las que ordinariamente se consideran como ampliamente separadas (1). Quizá sea posible evitar estas dificultades, pero, en este caso será necesario llevar a cabo una reconstrucción teórica muy importante. Entre tanto, es dable esperar como posible que alguna teoría, algo menos revolucionaria, solvente las dificultades que se presentan al explicar el intercambio de energía entre la luz y los cuerpos.

Einstein ha publicado tres trabajos en que discute la posibilidad de obtener leyes de los *quanta*, como consecuencia de una teoría de la relatividad modificada (2). Ninguno de ellos llega a asentar una conclusión definitiva, confiadamente defendida, pero basta para mostrar que el problema de combinar las leyes de los *quanta* con las de la gravitación y las de los campos electromagnéticos puede confiarse en que tendrá solución, opinión reforzada por la teoría de L. V. Kings a que hemos aludido antes (capítulo IV). En tanto que pueda confiarse en una solución, puede quizá tacharse de temerario el lanzarse a buscar soluciones teóricas al problema. Y aún no está en modo alguno universalmente admitido que la teoría ondulatoria de la luz resulte inadecuada en su propio dominio. El doctor Jeans (*loc. cit.*), por ejemplo, considera la hipótesis de los *quanta* de la luz como innecesaria, por razones que exigen una detenida meditación. Debemos, pues, esperar nuevas experiencias, antes de aventurarnos a dar una opinión definitiva.

(1) Sobre este asunto *cf.* Eddington *op. cit.* § 98 (págs. 224-6).

(2) "Bietet die Feldtheorie Möglichkeiten für die Lösung des Quanten-problems?" *Sitzungsberichte der preussischen Akademie der Wissenschaften*, 1923, pp. 359-64. "Quantentheorie des einatomigen idealen Gases." *Ib.*, 1924, pp. 261-7 y 1925, pp. 3-14.

CAPÍTULO XIV

CARACTER ABSTRACTO DE LA FÍSICA

Antes de emprender las discusiones epistemológicas que serán objeto de la segunda parte de este libro, será conveniente deducir algunas consecuencias de los capítulos anteriores. En todos ellos me he abstenido con gran cuidado de especulaciones que pudieran llevarnos fuera del dominio de la física; en particular, he rehuido interpretar las nociones matemáticas fundamentales de la física, recurriendo a entidades que no puedan someterse directamente al ordinario tratamiento matemático. Parecía deseable esclarecer ante todo cuál es el asunto de que tiene que hablar la física, antes de emprender la crítica epistemológica de la evidencia o la interpretación metafísica del lógicamente primitivo instrumental de la física. Tal es el objeto del presente capítulo.

Históricamente, y aún hoy en día, la física comienza en la enseñanza elemental con materias que parecen perfectamente concretas. Las palancas y poleas, los cuerpos sometidos a la acción de la gravedad, los choques de bolas de billar, etc., son hechos familiares en la vida diaria y es un goce para el joven de inteligencia científica encontrar que aquéllos pueden reducirse a tratamiento matemático. Pero a medida que la física aumenta el alcance y la potencia de sus métodos, roba esta cualidad de concreción a la materia de que trata. La extensión en que esto se realiza pasa a veces inadvertida, desde luego, en la vida corriente, fuera de sus estudios hasta para

el mismo físico profesional; él os dirá que puede “ver” un electrón golpeando una pantalla, pero esto, desde luego, es la abreviada expresión de una deducción complicada. El Dr. Whitehead ha hecho en este sentido más que nadie para mostrar la necesidad de deshacer las abstracciones de la física. Por el momento no me dedicaré a esta labor, sino a estudiar las abstracciones en *sí* mismas.

Tomemos el espacio, el tiempo, la luz y la materia como demostrativas del carácter abstracto que gradualmente va adquiriendo la física. Estas cuatro nociones proceden todas del sentido común. Vemos objetos que se extienden en el espacio y podemos palpar su forma con nuestros dedos; sabemos lo que es trasladarse a otra ciudad cercana o viajar hacia otro país. Todo esto, que entra a formar parte de nuestra noción de “espacio” parece familiar y sencillo, hasta que, en el curso de nuestra educación, aprendemos las confusiones a que ha dado lugar. El tiempo se nos aparece igualmente evidente; recordamos los acontecimientos pasados en un orden temporal, notamos la sucesión del día y la noche, verano e invierno, juventud y vejez, sabemos que la historia relata los acontecimientos ocurridos en épocas anteriores a la nuestra, aseguramos nuestras vidas en la confiada seguridad de que moriremos algún día. La luz, asimismo, no parece en modo alguno misteriosa al autor del *Génesis*, porque realmente, ¿cómo pudiera serlo al que ha experimentado la diferencia entre día y noche? La materia es también evidente; primariamente, era todo aquello que se podía tocar, aunque Empédocles dio ya el primer paso hacia la confusión, incluyendo el aire en la materia. Sin embargo, nosotros tenemos aún conciencia del aire, en la forma de viento y como algo que llena nuestros pulmones, de modo que menos esfuerzo se requirió para admitir el aire entre los elementos que para excluir el fuego.

Favorecida por esta feliz coincidencia con nuestro mundo habitual, la física se ha visto gradualmente impulsada por sus propios triunfos, semejando al monarca que se considera demasiado grande para departir con sus súbditos. El espacio-

tiempo de la relatividad está ya lejos del espacio y el tiempo de nuestra experiencia no-científica, y todavía aquél se encuentra más próximo al sentido común que las nuevas concepciones a que se encamina la física. “Espacio y tiempo”, dice Eddington (1), “son solamente concepciones aproximadas, que deben, al final, dar paso a un concepto más general de ordenación de los acontecimientos en la naturaleza, no expresable en términos de un sistema de cuatro coordenadas. Es en este orden de ideas en el que algunos físicos esperan encontrar una solución a las contradicciones de la teoría de los *quanta*. Es una falacia creer que el concepto de situación en el espacio-tiempo, basado en la observación de los fenómenos de gran escala, pueda aplicarse sin modificación alguna a los acontecimientos que se realizan entre un pequeño número de *quanta* solamente. Suponiendo que ésta sea la solución exacta, será inútil buscar ningún procedimiento para introducir los fenómenos de los *quanta* en las fórmulas ulteriores de nuestra teoría; dichos fenómenos quedan excluidos desde el principio por la adopción de un sistema de coordenadas de referencia.” Pero incluso admitiendo que el espacio-tiempo, tal como aparece en la teoría general de la relatividad, fuera la última palabra, en el orden físico correspondiente a nuestras nociones corrientes de espacio y tiempo, es evidente que nos ha sido preciso caminar mucho desde estas últimas y que hemos llegado a una región en que nuestras imágenes son inútiles.

La opinión de Locke de que las cualidades secundarias son subjetivas, pero no las primarias, era más o menos compatible con la física hasta época muy reciente. Existen espacios y tiempos en nuestra experiencia inmediata y no parecía haber obstáculos insuperables para identificarlos con los espacios y tiempos del mundo físico. En lo que respecta al tiempo, por lo menos, nadie dudaba de la legitimidad de esta identificación. Había dudas respecto al espacio, pero procedían más bien del campo de los psicólogos que del de los

(1) Eddington, *op. cit.*, p. 225.

físicos. Actualmente, en cambio, los escritores relativistas reconocen que el espacio y el tiempo, tales como se dan en nuestra experiencia inmediata, son algo completamente diferente del espacio-tiempo que la física reclama. El punto de vista intermedio de Locke ha sido, por tanto, definitivamente abandonado.

Voy a ocuparme ahora de la relación entre la luz como experiencia y la luz según la física. Aquí la divergencia es más antigua que en el caso del espacio y el tiempo; en realidad, está ya admitida en la teoría de Locke. Imposible sería exagerar la importancia de dicha divergencia, separando el mundo físico del mundo del sentido común. Con excepción de las partes de nuestro propio cuerpo y de los otros cuerpos, con el que el nuestro está en contacto, todos los objetos que, según el sentido común percibimos, nos son conocidos gracias a la luz, al sonido o al olor. Este último, aunque importante para muchas especies animales, es relativamente secundario en la percepción de los seres humanos. El sonido es menos importante que la luz, y en todo caso plantea, bajo el aspecto que estamos considerando, exactamente los mismos problemas que esta última. Podemos, por tanto, concentrar nuestro estudio en la luz como una fuente de nuestro conocimiento del mundo exterior.

Cuando “vemos” un objeto, nos *parece* que adquirimos un conocimiento inmediato de algo externo a nuestro propio cuerpo. Pero la física nos dice que tiene lugar un complicado proceso, que parte del objeto externo, viaja a través de la región intermedia y llega por último al ojo. Lo que a continuación ocurre entre el ojo y el cerebro es cosa que atañe al fisiólogo, y lo que finalmente acontece cuando “vemos”, es tarea del psicólogo. Pero sin ocuparnos de lo que ocurre después que la luz ha llegado al ojo, es evidente que lo que el físico tiene que decirnos destruye la noción de “visión” dada por el sentido común. No hay diferencia, en este punto, entre las teorías posibles que nos es dable adoptar respecto al carácter físico de la luz, puesto que todas ellas nos describen ésta como algo totalmente diferente de lo que vemos.

Los datos que nos suministra la vista, analizados en último extremo, se resuelven en formas coloreadas. Pero el concepto físico correspondiente al color es un proceso periódico de determinada frecuencia, relativamente al ojo del observador. El mundo físico, según puede deducirse de ello, carece de colores. Además, es notable la correspondencia entre los colores y sus equivalentes físicos; los colores son cualidades estáticas, en tanto que aquéllos se conserven, mientras que sus equivalentes son procesos periódicos que tiene lugar en el medio existente entre el ojo y el objeto que decimos “ver”. La teoría de Bohr trata de lo que ocurre en el objeto en sí mismo, si brilla por su propia luz: el salto súbito de un electrón de una órbita a otra. Esto es bien diferente de la sensación, por ejemplo, del color rojo. Y lo que aparece a nuestros ojos como una superficie roja continua, se supone que realmente es un volumen, cuyo color aparente es debido a que algunos electrones en él contenidos saltan en determinada forma. Y conste que cuando digo “saltan” empleo una expresión demasiado gráfica. Lo que queremos significar es que dichos electrones poseen una cualidad desconocida, llamada “energía”, que es una función conocida de ciertos números enteros pequeños, y que uno o más de éstos han cambiado súbitamente de valor. Puede considerarse como un mérito de las teorías, tales como la del profesor Lewis, de que hemos tratado en el anterior capítulo, que establecen un enlace algo menos indirecto que el de la teoría ondulatoria entre el mencionado proceso y el ojo. Pero, incluso en este caso, la especie de súbita transición concebida por Bohr se asemeja muy poco a nuestra percepción del color rojo: es en *prima facie* completamente diferente de estructura y desconocido, en cuanto a sus propiedades intrínsecas.

Voy a entrar ahora en el más importante de nuestros problemas: ¿Cómo debe entenderse la materia en la física moderna? El sentido común educado considera la materia como la causa de las sensaciones; hablando claramente, las sensaciones privativas de una persona reconocen por causa la materia de que consta el cuerpo de aquélla—por ejemplo, dolo-

res de cabeza y de muelas—, mientras que las que son comunes a varias personas, o de un tipo que sea común a varias, en determinadas circunstancias, se atribuyen a causas exteriores a los cuerpos de los que las experimentan. (No pretendo, por el momento, procurar atribuir exactitud a estas afirmaciones, sino solamente indicar lo que el sentido común respondería si se le preguntase.) Reconocemos la “misma” porción de materia en ocasiones diferentes, por la identidad de sus cualidades, aunque admitimos que es ésta una apreciación tosca y precipitada, que puede conducirnos por un mal camino. Creemos, sin embargo, que, por una observación cuidadosa y continua, podremos llegar a distinguir uno de otro dos objetos similares, gracias a la continuidad que percibimos en sus relaciones especiales. El juego de las tres cartas ilustra lo que quiero decir; si vigilo atentamente al jugador, podré decir cuál es la carta que vimos hace un momento, basándome en la continuidad espacio-temporal de sus posiciones. Lo que supone el sentido común puede expresarse en lenguaje ajeno a éste, diciendo: Una porción de materia se manifiesta por cualidades sensibles, cuyas variaciones son continuas y cuyas relaciones espaciales sensibles, respecto a otra serie análoga continua de cualidades, son funciones continuas del tiempo. En la práctica, los cambios de cualidad sensible son a menudo tan lentos que pueden despreciarse, lo que facilita grandemente el trabajo del sentido común para reconocer el “mismo” objeto en dos ocasiones diferentes.

Al nivel del sentido común se presentan dificultades en ciertos casos: una gota, formando parte de un fluido sensiblemente homogéneo, animado de movimiento, no podrá distinguirse, pasado un instante, de otra gota que estuviera próxima a ella en el instante anterior. La combustión plantea también dificultades al sentido común. Sin embargo, ambos problemas pueden tratarse sobre una base de nociones suministradas por éste. Un pequeño objeto sólido flotando en el agua nos mostrará en qué dirección se mueve ésta, y el humo nos indica, más o menos, lo que acontece a un objeto que

se quema. La asociación que estos hechos nos sugieren inmediatamente nos conduce, de un modo natural, a la física y química elementales, en las que se supone aún, al menos tácitamente, que los objetos estudiados son de la misma clase que los sensibles, aunque más pequeños. A menudo pueden también verse realmente con el microscopio. Nos es posible continuar, con la imaginación, atribuyendo esta continuidad que tienen los objetos sensibles a nuestros objetos científicos, a nuestros electrones y protones, ocultándonos a nosotros mismos el carácter marcadamente abstracto que van revistiendo nuestros asertos. A veces nos damos cuenta de esto último, pero no nos hace la impresión debida, porque la imaginación recobra su imperio tan pronto como cesamos de mantenernos en guardia.

En la física teórica, ¿qué es un electrón y cómo podemos decidir si dos acontecimientos pertenecen a la historia del mismo electrón? No me pregunto cómo decidimos en la práctica, sino cuál es nuestra definición teórica. Desde Minowski se habla siempre de "líneas de universo" que son en realidad la serie de acontecimientos que constituyen la historia de una unidad de materia; pero no siempre se nos ha explicado con la claridad que fuera de desear el criterio que ha de guiarnos teóricamente, para decidir que dos acontecimientos pertenecen a una misma línea de universo. La prueba de identidad entre las partes de una línea de universo debe depender, evidentemente, de las leyes de la física. Estas nos dicen que una unidad material se moverá en tal y tal forma; o, invirtiendo el razonamiento: nos dirán que lo que se ha movido en tal y tal forma debe considerarse como una unidad de materia. Este es esencialmente el método seguido por Eddington. En el capítulo IX estudiamos el tensor:

$$G^{\nu}_{\mu} - \frac{1}{2} g^{\nu}_{\mu} G$$

que, según demuestra Eddington (§ 52), tiene la propiedad de conservación, es decir, que si su valor varía en cualquier

región cerrada, lo hará por un flujo a través de los límites de ésta. Eddington identifica esta cantidad con la materia, a causa de la propiedad mencionada: “La cantidad

$$G_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu}^{\nu} G$$

que aparece en nuestra teoría es debido a su propiedad de conservación, identificada actualmente con la materia, o, mejor, con la abstracción mecánica de materia que comprende las propiedades mensurables de masa, momento y fuerza que bastan para todos los fenómenos mecánicos” (p. 146). Y la cantidad precedente, según se recordará, se define exclusivamente por medio de la fórmula para intervalos pequeños. Se admitirá que la materia, así definida, ha llegado a ser algo bien diferente de aquella en que cree el sentido común. Si el Dr. Johnson hubiera conocido la definición que da Eddington de la materia, posiblemente se hubiera sentido menos satisfecho de su refutación práctica a Berkeley.

La fórmula exacta de la definición de Eddington no nos interesa ahora para nuestro objeto; realmente él mismo generaliza algo en un párrafo ulterior. Lo principal es que se trata del tipo de definición en que la física moderna se ve actualmente limitada. El concepto de materia, según el sentido común, se mantiene; y para aquellas circunstancias en que parece que se crea o se destruye, no nos es posible encontrar una explicación que resuelve estas apariencias. De aquí se deduce que adoptamos la opinión de que la materia es indestructible, como ideal sugerido por el hecho empírico. Damos entonces una vuelta en redondo y empezando por la fórmula del intervalo construimos una cantidad matemática que es indestructible. Esto, decimos, lo llamaremos “materia”, y ningún inconveniente se derivará de ello. Pero siempre que damos un paso en esta forma, no hacemos más que dilatar el abismo que separa la física matemática y la observación y agravar el problema de establecer un puente entre ambas. Este problema no ha sido estudiado por los físicos

con el detenimiento que reclama. La razón, en parte, es que se ha ido planteando gradualmente. La física y la percepción son como dos personas situadas en las dos orillas de un arroyo que se va ensanchando a medida que marchan hacia adelante; al principio es fácil saltar de una orilla a otra, pero, de modo imperceptible, se hace cada vez más difícil y al final se necesita un vasto trabajo para hacer el mismo movimiento. Otra razón es que la fisiología y la psicología, las dos ciencias que tratan de la percepción, están menos adelantadas que la física. El hombre acostumbrado a la belleza y exactitud de la física está siempre predispuesto a experimentar una especie de náusea intelectual, cuando se encuentra entre las especulaciones inciertas y vagas de las ciencias menos científicas. No puede, pues, esperarse que admita que dichas ciencias tienen su parte en proporcionarle premisas para sus exactas deducciones matemáticas. Quizá él estuviera en lo cierto, pero los fenómenos físicos, *prima facie*, como estudio empírico, derivan sus hechos de la percepción y no pueden permanecer indiferentes a cualquier argumento que ponga en duda la validez de aquélla, y menos cuando este argumento se deriva de la misma física. Un argumento dirigido a demostrar que una proposición *es falsa*, no queda invalidado por el hecho de que contenga dicha proposición entre sus premisas. Pero si la física moderna invalida la percepción como fuente de conocimiento del mundo exterior y, no obstante, depende de la percepción, esto puede ser un argumento válido contra la física moderna. No digo que la física adolezca en realidad de este defecto, pero sí que se precisa una considerable labor de interpretación para demostrar que puede ser absuelta del mismo. Y es por el carácter abstracto de la física, desarrollado por las matemáticas, por lo que dicha labor se hace necesaria.

El inevitable especialismo a que el hombre de ciencia se ve obligado, por el enorme aumento del saber científico, tiene mucha culpa del oscurecimiento de este problema. Pocos hombres son a la vez físicos y fisiólogos. Las investigaciones de Helmholtz referentes a la visión son un ejemplo

notable de la combinación de estos estudios, de la cual no se encuentran muchos más ejemplos. Los fisiólogos y psicólogos rara vez están bien informados de las investigaciones físicas, y están abocados a recurrir a teorías anticuadas que les hacen aparecer los problemas más fáciles de lo que son. Además, incluso cuando se percibe bien el problema, el mismo investigador puede no dominar el instrumento adecuado para su solución, esto es, la lógica matemática. Es gracias a la lógica matemática como el Dr. Whitehead ha podido aportar su inmensa contribución a nuestro problema. Pero por mucho que yo admire su trabajo, que estimo muy por encima de cualquier otro que se haya escrito sobre la relación entre la física abstracta y nuestro mundo sensible, creo que hay puntos—y no desprovistos de importancia—en que sus métodos fallan, por falta de la atención debida a la psicología y fisiología. Además, parecen existir en su construcción premisas que se derivan más bien de una metafísica que de las verdaderas exigencias del problema. Por estas razones me aventuro a creer que es posible obtener una solución menos revolucionaria que la suya y algo más sencilla, desde un punto de vista lógico. Esta solución, sin embargo, debe aplazarse hasta que hayamos estudiado la percepción como fuente de conocimiento, lo que será objeto de la segunda parte de este libro. La metafísica, que concilia los resultados obtenidos en dicha parte segunda con la física abstracta, que hemos estudiado en la primera, será objeto de la tercera parte.

PARTE SEGUNDA

LA FISICA Y LA PERCEPCION

CAPITULO XV

DE LA PERCEPCION PRIMARIA AL SENTIDO COMUN

El objeto de que trataremos en esta parte es la evidencia de la verdad de la física; no de éste o aquel resultado especial de la misma, sino de su estructura general como ciencia. Debe esperarse que la evidencia no será tal que nos dé la certidumbre, sino que a lo más nos dará una probabilidad; debe esperarse también que esta probabilidad pueda aumentar por medio de una interpretación adecuada de los resultados, dando a la palabra "interpretación" el sentido que fijamos en el capítulo I. Hallaremos conveniente dividir nuestro problema en varias partes, cada una de las cuales revestirá una importancia que rebase el dominio de la física. Necesitamos ante todo aclarar qué es lo que entendemos por ciencia empírica, y cuál es el grado de certidumbre que puede esperarse de ella en el mejor caso. Es preciso discutir qué puede entenderse por "datos" y distinguir las deducciones, las teorías y las hipótesis. Entonces estudiaremos la teoría causal de la percepción y, al mismo tiempo, la filosofía llamada "fenomenalismo". De esta materia pasaremos a la discusión general de la causa, primero, y después de la sustancia. Esto nos permitirá comprender la base epistemológica para interpretar la física de acuerdo con el monismo neutral y también la principalísima importancia de la estructura en la deducción científica. Concluiremos con una definición de la percepción, considerada como fuente que su-

ministra los datos empíricos a la física y con el estudio del fenómeno análogo a la percepción en el mundo no-mental. Pero, ante todo, será bien examinar el desenvolvimiento histórico, por medio del cual nuestro problema ha llegado a revestir su actual forma—tanto el desenvolvimiento precientífico que conduce al sentido común, como el desarrollo científico que lleva desde éste a la física.

El sentido común consta de un conjunto de creencias o, por lo menos, costumbres, que van bien en la práctica, excepto en excepcionales ocasiones. Un salvaje quedará atónito ante una caja que contuviera un piróscopo invisible o ante los carriles por los que circula la corriente eléctrica; el sentido común no ha sido preparado para rarezas de este género. Pero con un poco de costumbre el hombre pronto las acomoda al mundo de aquél, y el mecánico aprende la forma de hacerlo si la ocasión se presenta. Esto demuestra que no existe un límite bien marcado entre la ciencia y el sentido común: los dos implican esperanzas de hechos, que han de ocurrir; pero las que se derivan de la ciencia son más seguras. En la ciencia es posible avanzar prácticamente sin efectuar ningún cambio fundamental en la metafísica del sentido común. Pero cuando se estudia seriamente la ciencia teórica se ve que implica una metafísica totalmente distinta, cuya relación con la del sentido común exige detenida investigación. Este será el tema del próximo capítulo; en el presente trataré de la génesis del sentido común, no en nuestra raza, pues ello es imposible de descubrir, sino en el individuo.

En el estudio de los niños, como en el de los animales, nos encontramos limitados a hacer uso de métodos objetivistas, cualquiera que sea nuestra opinión sobre el objetivismo como principio general de psicología. Podemos observar los actos corporales del niño, pero ellos no pueden revelarnos los pensamientos de éste. Sin embargo, en los niveles mentales inferiores es bien poco provechoso distinguir entre una creencia y un hábito de acción. Las creencias, en sentido psicológico, parecen proceder de costumbres previamen-

te existentes y ser, primariamente, poco más que representaciones verbales de hábitos formados antes de que el hombre pudiera pronunciar palabras. No hay por ello gran perjuicio en limitarse a métodos objetivos, cuando estudiamos niños que aún no han llegado a la edad de hablar.

Es evidente, y generalmente admitido, que los niños muy pequeños no poseen la noción de sentido común de "objeto". Pero no es de ningún modo evidente para los animales jóvenes de ciertas especies, las gallinas, por ejemplo, las cuales poseen instintos que les marcan normas de conducta que en el ser humano sólo se adquieren por la experiencia: las gallinas jóvenes saben, por ejemplo, coger un grano que ven en el suelo. El niño carece de estas aptitudes innatas: durante sus primeros meses no hace la menor tentativa para tocar lo que ve. La "coordinación ojo-mano" viene como resultado de la experiencia. Desde luego, el recién nacido posee ciertas aptitudes nativas: puede volver los ojos hacia una luz brillante, aunque no muy de prisa ni con seguridad. Posee un reflejo relacionado con el acto de mamar, pero no muy inteligente: ciertamente apenas llega más allá de la tendencia a tratar de chupar todo aquello que toca con sus labios. Hasta en este respecto el niño es inferior a las crías de otros mamíferos. Podemos admitir que ciertos estímulos provocan determinados reflejos, pero son sólo los estrictamente suficientes para mantener al infante vivo con ayuda del cuidado maternal.

En esta condición primaria el niño carece, evidentemente, de la concepción de "objeto". Para el sentido común, un "objeto" es algo que posee cierto grado de permanencia y está relacionado con varias clases de sensaciones. Esto implica algo así como memoria que dé origen a la idea de permanencia o, más bien, y ante todo, al sentido de reconocimiento, e implica, asimismo, experiencia, que proporcione a un estímulo sensorial una reacción originalmente asociada con otro. En los niños, el factor más importante para la formación de la noción, de sentido común, de objeto es la coordinación ojo-mano, el descubrimiento de que, muchas

veces, es posible atrapar con una lo que se ve con el otro. De esta forma, el espacio visual y el del tacto vienen a ser correlativos, y éste es uno de los pasos más importantes en el desarrollo mental de un infante.

Al llegar a este punto es importante aclarar la diferencia entre el “espacio” en psicología y el “espacio” en física. Hay, indudablemente, una relación entre los dos, de la cual nos ocuparemos más adelante. Pero esta relación precisa un gran rodeo y un considerable proceso deductivo. Para comenzar es mucho más útil comprender la diferencia entre ambos que su relación, porque la suposición de que ésta es más íntima de lo que en realidad es, puede conducir a confusión de ideas. En física hay solamente un espacio, mientras que en psicología existen varios para cada individuo; verdad es que éstos pueden, mediante determinadas operaciones, reducirse a uno solo por individuo, pero no consienten mayor reducción, sin introducir confusiones que luego es imposible disipar. El espacio que contiene mis objetos visuales no tiene nada de común con el que contiene el vuestro, puesto que ningún objeto visual de mi mundo es exactamente idéntico a uno del vuestro. Y la amalgama de los espacios que percibo por mis diferentes sentidos en una sólo forma parte de la ciencia primaria que practica el niño a la edad de tres meses aproximadamente. Me parece que el Dr. Whitehead, en su deseo de tender un puente entre la percepción y la física, cree demasiado fácil la tarea, en lo que respecta al espacio. Dice así (1):

“La teoría corriente de las diferentes clases de espacio —espacio táctil, espacio visual, etc.—se origina totalmente del error de deducir el espacio de las relaciones entre figuras. Con este procedimiento, como quiera que las figuras son diferentes para los distintos sentidos, debe haber, evidentemente, diferentes tipos de espacio para cada uno de éstos. Y la demanda crea la oferta. Si a pesar de todo hay que admitir la asimilación moderna de espacio y tiempo, debe-

(1) *The Principles of Natural Knowledge*, pp. 193-4.

mos dar un paso adelante y admitir también diferentes clases de tiempo para nuestros diferentes sentidos—es decir: un tiempo táctil, un tiempo visual, etc.

“Concedido esto, es difícil comprender cómo los sectores separados de nuestra experiencia perceptual consiguen integrarse en un mundo común. Será preciso, por ejemplo, admitir una armonía preestablecida para asegurar que el periódico visual, o sea perceptible a nuestro órgano de visión, se nos entrega a la hora visual del desayuno, en nuestro comedor visual, y, del mismo modo, que el periódico táctil nos llega en el táctil momento del desayuno táctil en el comedor táctil. Difícil es para un hombre vulgar, como el autor, aceptar el milagro de la diaria coincidencia de los dos periódicos, en los dos comedores con tan admirable exactitud, en el mismo momento. Pero el milagro suplementario que introducen los dos tiempos es realmente increíble.”

Este párrafo es tan divertido, que me duele criticarlo. Pero no veo cómo exponer de otro modo los puntos en que disiento del Dr. Whitehead. Primero es preciso aclarar una cuestión puramente verbal. El Dr. Whitehead dice que es un error deducir el espacio de las relaciones entre figuras. Ciertamente que es un error deducir de esta forma el espacio *físico*, pero en cuanto al espacio psicológico el asunto es diferente. Aquí ciertamente se perciben relaciones entre figuras, y dichas relaciones percibidas forman parte de nuestros datos perceptuales en la física. Que esto deba llamarse espacio o no, es sólo una cuestión verbal. Los psicólogos, en general, encuentran conveniente afirmarlo, pero el asunto carece de importancia. Una vez aclarada suficientemente la cuestión, quedan otras, esenciales para la comprensión de las relaciones entre la física y la percepción.

Tomemos primero la cuestión de los dos tiempos. Según se ve, cuando estudiamos la teoría causal de la percepción, todo mi mundo perceptual está, desde el punto de vista físico, en mi cabeza; dos acontecimientos cualesquiera que experimento que se solapan en el espacio físico, y todos los demás con ellos en el espacio *físico*, ocupan un volumen más

pequeño que mi cabeza, puesto que, evidentemente, no afectan al cabello, piel, dientes, etc. Consecuentemente, en los principios relativistas no hay problema de los dos tiempos, puesto que el tiempo sólo se refiere a acontecimientos que están espacialmente separados en el espacio físico.

Respecto a la necesidad de distinguir el espacio táctil y el visual, existen relaciones percibidas entre objetos que vemos simultáneamente y también entre objetos que palpamos simultáneamente, y estas relaciones forman parte de la materia prima, fuera de la cual construimos nuestra noción de espacio. *Estas* relaciones no pueden existir entre una percepción visual y otra táctil. Pero hay otras relaciones que sí pueden, a saber: las de correlación; cuando veo mi mano en contacto con un objeto visual, la siento al mismo tiempo en contacto con un objeto táctil, y, además, ambos objetos, el visual y el táctil, guardan ciertas relaciones entre sí; por ejemplo, al mismo tiempo que vemos un objeto puntiagudo obtenemos una sensación táctil de agudeza. Todo esto, sin embargo, se aprende por experiencia, es decir, que ella nos da a conocer las leyes de correlación y podemos observar al niño en el proceso de este aprendizaje. Podríamos llamar estas leyes “armonías preestablecidas”, pero no lo son en mayor grado que cualesquiera otras leyes científicas. A menos que admitamos que todas las leyes de la naturaleza pueden ser demostrables por pura lógica, lo que apenas puede concebirse actualmente, nos es necesario admitir que hay coexistencias y efectos que esperamos encontrar, basándonos en nuestra experiencia anterior y a pesar de que lógicamente no sería imposible que dejaran de realizarse. Un ejemplo de este tipo es la correlación de las sensaciones visuales y táctiles.

En todos estos casos se supone a veces que los sucesos correlativos son meras manifestaciones diferentes de una sola y misma entidad. Este es, en efecto, el punto de vista del sentido común, según el cual es posible ver y tocar el mismo objeto. Nada se puede objetar a esto, y no niego que, bien interpretada, esta hipótesis sea correcta. Pero, a pesar

de todo, sigue siendo verbal que la entidad, que se dice manifiesta, se deduce de nuestra experiencia de la correlación y que las percepciones correlacionadas no están relacionadas entre sí *lógicamente*, sino empíricamente sólo. Tomemos una percepción visual v y una percepción táctil t . Cada una provoca reflejos apropiados y, como con frecuencia se dan simultáneamente, ocurre con el tiempo que cada una de ellas provoca también los reflejos correspondientes a la otra. La inducción práctica tiene lugar antes de que el niño pueda reflexionar que las dos son correlativas y, en realidad, si no llega a ser un hombre ilustrado, jamás se dará cuenta probablemente de la correlación de v y t . Pero en cuanto reflexionamos sobre el problema, vemos que no hay correlación *necesaria*, pues falla en los ciegos y en el hombre al que se haya anestesiado los dedos. No obstante, en general, la correlación existe. El sentido común la explica considerando la vista y el tacto como modos de llegar a conocer un objeto que es, al mismo tiempo, visible y tangible. En el lenguaje de la teoría causal de la percepción decimos que v y t tienen una causa común, externa por lo general al cuerpo. No es mi propósito negar esto, sino solamente puntualizar que, si consideramos las bases de nuestro conocimiento, no podemos afirmar que conozcamos la correlación, porque no es conocida la causa común externa. El orden, en el conocimiento, es el contrario: tenemos la evidencia de la correlación por nuestra experiencia, y de ello deducimos (1) la causa común, de modo que esta última no puede tener mayor grado de certidumbre que aquélla, que es su premisa. Desde un punto de vista objetivo, el niño "conoce" la correlación, cuando uno de los estímulos provoca la respuesta originalmente apropiada al otro.

Debo poner en guardia al lector contra una pequeña confusión posible. Si v y t están invariablemente correlacionadas, podría decirse, es imposible que una de ellas pueda darse

(1) Utilizo aquí la palabra "deducción" en un sentido referente a la conducta.

sin la otra, y, por tanto, no existen medios de determinar si una sola puede despertar la respuesta que corresponde a la otra. En realidad, el asunto es tan sencillo como nosotros lo hemos expuesto. Lo que aprendemos por la experiencia infantil no es que *v* y *t* sean *siempre* correlativos: es posible tocar en la oscuridad o con los ojos tapados, y es posible también ver sin tocar. Lo que en realidad nos enseña es que dicha correlación puede realizarse fácilmente en muchos casos. Los movimientos del ojo nos dan, generalmente, una sensación visual correspondiente a una táctil, previamente no correlacionada, y los movimientos de la mano (o de otra parte del cuerpo) dan, en una cierta proporción de casos, una sensación táctil correspondiente a una visual no correlacionada con anterioridad. Los niños, que comienza a practicar la coordinación ojo-mano, intentan atrapar objetos que se encuentran fuera de su alcance; solamente de un modo gradual se aprende a apreciar las distancias, con más o menos exactitud. Cuando los objetos no se encuentran a nuestro alcance, se nos presenta una nueva correlación, a saber: la que existe entre la sensación visual y el recorrido de la distancia que nos separa del objeto, para traerlo a nuestro alcance. En circunstancias poco corrientes, hasta los adultos sufren equivocaciones en estos casos; por ejemplo: la inexacta estimación de la profundidad a que se encuentran los objetos bajo el agua. Las grandes distancias permanecen en todo caso fuera del alcance del sentido común; sólo la ciencia puede asegurarnos que el sol está más lejos de nosotros que la luna.

Según podemos observar, lo que el niño aprende son los actos corporales, que efectivamente refuerzan la percepción de un sentido con la de otro; particularmente, aprende a tocar lo que se ve, esto es, consigue por sí mismo un par correlativo *v t*, en vez del *v* aislado. Análogamente, aprende a mirar alrededor cuando oye una voz, etc. Todo esto implica que posee, en lo que se refiere a la acción, la noción de objeto físico como un algo capaz de afectar a varios sentidos

simultáneamente. El elemento de reconocimiento es lógicamente separable y surge algún tiempo antes.

Estos hábitos motores son esenciales en la génesis de las creencias del sentido común que se dan en un estado muy posterior del desarrollo mental. El sentido común, en su forma más primitiva, apenas está enterado de que existe una cosa como la percepción; sólo sabe de los objetos percibidos. Y en la época en que comienza la reflexión más rudimentaria, cada sentido provoca respuestas relacionadas con otros sentidos, de tal modo que hasta cuando, desde el punto de vista de los estímulos extensos, sólo un sentido es afectado, la experiencia ofrece la solidez de todo aquello en que intervienen varios sentidos. Véanse los cuadros que nos da Köhler en su libro sobre la inteligencia de los monos; vemos allí unos chimpacés que observan a otros con movimientos simpáticos de los brazos, lo que indica una estimulación de reacciones corporales relacionada con el balanceo, aunque el único estímulo es visual. Esto demuestra que el sentido común puede identificar con toda seguridad un objeto, que se toca y no se ve, con un objeto que se ve y no se toca—por ejemplo, la bola de cricket unas veces cogida y otras vista cruzar el aire—. La razón es que la experiencia es siempre más rica que lo que pudiera justificarse por los estímulos sensoriales únicamente; contiene siempre respuestas derivadas de la experiencia fisiológica de correlaciones anteriores. Si un adulto oyera por primera vez el rebuzno de un asno, sin saber previamente que era un animal el que producía tal sonido, su experiencia sería asombrosamente diferente de la de otro adulto normal en las mismas circunstancias.

Inicialmente, el sentido común no distingue tan claramente como los pueblos civilizados entre personas, animales y cosas. Las religiones primitivas nos ofrecen abundantes testimonios de ello. Una cosa, como un animal, tiene una especie de poder que reside dentro de ella; puede caer sobre nuestra cabeza, voltear con el viento, etc. Sólo gradualmente van distinguiéndose con claridad los objetos inanimados

de los seres, observando que sus acciones carecen de objeto. Pero esta base de diferenciación no sirve para distinguir el hombre de los animales, y a estos últimos les atribuyen los salvajes mucha más inteligencia de la que tienen.

El sentido común es, en casi todos los respectos, ingenuamente realista; cree que como norma nuestras percepciones nos muestran los objetos como realmente son, y puede sostener este punto de vista, gracias a su masa de experiencias que, en cada individuo, precede al surgimiento de aquél. No se nos ocurre pensar que una persona que está lejos sea más pequeña que otra que tenemos al lado; no juzgamos que los objetos circulares vistos oblicuamente son elípticos, etc. Todo esto forma, para el sentido común, parte de la percepción; puede dudarse si no ocurre lo mismo respecto a la psicología. Pero, ciertamente, no constituye una parte del aparato perceptivo inicial del niño; es algo que éste tiene que aprender. Una parte se aprende con posterioridad a la adquisición de la palabra, especialmente el juicio correcto del tamaño de los objetos distantes. Pero, sea como fuere, a los tres años de edad el niño ha adquirido el instrumento del sentido común. Esto significa que su reacción inmediata a un estímulo sensorial implica una gran cantidad de experiencia previa y le permite disfrutar, sin proceso mental alguno, de un aspecto de lo que percibe mucho más objetivo de lo que era posible en su nacimiento. La palabra "objetivo" la empleo aquí no como algo metafísico, sino meramente como algo que "con cuerda con el testimonio de otros". Sería una completa equivocación el suponer que en un adulto hay primero una experiencia correspondiente al simple estímulo sensorial y luego una deducción de aquello de que éste es signo. Esto puede ocurrir en determinados casos; por ejemplo, si contemplamos a un hombre casualmente y no nos damos cuenta, hasta el último momento, de que teníamos algo que decirle. Pero esta experiencia se aparta totalmente de nuestra percepción normal, en que la "deducción", en el único sentido en que puede afirmarse que existe, es fisiológica o, de cualquier modo, imposible de descubrir por introspección. Adop-

tamos la creencia del sentido común de que realmente percibimos los objetos externos gracias a que el estímulo sensorial tiene posibilidad de conducirnos, sin ningún elemento mental intermedio, a un objeto prácticamente idéntico al percibido por nuestros semejantes.

La noción de causa forma parte del instrumental de que dispone el sentido común. No creo que sea verdad que el sentido común considere los objetos como causas de nuestras percepciones; no se puede pensar a menos que fuera obligado a ello, en que introduzca la causalidad a este respecto. Busca las causas, cuando se encuentra sorprendido, no cuando un hecho le parece perfectamente natural. Pregunta las causas de un espejismo, una reflexión, un sueño, un terremoto, una plaga, etc., pero no las del ordinario curso de la naturaleza. Y la causa que busca, siempre que el acontecimiento en cuestión reviste un gran interés emocional, será, casi seguramente, animista: la cólera de los dioses o algo parecido. La idea de una causalidad universal y de la causalidad independiente del objeto pertenece a un estadio posterior del desarrollo mental y marca el principio de la filosofía y de la ciencia.

La sustancia es una categoría que viene naturalmente al sentido común, aunque sin el atributo de indestructibilidad agregado por los metafísicos (en esto quizá puedan exponerse otras opiniones). Se ve uno inclinado a suponer que el sentido común cree que el fuego destruye lo que quema; pero los chinos cuando han llevado a cabo un convenio solemne acostumbran a quemarlo, para que los dioses puedan tomar de él conocimiento por el humo (desde luego, se reservan una copia para los fines terrestres). Y las razas que practican la cremación no creen, en general, que destruyen totalmente los cuerpos. Por otra parte, ha existido un prejuicio religioso contra la cremación, que implica la creencia de que el cuerpo era, mediante ella, totalmente aniquilado. Creo, por todo ello, que es posible sacar la conclusión de que la actitud del sentido común respecto a la indestructibilidad de la sustancia es vacilante; en conjunto, el éxito de la física, esta-

bleciendo unidades materiales imperecederas, representa un triunfo del filósofo sobre el hombre vulgar.

La sustancia, sea o no indestructible, reviste gran importancia para el pensamiento, domina la sintaxis y, a través de ésta, domina la filosofía hasta en nuestros días. En un primitivo estadio no existe distinción entre “sustancia” y “cosa”; ambas expresan, primero en el lenguaje y después en el pensamiento, la emoción del reconocimiento. Para un niño éste provoca una emoción muy intensa, particularmente cuando está relacionado con algo agradable o desagradable. Cuando el niño empieza a hacer uso de la palabra, aplica un mismo vocablo a percepciones que tienen lugar en dos ocasiones distintas, si la segunda provoca la emoción del reconocimiento asociada al recuerdo de la primera, o quizá únicamente al recuerdo de la palabra que ha aprendido en presencia de la primera. (Cuando digo que el infante utiliza la “misma” palabra, quiero significar que emite exactamente los mismos sonidos.) La utilización de una palabra dada como respuesta a estímulos de una cierta clase, es un hábito motor, como alargar la mano para coger una botella. Dos percepciones, a las que se aplica la misma palabra, se consideran idénticas, a menos que ambas puedan estar presentes al mismo tiempo; esta característica es la que distingue los nombres genéricos de los propios. La base de este proceso, en su totalidad, es la emoción del reconocimiento. Cuando aquél, como método de aprendizaje de los hábitos motores, es completo y comienza la reflexión, sobre él se toma la identidad de nombre como indicativa de la identidad de sustancia, en un sentido en el caso de nombres propios; en otro, en el caso de nombres aplicables a dos o más percepciones simultáneas, es decir, en el de los nombres-genéricos (ideas platónicas universales). En todo ello viene primero el lenguaje, y el pensamiento sigue sus pasos. Y el lenguaje está ampliamente regido por la causalidad fisiológica.

Una sustancia o cosa se supone idéntica a sí misma en diferentes tiempos, aunque cambien sus propiedades. John Jones es la misma persona durante toda su vida, aunque

crece desde la infancia a la madurez, está unas veces contento y otras enojado, en ciertos tiempos despierto y en otros dormido. Ante todo, se considera que es la misma persona, porque tiene el mismo nombre. Pero el nombre, como la persona, no es exactamente el mismo en ocasiones diferentes: puede pronunciarse alto o bajo, de prisa o despacio. No obstante, estas diferencias son demasiado pequeñas para evitar el reconocimiento, excepto en raras ocasiones; por ejemplo: cuando el nombre se pronuncia muy mal por un extranjero. Uno de los méritos de los nombres es que cambian menos que la persona nombrada.

La concepción de la identidad sustancial con propiedades variables satura el lenguaje, el sentido común y la metafísica. Para mi inteligencia resulta útil en la práctica y perjudicial en la teoría. Digo que es perjudicial si se toma como término de la metafísica: lo que aparece como una sola sustancia con estados cambiantes debería ser concebido, sostengo, como una serie de acontecimientos fuertemente ligados entre sí en alguna forma. Por ahora no defenderé esta opinión, que hubiera sido considerada como extraña por completo a la física, antes de realizarse la sustitución del antiguo concepto de unidades materiales persistentes, moviéndose en un espacio tridimensional, por el continuo cuatridimensional de acontecimientos y de la correspondiente de espacio y tiempo por el espacio-tiempo. Pero aún aparece la antigua concepción como la natural, para aplicarse a electrones y protones, de modo que puede decirse que la física tiene, al presente, dos puntos de vista diferentes sobre este problema. Por el momento no emprenderé la crítica de la noción de sustancia, limitándome a mostrar su génesis que considero derivada de la emoción pre-humana que reflexivamente llamamos "reconocimiento", aunque carece, en su origen, del carácter cognoscitivo definido, unido a esta palabra cuando se aplica a los procesos mentales de un ser humano adulto.

La inducción, como la sustancia, desempeña un papel importante en el sentido común, y tiene una base primaria-

mente fisiológica. No voy, por el momento, a discutir la validez de la inducción, sino la causa por la que se practica entre los animales, los niños y los salvajes. Desde luego, en este estudio daremos como realmente válida la inducción, puesto que sin esto es imposible descubrir las causas. Pero no damos por supuesto la validez de las inducciones primitivas, que estamos discutiendo: suponemos solamente que existe *alguna* forma válida de inducción. En toda la psicología genética admitimos la validez de los procedimientos científicos ordinarios. Si esta suposición nos condujera a resultados de psicología genética que pusieran en duda la validez del procedimiento científico, esto constituiría una *reductio ad absurdum*, que destruiría dicha psicología en todo lo restante. Por esto, siempre que algún proceso notoriamente inválido se nos presenta como fuente psicológica de un método esencial a la ciencia, debemos suponer, a menos que nos afiliemos a un completo escepticismo, que existe un determinado proceso válido, que, en la mayoría de los casos, en que se aplica el otro por el hombre no científico, da resultados relativamente similares a los de este último. Todo esto tiene quizá solamente una justificación pragmática, pero no puede decirse *ab initio* si ello es así en realidad. La utilidad real de las primitivas formas de estricta investigación de la deducción es que el contraste entre ellas y la deducción científica corriente puede seguir orientaciones en que ésta última sea capaz de un mejoramiento todavía mayor. La importancia lógica directa de las investigaciones de los orígenes de nuestros procesos mentales es nula, pero su importancia como medio de estimular la imaginación en la formación de hipótesis, puede ser considerable. Por esta razón es por lo que los temas que el presente capítulo trata constituyen una útil introducción a aquellos que forman nuestra verdadera materia de estudio.

Hablando históricamente, la fuente de inducción es la ley general que el Dr. J. B. Watson llama de las "reacciones aprendidas". Esquemáticamente puede formularse así: Si un estímulo S, actuando sobre el cuerpo vivo de un animal, pro-

voca una reacción R, y un estímulo S' provoca una R', aplicando S y S' al mismo tiempo, hay una tendencia a que al actuar después S sólo produzca R' lo mismo que R. Por ejemplo, si exponéis frecuentemente a una persona a un cierto ruido estrepitoso y a una luz brillante simultáneamente, después de algún tiempo el ruido provocará por sí solo la contracción de las pupilas. Es evidente que la *práctica* de la inducción es simplemente la aplicación de esta ley a reacciones cognoscitivas. Si oís con frecuencia las palabras "he aquí a Jones", cuando al fin podáis ver a éste, estas palabras os permitirán finalmente creer que Jones está presente, incluso si por el momento no os es posible verle. Esta forma de inducción está incluida en el lenguaje inteligente. Es evidente que, en su forma estricta, la inducción puede conducir a creencias falsas, lo mismo que verdaderas; la metodología científica necesita buscar una forma de inducción que haga que las deducciones falsas resulten mucho más escasas que las verdaderas. Si es posible encontrarla, será también posible que una persona se adiestre en su actividad profesional hasta poder evitar las formas más primitivas. Pero, como simple mortal, no podrá sobrevivir un día si rehúsa confiar en lo que podríamos llamar inducción fisiológica, que almacena en nuestro cuerpo las lecciones de la experiencia pasada. En la práctica es preferible un método casi instantáneo de deducción, que dé resultados exactos nueve veces de cada diez, que otro más lento que dé siempre resultados correctos. Una persona que sometiera todo su alimento al análisis químico antes de ingerirlo, evitaría la posibilidad de ser envenenado, pero también estaría expuesto a no estar suficientemente nutrido.

En el curso del desenvolvimiento de la teoría se han precisado repetidamente grandes cambios intelectuales, debido a errores que desde el punto de vista práctico eran muy pequeños. La teoría de la relatividad es un notable ejemplo de ello; se ha necesitado llevar a cabo una reconstrucción inmensa para salvar unas discrepancias de que sólo era posible darse cuenta por las más delicadas mediciones. A medida que

la ciencia avanza, más diminutos son los hechos que no le es ya posible asimilar. El sentido común resuelve bastante bien todas las necesidades de una comunidad pre-industrial; pero no es capaz de construir una dinamo o una estación radiotelefónica. Para éstas necesitamos avanzar al estadio de desarrollo de la física pre-relativista. Aún no existen las máquinas que implican una física de la relatividad, pero probablemente se construirán algún día. Esto, sin embargo, no atañe a nuestra afirmación, según la cual una pequeña discrepancia entre la teoría y la observación puede señalar un importante error en la primera. Tómese, por ejemplo, el realismo ingenuo y la velocidad de la luz, esta última desde un punto de vista pre-relativista. La suposición del sentido común y del ingenuo realismo, de que vemos el objeto físico actual, difícilmente puede conciliarse con el punto de vista científico, según el cual nuestra percepción tiene lugar algo después de la emisión de luz por el objeto, y esta dificultad no queda salvada por el hecho de que el tiempo en cuestión sea muy pequeño. Por esto no podemos deducir de los éxitos prácticos del sentido común su exactitud teórica aproximada, sino solamente una especie de tosca correspondencia entre sus vulgares deducciones y aquellas que se derivan de una teoría correcta. Si la física ha tenido que abandonar el sentido común, no hay razón para echarle la culpa de ello.

CAPÍTULO XVI

DEL SENTIDO COMUN A LA FISICA

Fue en el siglo xvii cuando el mundo científico, en oposición al del sentido común, comenzó a adquirir importancia. Se había manifestado ya en casos individuales entre los griegos, pero no se obtuvieron entonces resultados suficientemente importantes para influir en la generalidad de las personas educadas. En el siglo xvii la ciencia comenzó a ganar aparatosas victorias y a desenvolver un mundo definidamente distinto, en ciertos importantes respectos, del mundo del sentido común. Los aspectos históricos de este cambio han sido expuestos por el doctor Whitehead en su obra *Science and the Modern World*, especialmente en el capítulo titulado "El siglo de los genios", de modo tan admirable que sería temerario volver nuevamente sobre el tema. Me limitaré, por esta razón, a elegir algunos aspectos que son importantes en relación con los capítulos que han de seguir.

El acontecimiento principal del siglo xvii, desde nuestro punto de vista, fue la separación de la percepción y la materia, que preocupó a todos los filósofos, desde Descartes a Berkeley, llegando este último a negar la materia, mientras que Leibnitz concluía con la negación de la percepción.

El sentido común cree que existe una interacción entre la mente y la materia: cuando una piedra nos daña, nuestra mente padece y cuando arrojamus una piedra aquella se mueve. El desarrollo de la física hizo que la materia apare-

ciese como causalmente completa en sí misma; se creyó que existían siempre causas físicas en los movimientos de la materia, de modo que las voliciones resultaban inútiles. Descartes, que creía en la conservación de la *vis viva*, pero que ignoraba la conservación de la cantidad de movimiento, pensó que la mente podía influenciar la dirección del movimiento de los espíritus animales; pero no su importancia. Esta solución intermedia tuvo que ser abandonada por sus continuadores, debido al descubrimiento del principio de conservación de la cantidad de movimiento. Decidieron, pues, que la mente, en ningún caso, puede influir en la materia y recíprocamente. Esta última hipótesis no estaba basada directamente sobre la ciencia, sino sobre la metafísica inventada para tratar de explicar las influencias aparentes de la mente sobre la materia. Es ciertamente algo raro el suponer que el movimiento de mi brazo no está causado por mi volición; no es menos extraño pensar que la percepción de mi brazo está causada por éste. La teoría de que hay dos sustancias: mente y materia, y que ninguna de ellas puede actuar sobre la otra, dio la explicación de la independencia causal del mundo físico y aseguró la del mundo mental. Así, mente y materia se separaron profundamente, mucho más de lo que lo habían estado antes del surgimiento de la física moderna.

Toda la moderna filosofía, hasta Kant, está dominada por este problema, al cual se daban un gran número de soluciones. Espinosa sostuvo que existe sólo una sustancia, cuyos únicos atributos *conocidos* son pensamiento y extensión, que corren paralelos, sin ejercer ninguna acción entre sí, como los dos relojes perfectos de los ocasionalistas. Leibnitz creía en la existencia de un inmenso número de sustancias, todas ellas causalmente independientes de las restantes, pero desarrollándose paralelas, en virtud de una armonía pre-establecida: estas sustancias eran todas ellas mentales, más o menos desarrolladas, y la materia era únicamente un modo confuso de “percibir” un cierto número de sustancias. La palabra “percepción” tiene en la filosofía de

Leibnitz un sentido peculiar, derivado del paralelismo y de la noción de “reflejar el universo”. Sin pretender compartir por completo las opiniones de Leibnitz, debemos sostener la teoría, que este sistema implica, aunque su autor lo haya o no previsto, a saber: cada mónada, en cada momento se mantiene en un estado infinitamente complejo, que es capaz de una correspondencia con el estado de otra mónada en el mismo momento. (Esta es la armonía pre-establecida.) Las diferencias entre los estados de las distintas mónadas pueden compararse a las que existen entre los diversos aspectos que ofrece un objeto dado, según el punto de vista desde el cual se le considera. Leibnitz las compara a las diferencias de perspectiva o punto de vista, las cuales pueden disponerse en un orden tridimensional; en definitiva, las mónadas forman un conjunto que cambia con el tiempo. Además de las correspondencias de unas mónadas con otras, existe otra entre el estado de cada mónada y el conjunto formado por todas ellas (como reflejo del universo). Se verá que esto último implica lógicamente lo primero: si cada mónada refleja en cada momento el universo, todas ellas deben guardar siempre una armonía entre sí. Expresémoslo en términos matemáticos; supongamos que los estados de la *emésima* mónada vienen representados, en un momento dado, por los números:

$$m - 1, m - \frac{1}{2}, m - \frac{1}{3} \dots$$

Ahora bien, existe una correspondencia entre estos estados y los análogos de la mónada *emésima*, que son:

$$n - 1, n - \frac{1}{2}, n - \frac{1}{3}$$

y hay también una correspondencia entre los estados de cada mónada y los números análogos de la serie:

$$1, 2, 3, \dots m, \dots n.$$

que puede considerarse como representando la serie de las mónadas. Sustitúyase una coordenada discreta a tres coordenadas continuas y obtendremos una representación matemática del mundo de Leibnitz.

La objeción evidente que se ofrece a este sistema es la de que no puede dar ninguna razón concebible que garantice su suposición de que una mónada refleja el mundo. Leibnitz mismo era una mónada, y, según su propia teoría, hubiera desarrollado exactamente la misma existencia si hubiera sido la única, puesto que estas son entidades herméticas. Por ello le sería imposible dar ninguna base de impugnación contra el solipsismo, excepto algunos argumentos forzados derivados de la teología y de la divina "perfección metafísica". Este defecto procedía de su teoría de la causalidad, que a su vez era resultado de la afirmación cartesiana, según la cual una sustancia no puede actuar sobre otra, afirmación inspirada por el éxito de la física al establecer leyes causales puramente físicas, que parecían resolver satisfactoriamente todos los movimientos de la materia. A pesar de este notorio defecto, me he detenido en el sistema de Leibnitz, porque creo que contiene atisbos de una metafísica compatible con la física moderna y con la psicología, aunque necesita, desde luego, importantes modificaciones.

El problema de la percepción quedó sin resolver, a pesar de que constituía una de las preocupaciones principales de los filósofos. Locke, con toda su importancia, no contribuyó grandemente a su solución, excepto en su teoría de que las cualidades primarias son objetivas y las secundarias subjetivas; pero su *Ensayo* condujo a otros a teorías distintas que han conservado hasta hoy su importancia. Berkeley descartó el mundo material y con ello no necesitó descartar la física, puesto que las fórmulas de ésta pueden aplicarse perfectamente bien a colecciones de hechos mentales, como suponía Leibnitz. Berkeley no parece haberse dejado influir por el argumento aducido por los cartesianos, a saber: la supuesta imposibilidad de interacción entre la mente y la materia. Lo que influyó más sobre dicho filósofo fue el argumento

epistemológico de que todo aquello que nos es conocido es un acontecimiento mental y que no hay ninguna razón aceptable para deducir que hay acontecimientos de cualquier otra clase. Este tipo de argumento es, según creo, nuevo en Berkeley, cuando lo considera como fuente de la metafísica, y en otra forma llegó a alcanzar resonancia con Kant. Hume llevó mucho más lejos que Berkeley el mismo tipo de razonamiento, puesto que se satisfizo con permanecer escéptico, en tanto que el primero utilizaba el escepticismo como material para deducir un argumento en favor de la religión, limitando por esto el alcance de la crítica de lo que se entendía por conocimiento. La crítica que hizo Hume de la noción de causa hirió de raíz a la ciencia, exigiendo imperativamente una respuesta. Innumerables le fueron dadas desde luego; pero no me puedo persuadir de que alguna de ellas fuera aceptable en ningún aspecto, ni siquiera la de Kant. Por el momento no me propongo discutir, sin embargo, ninguna filosofía que tenga algo más que interés histórico, como es el caso de las de Berkeley, Hume y Kant. Volvamos, pues, de nuestra excursión a los problemas más íntimamente relacionados con la ciencia.

El profundo y duradero influjo que el cartesianismo ejerció sobre los filósofos y hombres de ciencia, tuvo por efecto aumentar la distancia que separaba la mente y la materia. Los físicos se mostraron satisfechos con la idea de que su ciencia podía proseguir independientemente de toda consideración relativa al entendimiento y, confiados, dejaron disputar a los filósofos bajo la impresión de que la filosofía nada tenía que ver con ellos. Durante algún tiempo y desde el punto de vista del progreso científico, pudo atribuirse una gran proporción de verdad a esta opinión; pero, en su largo camino, la ciencia no puede cerrar sus ojos a problemas que lógicamente revisten importancia para la investigación. Puede admitirse que la mayoría de lo que ha pasado en filosofía no habría sido muy útil al hombre de ciencia, pero esto era debido, principalmente, a que la filosofía no era ya creación de hombres como Descartes y Leibnitz, que eran, al propio

tiempo, las supremas autoridades en la ciencia. Esperemos que este estado de cosas esté próximo a desaparecer.

La “materia” de los cartesianos, debido a su negación de la interacción entre mente y materia, podía creerse que era tan abstracta y tan puramente matemática como en la física moderna. Pero, en realidad, no es así: la técnica de esta época dependía aún de nociones que tienen una base inmediata en nuestra propia experiencia. Podríamos quizá distinguir tres clases de física, según las experiencias sensibles de que se derivan sus teorías; las llamaré física muscular, física táctil y física visual respectivamente. Desde luego ninguna de ellas ha existido jamás aisladamente: la física real ha sido siempre una mezcla de las tres. Pero puede ayudarnos al análisis el imaginar una separación entre ellas, distinguiendo los elementos de la física real que pueden atribuirse a la primera, cuáles a la segunda y cuáles a la tercera. En general, podemos afirmar que la física visual ha adquirido de día en día mayor predominio y ha obtenido una victoria casi completa sobre las otras en la teoría de la relatividad.

La física muscular está condensada en la idea de “fuerza”. Newton creyó evidentemente en la idea de fuerza como una *vera causa*, no como mero término de una ecuación matemática. Era natural; todos conocemos la experiencia de la “fuerza aplicada” y sabemos que está relacionada con la puesta de los cuerpos en movimiento. Los físicos suponen, por una especie de animismo inconsciente, que algo análogo ocurre siempre que un cuerpo imprime movimiento a otro. Desgraciadamente para la dinámica, tenemos la experiencia de la “fuerza aplicada” sólo en el caso de que un cuerpo conserve una velocidad constante, como cuando tiramos de algo a lo largo de un camino; esto es lo que condujo erróneamente a Aristóteles a pensar que la fuerza debía considerarse como causa de la velocidad, no de la aceleración, error corregido primeramente por Galileo, aunque Leonardo llegara muy cerca de la verdad. Puede objetarse que si la fuerza es una ficción matemática ¿cómo podrá ser más “ver-

dadero" el considerarla como proporcional a la aceleración que como proporcional a la velocidad? La razón es que es posible formular leyes que relacionen la fuerza con la situación de un cuerpo respecto a otros, si aquélla se define según Galileo, pero no si se define con arreglo a Aristóteles. El descubrimiento de Galileo de que los cuerpos que caen tienen una aceleración constante, que es la misma para todos (en el vacío), es un ejemplo bien sencillo de lo que acabamos de decir. Con mayor generalidad podemos afirmar que las leyes de la física son, como norma, ecuaciones diferenciales de segundo orden, con respecto al tiempo en la física newtoniana y con respecto al intervalo en la de Einstein. He aquí una noción bien diferente de la de que la fuerza se deriva de la realización de un esfuerzo muscular; sin embargo la una lleva a la otra por una evolución que contiene muchos eslabones intermedios.

La física táctil conduce a la concepción del mundo como constituido por bolas de billar, versión que existía ya en los atomistas griegos. Sabemos lo que es tropezar con otra persona o que otra persona tropiece con nosotros; sabemos también que cuando esto ocurre se transmite movimiento sin ejercitar nuestra volición. Las bolas de billar muestran el fenómeno en cuestión en su forma más adecuada para la elaboración matemática elemental. El camino que recorre la bola de billar cuando choca con otra no es, en modo alguno, sorprendente; por el contrario, generalmente, es el que todo el mundo puede prever. Si todo el universo consistiera en bolas de billar, sería lo que podemos llamar "inteligible", es decir: nunca nos sorprendería lo suficiente para llevarnos a la convicción de que no lo comprendemos. La conservación de la cantidad de movimiento, de que son ejemplo los impactos de las bolas de billar, parece darnos una explicación admirablemente sencilla de todo lo que ocurre. Podemos decir que en un choque se verifica un cierto intercambio de cantidades de movimiento entre dos cuerpos, exactamente como se admite hoy que se intercambian electrones cuando un cuerpo recibe una carga positiva y otro una negativa. Esta interpretación

es preferible a la que se basa en la fuerza, porque no parece exigir de la materia nada que, ni remotamente, pueda asemejarse a volición; fue por ello compartida por el materialismo pre-newtoniano. No obstante, ha desaparecido completamente en las modernas concepciones de la estructura de la materia. Los átomos, en cuya existencia se cree—electrones y protones—nunca llegan al contacto, sino que se mueven como si ejercieran atracciones y repulsiones a distancia, las cuales se explican, sin embargo, como debidas a algo que se transmite a través del medio, que existe entre aquéllos. Lo que ha quedado de la física táctil es una objeción a la “acción a distancia”. Pero esta objeción difícilmente puede achacarse hoy día a un prejuicio *a priori*; más bien es el resultado de una experiencia. Nosotros creemos que cuando un cuerpo parece influenciar a otro a distancia, esto o bien puede explicarse satisfactoriamente o puede atribuirse al paso continuo de energía a través del espacio, que separa ambos cuerpos; pero creemos en ello porque esta teoría concuerda del mejor modo posible con los hechos conocidos, no porque sea la única teoría “inteligible”. Esta última opinión es muy compartida, sin duda alguna, pero no se precisa para justificar las teorías físicas existentes.

La física visual ha sido la inevitablemente dominante en astronomía, debido a que la vista es el único sentido por medio del cual nos es posible conocer los cuerpos celestes. Mientras sólo percibimos un movimiento, no somos conscientes de nada que pueda asemejarse a fuerza. El hecho de que la gravitación haya permanecido inexplicada tanto tiempo, puede haber estimulado el deseo de los físicos teóricos de desarrollar su ciencia prescindiendo de la noción de “fuerza”, puesto que la “fuerza” de la gravitación aparecía totalmente oscura. La física visual tiene también la ventaja de que abarca un número mucho mayor de fenómenos, que estaban incluidos en la dinámica, ya que ella comprende todo lo relativo a la luz. Así, la física se orienta más y más hacia la utilización de sólo aquellas nociones que resultan inteligibles en términos de percepción visual. Ciertamente es que

la masa sigue estando situada en otro orden de ideas. Evidentemente la fuente sensacional de la idea de masa es nuestra sensación del peso. Pero incluso aquélla ha cedido gradualmente. Por otra parte es menos fundamental de lo que antes se creía; además, puede deducirse de percepciones ópticas por la desviación de la línea recta que un cuerpo sufre en un campo de fuerzas dado. Considérense los métodos de determinación de las masas aparentes de las partículas α y β . La física visual hace también mucho más evidente la relatividad del movimiento, que las otras anteriormente estudiadas. Un tren ejerce una fuerza y una estación no; por tanto, desde este punto de vista parece natural decir que el tren se mueve “realmente”, mientras que la estación está “en realidad” inmóvil. Pero desde el punto de vista visual la apariencia de la estación respecto al tren es exactamente correlativa a la del tren respecto a la estación.

En el mundo visual, completamente independiente de la velocidad de la luz, puede producirse un movimiento rápido con una pequeñísima “fuerza”, por ejemplo, haciendo mover un espejo que refleja una luz brillante. El movimiento de los faros giratorios durante la noche hace correr los haces de luz con gran rapidez. El haz, no es una “cosa”, puesto que no es tangible y, sin embargo, conserva ante nuestro sentido común, su identidad mientras se mueve. Pero el sentido común no se sorprende cuando el haz se fragmenta mostrándonos una serie de hechos. La percepción puramente visual de la materia facilita considerablemente la idea de considerar todas las cosas materiales como series de acontecimientos en forma análoga al ejemplo mencionado.

Desde luego no intento sugerir que debemos prescindir de los restantes sentidos, como fuentes del conocimiento del mundo físico. Lo que digo es que la física ha tendido cada día más a interpretar la información que nos suministran dichos otros sentidos, según esquemas imaginarios derivados del sentido de la vista. Quizá existan razones para esto; ciertamente se nos ofrecen por sí mismas dos, una física y otra fisiológica. Anticipando discusiones en que entraremos

después, debo decir que sólo es posible una percepción regularmente exacta, cuando se establece una cadena causal que conduce desde el objeto al órgano sensorial, que es en gran parte independiente de lo que pueda encontrarse en las regiones intermedias. Si éste es o no el caso que nos ocupa, resuélvalo la física. El tacto está limitado a los cuerpos, con que el observador está en contacto; el olfato y el oído no se extienden a distancias muy grandes. Pero las ondas luminosas se transmiten modificándose extraordinariamente poco a través del espacio vacío y sin una gran modificación en una atmósfera clara. Si aceptáramos la teoría del profesor Lewis, mencionada en el capítulo XIII, podríamos decir que un *quantum* de luz viaja, sin sufrir cambio alguno, desde una estrella a un ojo humano. Incluso en el caso de que esta teoría no sea verdadera, el mero hecho de que pueda formularse seriamente muestra la causal "pureza" (si se me permite utilizar esta palabra) del paso de la luz de un cuerpo a otro. Esta es la ventaja física de la vista como fuente de conocimiento del mundo exterior.

La otra ventaja es de orden fisiológico. Un tipo de estímulos físicos es mejor que otro, como fuente de información, si requiere menos energía para producir una sensación perceptible y precisa diferencias físicas más pequeñas para percibir sensaciones diferentes. En ambos respectos la luz es peculiarmente privilegiada. La energía contenida en la luz procedente de una estrella, apenas perceptible, es del orden de un *quantum* por metro cúbico (1). Pequeñísimas diferencias en las longitudes de onda producen diferencias perceptibles de color y las estrellas se nos aparecen como separadas, incluso cuando el ángulo que forman los rayos procedentes de ambas es extraordinariamente pequeño. En estos respectos la vista es, notoriamente, el mejor de los sentidos y no es sorprendente por ello que la física haya atribuido una importancia creciente a los datos que aquélla nos proporciona.

Para el sentido común, el mérito más importante de la

(1) Jeans, *op. cit.*, p. 29.

vista es que nos da conocimiento de los objetos situados a distancia. El oído y el olfato tienen esta misma propiedad en cierta extensión, y el segundo tiene una importancia mucho mayor para ciertas especies animales que para nosotros. Pero ni uno ni otro llegan a grandes distancias, ni nos permiten localizar con toda exactitud la fuente de que proceden. Si aceptamos la teoría causal corriente de la percepción, la causa física próxima de los hechos fisiológicos, que nos conducen a la percepción visual, no es nada de lo que ocurre en el objeto, que decimos que vemos, sino algo que se realiza en la superficie del ojo. Si esto último es capaz de darnos una información del objeto distante, debe venir, en lo principal, causalmente determinado por el objeto, haciendo caso omiso de todo lo que pueda intervenir entre el objeto y el ojo. Este es el mérito físico de la vista, a que nos referíamos hace un momento. Desde luego tiene limitaciones perfectamente definidas. El color de la luz, que llega al ojo, será diferente del emitido por el objeto, si existe entre éste y aquél un cristal empañado o coloreado. La dirección puede verse alterada por un medio de refracción. Los espejos engañan a los animales y a los niños de poca edad. Hay además otros efectos más delicados, como el de Doppler y la aberración. Pero, hechas todas estas concesiones, la vista sigue ocupando el lugar preferente, como método de adquisición de conocimiento sobre los objetos distantes.

En un aspecto es defectuosa la vista, a saber, en la apreciación de la distancia. Algunos psicólogos sostienen que la vista sola puede percibir, en cierta extensión, la profundidad, mientras otros opinan que esta percepción procede en su totalidad de otras experiencias. Sea de esto lo que fuere, lo cierto es que la vista, por sí sola, no puede apreciar sino solamente las distancias muy pequeñas. Nadie es capaz de distinguir, por la vista sola, entre una distancia de 100 yardas y otra de 100 millas. Los niños son incapaces al principio de distinguir entre los objetos que están a su alcance y los que no lo están. Para los efectos prácticos el espacio visual tiene solamente dos dimensiones, aunque esto no sea es-

trictamente exacto para la teoría psicológica. En la práctica, cuando nos es dable conocer el tamaño "real" de un objeto distante, por ejemplo, un hombre o una vaca, podemos apreciar su distancia por su tamaño aparente (1). Pero nuestra experiencia inicial de la distancia se deriva de la cantidad de movimiento corporal, necesario para llegar al contacto. Necesitamos a veces sólo alargar la mano, otras inclinarnos, otras recorrer una cierta distancia. Un recorrido de una hora es una medida natural de distancia y, en efecto, es la legua. No podemos llegar a la idea de sentido común del espacio, sin introducir el movimiento. Y la medición con una regla implica también movimiento, si la distancia que se mide es mayor que aquélla. Hay un espacio en nuestro propio cuerpo que desde luego no nos es conocido, en virtud de un movimiento; nosotros referimos nuestros dolores de cabeza a la cabeza y los del estómago a éste. Pero este espacio es limitado y no nos da relaciones espaciales entre nuestro cuerpo y los objetos que únicamente vemos. Para adquirir conocimiento de dichas relaciones es indispensable el movimiento corporal. Y esto no hubiera podido jamás realizarse con este objeto si no existieran rodeándonos tantos objetos que carecen de movimiento con relación a la tierra. Podemos determinar la distancia que nos separa de una casa, recorriendo aquélla, pero no la que nos separa de un animal en movimiento, por la distancia que necesitamos salvar para alcanzarle.

La ciencia no puede prescindir totalmente de los postulados; pero, a medida que avanza, su número disminuye. Entiendo por postulado algo no muy diferente de una hipótesis de trabajo, salvo que el primero es más general; es algo que suponemos sin evidencia suficiente con la esperanza de que, con su ayuda, nos sea posible construir una teoría que los hechos vengan a confirmar. La ciencia no necesita en modo al-

(1) Shakespeare, para ponderar la altura de la caverna de Dover, dice:

Los cuervos y chovas que vuelan a media altura
Parecen apenas tan grandes como escarabajos.

guno suponer que sus postulados son verdaderos siempre o necesariamente; basta con que sean verdaderos con frecuencia. Deben manejarse de tal modo que, cuando son verdaderos, conduzcan a teorías comprobables, pero si no lo son, *ninguna* teoría pueda construirse que comprueben los hechos, hasta que se encuentre otro método de trabajo, basándose en postulados diferentes.

El más importante postulado de la ciencia es la inducción y puede formularse de distintas maneras, pero de cualquiera que sea conduce al resultado de que a una correlación que se ha encontrado verdadera en cierto número de casos y en ninguno se ha encontrado falsa, puede atribuirse, por lo menos, un cierto grado de probabilidad de ser siempre verdadera. Creo que debe admitirse la validez de la inducción, no porque conozcamos ninguna conclusión definitiva en su favor, sino porque parece, en cierto modo, esencial a la ciencia y no deducible de algún otro principio muy diferente de ella misma. No es mi propósito el discutirla, porque el problema atañe al conocimiento empírico en general, no a la física en particular y también porque la materia es tan complicada, que una discusión útil nos llevaría demasiado lejos. Por el momento me permito referir al lector, a Mr. Keynes y sus críticos (1).

Los restantes postulados que en un tiempo parecieron necesarios, han ido siendo gradualmente considerados como superfluos. Durante algún tiempo la indestructibilidad de la materia ha podido tomarse como postulado. Ahora bien, aunque como norma se supone que persisten los electrones y protones, se sugiere también seriamente la posibilidad de que un electrón y un protón puedan a veces combinarse de modo que se aniquile el uno al otro. Eddington ha aventurado esta hipótesis, como una posible fuente importante de

(1) *A Treatise on Probability*, por John Maynard Keynes, Mac Millan, 1920. *Le Probleme logique de l'induction*, por Jean Nicod, París, Alcan, 1924. Reseña de lo anterior por Braithwaite, *Mind*, 1925. *The Foundations of Probability*, por R. H. Nisbet, *Mind*, enero, 1926.

energía estelar (1). Ciertamente que en este proceso se supone que la energía no es destruida, pero el principio de la conservación de la energía no puede aceptarse ya más que como una generalización empírica y no se cree que sea estrictamente verdadero.

Hasta hace poco se consideró también la continuidad espacio-temporal como uno de los postulados de la ciencia, pero la teoría de los *quanta* la ha puesto en duda sin provocar ningún desastre intelectual. *Puede* que sea verdadera, pero no podemos decir que *deba* serlo.

La existencia de leyes causales merece quizá ser considerada como postulado o quizá podría considerarse como probable, basándose en la actual evidencia, si se admite el principio de la inducción. Debemos hacer aquí la salvedad de que no necesita suponerse que un postulado sea válido universalmente. Podemos admitir que hay leyes causales y tratar de descubrirlas, pero si en una región determinada no se encuentra ninguna, esto únicamente significa que la ciencia no puede conquistar dicha región. Actualmente hay importantes regiones de esta clase. No sabemos por qué se desintegra un átomo radiactivo en cierto momento y no en otro o por qué un electrón planetario cambia de órbita, eligiendo para ello determinado instante. No podemos asegurar que estos hechos sean regidos separadamente por leyes, pero si ello no es así la ciencia no puede tratarlos individualmente y queda limitada al establecimiento de estadísticas medias. Si en realidad esto último se acomoda a los hechos, aún no podemos afirmarlo.

(1) *Nature*, 1 mayo 1926. Suplemento.

CAPÍTULO XVII

¿QUÉ ES UNA CIENCIA EMPÍRICA?

Se conviene, generalmente, en que la física es una ciencia empírica, en contraste con la lógica y la matemática pura. Me propongo en este capítulo definir en qué consiste la diferencia.

Observemos, en primer lugar, que muchos filósofos han negado esta distinción en el pasado. Los racionalistas netos han creído que los hechos (que suponemos que únicamente pueden descubrirse por la observación) pueden en realidad deducirse de principios lógicos y metafísicos; los empiristas netos han supuesto que las premisas de la matemática pura se obtienen por inducción, de la experiencia. Ambas tesis las considero falsas y creo que actualmente son raramente sostenidas; no obstante convendrá examinar las razones que hay para pensar que existe una distinción epistemológica entre matemáticas puras y física, antes de tratar de descubrir su naturaleza exacta.

Existe una distinción tradicional entre proposiciones necesarias y contingentes y otra entre proposiciones analíticas y sintéticas. Antes de Kant se admitía que las proposiciones necesarias eran las mismas que las analíticas y las contingentes las mismas que las sintéticas. Pero, incluso antes de Kant, las dos distinciones eran diferentes, aunque realizaran la misma división de proposiciones. Se admitía que toda proposición es necesaria, asertórica o posible y que estas son nociones últi-

mas, comprendidas en la denominación de "modalidad". No creo que puede hacerse mucho de la modalidad, cuya plausibilidad parece proceder de la confusión entre proposiciones y funciones proposicionales. Ciertamente, las proposiciones pueden dividirse según una norma correspondiente a los significados de analítico y sintético, y explicaremos esto dentro de un momento. Pero las proposiciones, que no son analíticas, solamente pueden ser verdaderas o falsas; una proposición sintética verdadera no puede tener además la propiedad de ser necesaria y una proposición sintética falsa no puede tener además la de ser posible. En cambio, las funciones proposicionales son de tres clases: las que son verdaderas para todos los valores del argumento o argumentos, las que son falsas para todos los valores y las que son verdaderas para algunos argumentos y falsas para otros. Las primeras podrían llamarse necesarias, las segundas imposibles, las terceras posibles. Y estas denominaciones pueden hacerse extensivas a las proposiciones, cuando no se conoce, por sí mismas, que sean verdaderas, sino que nuestro conocimiento de su verdad o falsedad se deduce del conocimiento de funciones proposicionales. Tomemos como ejemplo: "Es posible que el próximo hombre que me encuentre se llame John Smith." Esto es una deducción del hecho de que la función proposicional " x es un hombre y se llama John Smith" es posible, es decir, verdadera, para ciertos valores de x y falsa para otros. Cuando, como en este ejemplo, puede decirse que una *proposición* es posible, el hecho queda de nosotros ignorado. Con mayor conocimiento nos sería dable saber quién es el próximo hombre, con quien me voy a encontrar y entonces llegaríamos a la certidumbre de que es John Smith o a la de que no lo es. La posibilidad en este sentido queda así asimilada a probabilidad y puede contenerse con ella en cualquier grado de esta última, salvo 0 y 1. Análogamente una proposición asertórica era, según mi opinión, una noción confusa, aplicable a una proposición conocida como verdadera, pero conocida también como un valor

de una función proposicional, que es algunas veces falsa, por ejemplo: "John Smith es calvo."

La distinción entre analíticas y sintéticas es mucho más importante para la diferenciación entre matemática pura y física. Tradicionalmente, una proposición "analítica" era aquella cuya contradicción es contradictoria por sí misma o, lo que viene a ser lo mismo en la lógica aristotélica, la que adscribe a un sujeto un predicado que forma parte de él, por ejemplo: los caballos blancos son caballos. Sin embargo, en la práctica, una proposición analítica era aquella cuya veracidad puede conocerse por medio de la lógica sólo. Esta interpretación aún se acepta y es todavía importante aunque no podemos ya utilizar la definición en términos de sujeto y predicado o en términos de ley de contradicción. Cuando Kant sostiene que la proposición " $7 + 5 = 12$ " es sintética, utiliza la definición sujeto-predicado según muestra su argumento. Pero si definimos la proposición analítica como aquella que puede ser deducida sólo por lógica, " $7 + 5 = 12$ " es analítica. Por otra parte, la proposición de que la suma de los ángulos de un triángulo vale dos rectos es sintética. Podemos, pues, preguntarnos: ¿Cuál es la cualidad común que poseen las proposiciones que pueden ser deducidas de las premisas de la lógica?

La respuesta a esta pregunta, dada por Wittgenstein en su *Tractatus Logico-Philosophicus* me parece la adecuada. Las proposiciones que forman parte de la lógica o pueden probarse por la lógica son todas ellas *tautologías*—esto es: muestran que ciertos grupos de símbolos constituyen modos distintos de decir la misma cosa o que un grupo de aquellos dice parte de lo que dice otro. Supongamos que digo: "Si p implica q , $no-q$ implicará $no-p$ "; Wittgenstein afirma que: " p implica q " y " $no-q$ implica $no-p$ " son meramente símbolos diferentes de una sola proposición, que el hecho que hace a la una verdadera (o falsa) es el mismo que hace a la otra verdadera (o falsa). Estas proposiciones, por tanto, se relacionan con los símbolos y podemos conocer su verdad o falsedad sin estudiar el mundo exterior, porque solamente se re-

lacionan con manipulaciones simbólicas. Debo agregar—aunque en esto pueda disentir de Wittgenstein—que toda la matemática pura consiste en tautologías, según el sentido precedente. Si esto es verdad, entonces los empíricos, como J. S. Mill, se equivocan evidentemente al decir que creemos que $2 + 2 = 4$, porque hemos experimentado tantas veces su verdad, que podemos hacer una inducción por simple enumeración, que tiene pocas probabilidades de resultar equivocada. Toda persona sin prejuicios convendrá en que tal teoría se *presiente* que es falsa; nuestra certidumbre referente a las proposiciones matemáticas simples no nos parece semejante a la certidumbre de que el sol saldrá mañana. No quiero decir que estemos más seguros de una que de otra, aunque quizá deberíamos estarlo; afirmo solamente que nuestra seguridad parece proceder de una fuente distinta.

En vista de ello, acepto la idea de que algunas proposiciones son tautologías y otras no y creo que esta es la distinción que subraya la antigua diferenciación de proposiciones analíticas y sintéticas. Es evidente que una proposición, que es una tautología, lo es en virtud de su forma y que cualesquiera que sean las constantes que contenga pueden convertirse en variables sin menoscabar su cualidad tautológica. Un ejemplo tradicional nos lo hará ver: “Si Sócrates es un hombre y todos los hombres son mortales, Sócrates es mortal.” He aquí un valor de la tautología lógica general:

“Para todos los valores de ϕ , α y β si ϕ es α y todas las α son β , ϕ es β .”

En la lógica se desperdicia mucho tiempo proponiendo ejemplos particulares de tautologías generales; por ello nunca deben aparecer constantes, excepto aquellas que son puramente formales. Los números cardinales se convierten, en este sentido, en puramente formales; de aquí que todas las constantes de la matemática pura tengan también este carácter.

Una proposición no puede ser tautología a menos que tenga cierta complejidad, excediendo la de las proposiciones más sencillas. Es evidente que hay mayor complejidad al

hacer equivalentes, dos modos de decir la misma cosa que la que existe en cada uno de ellos separadamente. Es evidente también que siempre que se encuentre realmente útil el conocer que dos grupos de símbolos dicen la misma cosa o que uno dice parte de lo que dice otro, debe ser porque tenemos cierto conocimiento de la verdad o falsedad de lo que expresa uno de los grupos. En consecuencia, el conocimiento lógico sería de muy poca importancia, si se considerara aisladamente; su importancia surge de la combinación con el conocimiento de proposiciones que no son puramente lógicas.

A todas las proposiciones que no son tautológicas las llamaremos "sintéticas". En virtud de la explicación precedente deben ser sintéticas las proposiciones de los tipos más sencillos. Y si la lógica o la matemática pura pueden alguna vez aplicarse a un proceso, que produzca un conocimiento no tautológico, deben existir en aquél otras fuentes de conocimiento distintas de las dos mencionadas.

Las distinciones, que hemos apuntado hasta ahora en el presente capítulo, han sido de naturaleza lógica. Ciertamente que en el caso de la modalidad encontramos alguna confusión derivada de la mezcla de nociones epistemológicas, pero la modalidad ha sido supuesta lógica y en una forma se ha encontrado que actúa como tal. Entramos ahora en una distinción que es esencialmente epistemológica, a saber: la que existe entre el conocimiento *a priori* y el empírico.

Se dice que el conocimiento es *a priori*, cuando puede adquirirse sin requerir como premisa ningún hecho de experiencia; en el caso contrario se dice que es empírico. Pocas palabras son necesarias para aclarar completamente la diferencia. Existe un proceso por el cual adquirimos conocimiento de acontecimientos en tiempos muy próximos a aquellos en que han ocurrido; éste es el proceso llamado "percepción" o "introspección" (1) según el carácter de los acontecimientos.

(1) No pretendo prejuzgar la cuestión de si existe tal proceso de "introspección", sino sólo incluirlo en mi estudio, *en el caso de que exista*.

tecimientos en cuestión. Se necesita, sin duda alguna, un estudio detenido de la naturaleza de este proceso, y todavía más, de la naturaleza del conocimiento, que se deriva de él; pero, por lo pronto, hay que aceptar el hecho escueto de que por este camino adquirimos un conocimiento. Nos despertamos y vemos que ya es de día o todavía de noche, oímos sonar un reloj, vemos brillar una estrella, leemos un periódico, etc. En todos estos casos adquirimos conocimiento de hechos, y el momento en que los adquirimos es el mismo o casi el mismo en que aquellos tienen lugar. Yo llamo a este proceso “percepción” y por conveniencia incluiré en él la “introspección”, si ésta es realmente diferente de lo que comúnmente llamamos “percepción”. Un hecho de “experiencia” es aquel de que no podemos tener conocimiento sin ayuda de la percepción. Pero esto no resulta completamente claro hasta que hayamos definido qué es lo que quiere decir que “no podemos”; porque claramente podemos aprender por experiencia que $2 + 2 = 4$, aunque después comprobemos que aquélla no era lógicamente indispensable. En tales casos vemos después que la experiencia no prueba la proposición, sino que únicamente la sugiere y nos conduce al hallazgo de la prueba verdadera. Pero como la distinción entre los hechos empíricos y *a priori* no es lógica, sino epistemológica, es evidentemente posible que una proposición cambie de una clase a la otra, puesto que la clasificación implica referencia a la organización del conocimiento particular de una persona en un tiempo determinado. Vista así la distinción mencionada, parece carecer de importancia, pero sugiere algunas clasificaciones menos subjetivas, que son las que realmente nos proponemos estudiar.

La filosofía de Kant parte de la pregunta: ¿cómo son posibles los juicios sintéticos *a priori*? Ahora bien, ante todo debemos hacer una aclaración. Kant se refiere al *conocimiento*, no a la *creencia*. No existe problema filosófico en el hecho de que una persona pueda tener una *creencia*, que sea sintética y no basada en la experiencia—por ejemplo, la de que esta vez el caballo a que ha apostado ganará—. El pro-

blema filosófico se plantea únicamente sobre si existe una clase de creencias sintéticas *a priori*, que sean siempre verdaderas. Kant estimó que las proposiciones de la matemática pura son de esta clase, pero en este camino fue desorientado por la opinión, común en su tiempo, de que la geometría, aunque rama de la matemática pura, nos proporciona una información sobre el espacio real. La geometría no-euclidiana, particularmente según se aplica en la teoría de la relatividad, nos ha llevado hoy día a establecer una distinción bien definida entre la geometría aplicable al espacio real, que es un estudio empírico, formando parte de la física, y la geometría de la matemática pura, que no nos suministra información alguna sobre el espacio real. En consecuencia, es preciso desechar este ejemplo de conocimiento sintético *a priori*, en que confiaba Kant. Se ha supuesto que podían ofrecerse otros; por ejemplo, el conocimiento ético y la ley de causalidad, pero no es pertinente a nuestro objeto el decir si existen realmente. En lo que se refiere a la física, podemos admitir que todo el conocimiento real o bien depende de la percepción (al menos en parte), o es analítico, en el sentido en que lo es la matemática pura. El conocimiento sintético *a priori* kantiano, exista o no, no parece pueda encontrarse en la física, a menos, ciertamente, que se cuente como tal el principio de inducción.

Pero el principio de inducción, según hemos visto ya, tiene su origen en la fisiología, y esto sugiere un tratamiento completamente diferente del que da Kant a las creencias *a priori*. Exista o no un conocimiento *a priori*, hay, indudablemente, en cierto sentido, *creencias a priori*. Tenemos reflejos que intelectualizamos convirtiéndolos en creencias; pestañeamos, y esto nos lleva a la creencia de que un objeto que toque al ojo lo dañará. Tenemos esta creencia antes de que hayamos experimentado su veracidad; así, en cierto modo, tenemos aquí un conocimiento sintético *a priori*, esto es, una creencia no basada en la experiencia, en una proposición sintética verdadera. Esencialmente análoga es nuestra creencia en la inducción. Pero tales creencias, aun cuan-

do sean verdaderas, apenas admiten la denominación de conocimiento, puesto que todas ellas no son verdaderas y, por tanto, todas requieren una comprobación antes de que puedan considerarse como ciertas. Las mencionadas creencias han sido útiles para engendrar la ciencia, puesto que dieron lugar a hipótesis que fueron, en gran medida, verdaderas; pero no necesitan sobrevivir, indemostradas, en la ciencia moderna.

Daremos, pues, por supuesto que de todos modos, en todo cuanto puede importar a la física, el conocimiento es o analítico en el sentido en que lo son la lógica y la matemática pura, o, por lo menos en gran parte, derivado de la percepción. Y todo conocimiento que en algún grado es necesariamente dependiente de la percepción le llamaremos “empírico”. Consideraremos que una parte del conocimiento es necesariamente dependiente de la percepción cuando, después de un cuidadoso análisis de los argumentos en que nos basamos para creerlo, se encuentre que entre ellos existe el conocimiento de un suceso en el tiempo, produciéndose en el mismo momento que dicho suceso o muy poco después que él y cumpliendo algunas otras condiciones, que son necesarias para distinguir la percepción de ciertas especies de error. De estas condiciones nos ocuparemos en el próximo capítulo.

En la ciencia hay dos clases de proposiciones empíricas. Existen unas que se refieren a hechos particulares y otras que se refieren a leyes inducidas de hechos. Las apariencias que nos ofrecen el sol, la luna y los planetas en ciertas ocasiones en que se les observa son hechos particulares. La conclusión de que el sol, la luna y los planetas existen incluso cuando nadie los observa—en particular, que el sol existe durante la noche y los planetas durante el día—es una inducción empírica. Heráclito creía que el sol era nuevo cada día, y no hay imposibilidad lógica en esta hipótesis. Así es que las leyes empíricas no solamente dependen de hechos particulares, sino que se infieren de éstos por un proceso, que carece de demostración lógica. Difieren de las proposiciones de la matemática pura, tanto por la naturaleza de

sus premisas como por el método por el cual son deducidas de éstas.

En una ciencia en estado avanzado, como la física, la parte que representa la matemática pura consiste en enlazar varias generalizaciones empíricas entre sí, de modo que las leyes más generales, que las reemplazan, tengan por base un número mayor de hechos. El paso de las leyes de Kepler a la ley de gravitación es un ejemplo típico. Cada una de las tres leyes mencionadas estaba basada en un cierto conjunto de hechos; unidos estos tres conjuntos, forman la base de la teoría de la gravitación. Y, como ocurre corrientemente en tales casos, se encontraron nuevos hechos que no pertenecían a ninguno de los conjuntos anteriores y que venían a confirmar la nueva ley; por ejemplo, las mareas, el movimiento lunar y las perturbaciones. Epistemológicamente, en tales casos, un hecho es la premisa de una ley; lógicamente, la mayoría de los hechos importantes son consecuencias de la ley, es decir, todos excepto aquellos que se requieren para determinar las constantes de integración.

En historia y geografía, los hechos empíricos revisten, actualmente, mayor importancia que cualquier generalización que pudiera basarse en ellos. En la física teórica se da el caso contrario; el hecho de que el sol y la luna existan es, ante todo, interesante, por proporcionarnos la evidencia de la ley de gravitación y las leyes de transmisión de la luz. En un análisis filosófico de la física no necesitamos considerar hechos particulares, excepto cuando nos suministran la evidencia de una teoría. Formaría parte, desde luego, del objeto de tal análisis el saber qué es lo que tienen de común todos los hechos particulares y cómo nos es posible conocerlos; pero estas investigaciones tienen carácter general. Nos interesa ahora el concepto de topografía, pero no la topografía real del universo; por lo menos no estamos interesados en ella por sí misma, sino por darnos la evidencia de leyes generales.

Las anteriores consideraciones nos conducen a la conclusión de que necesitamos estudiar varios problemas antes

de poder volver a la física real. Tenemos que estudiar primero la naturaleza y validez del proceso que hemos llamado “percepción”; después, investigar el carácter general de los hechos conocidos por la percepción, y, por último, examinar la forma de deducir leyes empíricas de aquéllos. Una vez tratados estos temas, reanudaremos el contacto con la física, preguntando entonces, no lo que afirma la física, sino qué justificación tiene para sus afirmaciones y qué modificaciones inesenciales pueden reforzar esta justificación.

CAPÍTULO XVIII

NUESTRO CONOCIMIENTO DE LOS HECHOS PARTICULARES

En este capítulo estudiaremos todo lo que ordinariamente se considera como conocimiento de hechos particulares, en tanto que no se obtiene por medio de procesos de deducción científica reflexiva. Nos proponemos seguir este estudio con toda la independencia posible de las leyes científicas, basadas en aquéllos, aunque sin prescindir completamente de referirnos a las creencias primitivas por las cuales el sentido común saca deducciones de las percepciones. Especialmente tenemos el propósito de abstenernos de introducir en nuestro estudio la teoría causal de la percepción, a menos que, durante nuestra investigación, encontremos que esto es imposible. Debe entenderse que nuestro propósito es epistemológico; estudiamos la percepción porque está comprendida en las premisas de las ciencias empíricas, no porque sea interesante como proceso mental. Desde luego, es necesario considerar su carácter intrínseco, pero no hacemos esto por su propia importancia, sino por la de la luz que puede arrojar sobre el carácter y extensión de nuestro conocimiento.

Desde el principio tropezamos con una dificultad debida al hecho de que la terminología filosófica resulta inapropiada cuando las ideas que queremos expresar son poco corrientes en algún sentido. El “conocimiento” y la “creencia” tienen ambos connotaciones inadecuadas para el propósito que

nos guía. Ambos se aplican comúnmente en la psicología ortodoxa a algo consciente y explícito, tal como ha sido o puede ser expresado ya por la palabra. Para nuestro propósito conviene incluir en nuestro estudio los acontecimientos más primitivos, tales como pueden suponerse existan en los animales. Evidentemente, un pájaro puede ver a un hombre que se aproxima y escapar volando como consecuencia. Nos proponemos, pues, incluir en "percepción" lo que le sucede al pájaro y diremos también que éste "conoce" algo, cuando ve un hombre, aunque no podamos aventurarnos a decir lo que "conoce".

Pero al llegar a este punto necesitamos proceder con grandes precauciones. Nuestro conocimiento del pájaro forma parte de nuestro conocimiento del mundo exterior y es, en parte, si no totalmente, conocimiento físico. Por ello, cuando me pregunto: ¿cómo tengo yo conocimiento del mundo exterior?, no tengo derecho a empezar comparando mi conocimiento con el de un pájaro. Debo partir de mí mismo y de mi propio conocimiento y utilizar el pájaro solamente para sugerir hipótesis. Esta observación puede aplicarse también a lo que hemos dicho en el capítulo XV.

Además, existe siempre el peligro, en epistemología, de poner lo menos cierto antes que lo más. Nuestro conocimiento del proceso de percepción es menos cierto y menos primitivo que el que tenemos de lo percibido. Cuando digo: "sé que acaba de producirse un trueno", expreso algo que no es tan indudable como "acaba de producirse un trueno". Hechos de este último tipo son los que se requieren como premisas de la física. Un hombre puede ser completamente competente, como físico, si conoce proposiciones tales como: "acaba de producirse un trueno", incluso aunque no conozca las del tipo: "sé que acaba de producirse un trueno". La consideración de nuestro conocimiento, como opuesta a lo que conocemos, es obligada en nosotros por el hecho de que algunas veces lo que creemos conocer resulta falso; si no fuera éste el caso, un análisis de la materia no necesitaría tener en cuenta para nada nuestro conocimiento. Siéndolo,

nos vemos obligados a examinar nuestro conocimiento, así como lo que nosotros conocemos, con el propósito de descubrir, si es posible, el modo de reducir al mínimo el peligro que implica el tomar como conocimiento lo que, por reflexión, creemos todavía serlo.

Frecuentemente nos vemos solicitados para revestirnos de una ingenuidad artificial, al investigar los problemas referentes a lo que nosotros conocemos; si nos negamos a ello nos vemos acusados de preferir las “falacias de psicólogo”. Ahora bien, en ciertos problemas esta precaución está plenamente justificada, pero no así en otros. Nuestro problema es: ¿qué es lo que conozco, aquí y ahora, sobre nuestro mundo exterior y cómo lo reconozco? Es evidente que nuestro conocimiento del mundo exterior no puede depender, digamos, de lo que tarda un pez en aprender a reconocer al hombre que lo alimenta, puesto que ello supondría que conocemos todo acerca del hombre, del pez y del alimento. Lo mismo podríamos decir de los hechos relativos a la percepción de los niños, tales como los estudiados en el capítulo XV. Mucho antes de que podamos conocer que existen niños, debemos adquirir conocimiento de muchas otras cosas del mundo exterior. Nuestro propósito es partir de lo que viene epistemológicamente primero a *nuestro* conocimiento, existente en *este momento*, y claro es que en este problema no puedo suponer que nos sea ya conocido todo sobre las experiencias de animales y niños. No existe, pues, ingenuidad artificial, sino una investigación estricta de nuestro conocimiento, según lo encontramos.

Nuestra posición puede quedar definida por la historia de Chuang-Tzé, de los dos filósofos sobre un puente. El primero dice: “Mira cómo saltan los peces por todas partes; en esto consiste su goce” El segundo replica: “¿Cómo puedes saber en qué consiste el goce de los peces sin ser un pez?” A lo que el primero responde: “¿Cómo puedes, sin ser yo saber que yo no sé en qué consiste el goce de los peces?” Nuestra posición es la del segundo filósofo. Si otros filóso-

fos saben “en qué consiste el goce de los peces”, yo los felicito, pero yo no me encuentro agraciado con este don.

Cuando tratamos de separar los elementos primitivos de los deducidos, en lo que admitimos que es nuestro conocimiento, encontramos que esta labor no es realmente muy difícil excepto en algunos detalles. La parte primaria parece ser algo como esto: Existen manchas coloreadas que se mueven, ruidos, olores, sensaciones corporales, experiencias que describimos como táctiles, etc. Hay relaciones entre ellas, relaciones de tiempo (antes y después) entre todas ellas y relaciones espaciales (arriba y abajo, izquierda y derecha, y aquellas por las que se efectúa la localización en el cuerpo) entre muchas de ellas. Se conservan recuerdos de algunas, esto es indudable, aunque no es fácil decir en qué consiste un recuerdo o cómo se relaciona éste con lo que se recuerda. Existen también esperanzas: al decir esto me refiero a algo tan inmediato como el recuerdo. Todo el mundo conoce la historia del orangista que en el patíbulo murmuraba al morir: “Al infierno con el Papa y ahora a...” El experimentaba entonces una esperanza del género a que me refiero. No es necesario tomar en consideración otros pensamientos, además del recuerdo y la esperanza ya mencionados, siendo nuestro único objeto llegar a la base primaria de nuestro conocimiento de la materia.

En las consideraciones precedentes hemos omitido muchas cosas que “conocimos” antes y que al parecer “conocen” muchas otras personas: hemos omitido los “objetos”. En nuestros primeros días nuestro conocimiento no deductivo comprendía mesas y sillas, y libros y personas, el sol y la luna y las estrellas. Hemos llegado ahora a considerar todos estos objetos como deducciones. Con esto no queremos decir que los dedujésemos al principio o que otras personas los deduzcan ahora. Concedo plenamente que no los dedujéramos. Pero actualmente, como resultado de un argumento, nos consideramos incapaces de aceptar el conocimiento de aquéllos como válido, excepto en todo lo que puede deducirse

del conocimiento que suponemos epistemológicamente primario.

El argumento en cuestión puede formularse naturalmente, aunque no en forma válida, en términos de la teoría causal de la percepción. Lo que vemos—así pudiera expresarse—es causalmente dependiente de las ondas luminosas que llegan a nuestro ojo, y estas ondas pudieran reflejarse o refractarse de tal manera que nos engañaran respecto a la fuente de que proceden. Este modo de formular el argumento no es válido, porque supone un conocimiento del mundo físico mayor que el que tenemos derecho a admitir en el momento actual. Pero los hechos que relaciona pueden sernos fácilmente asequibles, sin hacer suposición alguna indebida sobre el conocimiento, con el fin de probar nuestra conclusión. En ciertos casos en que nos parece tener un conocimiento inmediato de los objetos, nos vemos de pronto sorprendidos por algo totalmente inesperado. El perro que escucha “la voz de su amo” en el gramófono puede servir como ejemplo. Aquél cree percibir a su dueño, pero, en realidad, sólo percibe un ruido. En algunos restaurantes que desean parecer más grandes de lo que son se dispone de una pared totalmente cubierta con espejos, y fácil es comprender que el espectador perciba muchos comensales, cuando, en realidad, son meras reflexiones. Los efectos de mera perspectiva pueden también utilizarse para llevar al engaño y cuando empleo esta palabra quiero significar “la provocación de esperanzas que carecen de realización posible”. Inútil sería multiplicar más los ejemplos. El resultado final es que lo que aparece como percepción de un objeto es en realidad percepción de ciertas cualidades sensibles, junto con la esperanza de otras cualidades sensibles, siendo el caso más corriente el de una percepción visual que provoca esperanzas táctiles. Resulta que las experiencias que ocasionalmente encontramos falaces no son, en sí mismas, distinguibles de aquellas que no lo son. De aquí podemos concluir que se trata de correlaciones que son corrientes, pero no invariables, y que si deseamos construir una cien-

cia exacta debemos desconfiar de las asociaciones que la experiencia nos lleva a formar, relacionando cualidades sensibles con otras con las que las primeras se encuentran a menudo, pero no siempre, combinadas.

El argumento que precede se basa en principios que el sentido común no debe tener reparo en aceptar, y conduce a una conclusión que ha aceptado la física, aunque quizá sin darse exacta cuenta de su alcance. El repetido argumento no es “filosófico” en el sentido de proceder de una región completamente diferente de la de la ciencia y el conocimiento ordinario. Procede sencillamente siguiendo el principio usual de tratar de sustituir por algo más seguro que una creencia, que se ha encontrado que conducía al error en algunas ocasiones. Como consecuencia se deduce que la materia, en física, y en filosofía, es algo perfectamente legítimo, pero a condición de que en modo alguno se identifique con la noción del sentido común de objeto material, aunque guarda cierta relación con ella, puesto que la creencia del sentido común en los objetos materiales no conduce, *corrientemente*, a esperanzas ilusorias.

Debemos hacer mención de algunas confusiones que pueden producirse al hablar de esperanza y error. Ni una ni otro son primariamente intelectuales, y me siento inclinado a afirmar que ambos son primariamente musculares o, podemos decir, nerviosos, para no parecer paradójicos. Supongamos que emprendéis el trabajo de levantar un barril de agua: ajustaréis vuestros músculos de modo apropiado si el barril está lleno, y de otro modo distinto si está vacío. Si los ajustáis en la primera forma y luego resulta que está vacío el barril, recibiréis el choque de una sorpresa al experimentar la ligereza de aquél. Esta experiencia podría describirse diciendo: “Creí que el barril estaba lleno.” Pero la regla de tales situaciones es que no hay nada que pueda llamarse “pensamiento”; hay solamente un ajuste fisiológico como resultado de un estímulo. Desde luego, *puede* haber “pensamiento”, y cualesquiera que sea éste, ciertamente puede producir el tipo de esfuerzos musculares que estamos con-

siderando. Pero estos mismos efectos pueden producirse por modo más directo, y corrientemente así se producen. Hay tan pocas diferencias esenciales entre un proceso que implica "pensamiento" y otro que no lo implica, que parece una equivocación limitar las nociones de verdad y error a los procesos intelectuales; más bien debería aplicarse, según mi opinión, a la reacción completa que experimenta una persona ante una situación en la que el pensamiento es sólo uno de los elementos. Ello no conduciría, en el estado actual, a la introducción de la filosofía, ya que lo que estamos estudiando es el cómo conocemos nosotros la materia, y no podemos por esto suponer que ya sabemos de ella en nuestro propio cuerpo. A pesar de ello, los fenómenos pueden fácilmente describirse en el sentido que nuestro problema demanda. En el caso del barril de agua, la parte vívida de la experiencia es la sorpresa. Pero, además, ejercitando la atención, puede observarse un cierto número de otros elementos. Podemos observar las sensaciones, que se interpretan como significativas de una adaptación muscular a una pesada carga; podemos observar la experiencia visual descrita cuando el barril se levanta gracias a un esfuerzo, los cambios súbitos, en fin, de lo que podríamos llamar sensaciones musculares. Imposible sería describir todo esto sin hacer uso de circunlocuciones, puesto que las palabras que naturalmente hemos de usar presuponen fisiología; pero es evidente, de todos modos, que existe un amplio campo para la observación directa, sin necesidad de invocar ninguna teoría. En estos procesos lo que viene primero puede tomarse como "error", ya que lo que le sigue es la emoción de la sorpresa. Cuando la actividad ya comenzada sigue su curso, sin dar lugar a esta emoción, podemos decir que allí no hay error. Dudo en atribuir "veracidad" a todo lo que es pre-intelectual; pero de todos modos podemos decir que hay "corrección" o que lo que le ha sucedido a la sensación (o percepción) que se produjo al comenzar el proceso ha sido "correcto". Abreviando, diremos que la respuesta a un estímulo puede ser "correcta" o "errónea". Pero la frase anterior,

aunque más larga, tiene la ventaja de no dar por supuesto tanto conocimiento de las relaciones causales.

En las situaciones a que puede aplicarse el análisis que precede, tenemos la ventaja de poseer un criterio perfectamente definido de "corrección" o error. La sensación de sorpresa indica error, y la ausencia de aquélla, "corrección". No debe suponerse que hagamos normalmente una previsión explícita, y todavía menos una explícita deducción; todo lo que puede decirse es que nos encontramos en tales condiciones conque un tipo de acontecimiento nos causa sorpresa y otro no. Consideremos la experiencia que todos hemos hecho de "pensar" que estábamos en el punto más bajo de una escalera, cuando en realidad nos faltaba aún un escalón para ello. Entonces, cuando "pensamos" estar al final, no pensamos nada en modo alguno, porque si pensáramos no incurriríamos en tal equivocación. Verdaderamente, podríamos decir: "He creído que estaba al final de la escalera, porque no estaba pensando en ello."

Es bastante probable que todos nuestros procesos intelectuales elementales tengan otros pre-intelectuales análogos. El análogo de una creencia causal general es un reflejo o una costumbre. Un perro se dirige al comedor, al oír el timbre de éste, y así hacemos nosotros también. En el caso del perro fácil es comprender que su acción se debe meramente a una costumbre, sin haberse formulado la inducción: "Los timbres del comedor son una causa o un efecto o una parte indispensable de la causa de la comida." Nosotros, es cierto, podemos formularnos esta inducción y suponer entonces que porque la hemos hecho es por lo que entramos en el comedor al oír el timbre. En realidad, sin embargo, obedecemos tan sólo a la costumbre, exactamente como el perro. Las inducciones elementales del sentido común son al principio costumbres y sólo subsecuentemente creencias. Podemos decir que si en nuestra experiencia A viene acompañada de B, ya sea a menudo o en alguna forma emocionalmente importante, este hecho produce primero una costumbre, que sería racional si A fuera siempre acompañada de B, y des-

pués una creencia de que A viene siempre acompañada de B, siendo esto último una racionalización del hábito pre-existente.

De este modo pueden formar parte de nuestro pensamiento desde un principio las proposiciones generales, que son meramente expresiones verbales de costumbres. La coordinación ojo-mano se fija firmemente como hábito motor, y entonces, cuando pensamos, deducimos que lo que es posible ver puede a menudo tocarse en realidad, que puede tocarse en determinadas circunstancias que conocemos en la práctica, aunque encontramos cierta dificultad en formularlas con exactitud. Dichas proposiciones generales son sintéticas y, en cierto sentido, *a priori*, porque aunque han sido *causadas* por la experiencia, no se obtienen por deducción de otras proposiciones, sino por racionalización y verbalización de nuestras costumbres, es decir, que sus antecedentes son pre-intelectuales. Lo que en ellas desorienta es que no son nunca completamente verdaderas. El sentido común, haga lo que haga, no puede evitar el verse sorprendido en ocasiones. El objeto de la ciencia es ahorrarle esta emoción y crear hábitos mentales que estén en tan estrecho acuerdo con los hábitos del mundo, que sea posible asegurar que nada nos resultará inesperado. la ciencia no ha alcanzado todavía este ideal, desde luego. La gran guerra y el terremoto de Tokio cogieron de sorpresa a la multitud. Pero es de esperar que con el tiempo tales acontecimientos no nos perturbarán más, porque sabremos esperarlos. En este punto, sin embargo, no me propongo estudiar nuestro conocimiento de las proposiciones generales: del de los hechos particulares hemos de ocuparnos.

Aun cuando en nuestras disposiciones de ánimo menos intelectuales actuemos como resultado de una sensación, sin detenernos a pensar (por ejemplo, cuando parpadeamos al acercárenos un objeto al ojo) todavía podemos, cuando hacemos propósito, reaccionar ante un estímulo en la forma llamada "conocimiento" de él, y a menudo reaccionamos involuntariamente así. En un análisis de la materia no es ne-

cesario decidir qué sea “conocimiento”; sólo precisamos definir qué es conocido, en tanto que ello interesa a nuestro conocimiento de la física. La lista que di al principio de este capítulo estaba estudiada de tal manera que excluyera el peligro de error, significando error en el sentido en que ha sido ya definido. El sentido común está expuesto a error, y de ello hemos dado ya varios ejemplos. Por ello no podemos incluir la noción de sentido común de “objeto” o “cosa”, como una parte de lo que conocemos. Pero las cualidades sensibles que puedan analizarse fuera de la “cosa”, pueden admitirse sin peligro de que nos conduzcan jamás al error, y por esta razón pueden aceptarse como genuinamente conocidas.

Es un hecho notable que todo conocimiento de este género, cuando no es deductivo, surge casi al mismo tiempo que lo conocido, aunque puede sobrevivirle durante un tiempo indefinido en forma de recuerdo. Esta es la particularidad esencial de que ya hemos hecho mención, que caracteriza las premisas empíricas del conocimiento empírico. Aquéllas consisten en hechos que llegan a nuestro conocimiento espontáneamente, casi al mismo tiempo que ocurren, y no pueden conocerse antes, a no ser por deducciones complicadas y más o menos dudosas de otros hechos de la misma índole. Al proceso de entrar en conocimiento de los hechos referidos, sin deducción, se le llama “percepción”, y al conocimiento total o parcialmente derivado de ésta se le dice basado en la experiencia. Un griego pudiera haber conocido tan perfectamente como nosotros la tabla de multiplicar, pero no la biografía de Napoleón.

DATOS, DEDUCCIONES, HIPOTESIS Y TEORIAS

Cuando el hombre de ciencia habla de sus “datos” sabe muy bien, prácticamente, a lo que se refiere. Se han llevado a cabo ciertos experimentos que han conducido a determinados resultados que se registran. Pero cuando tratamos de definir el “dato” teóricamente, encontramos que la labor no es tan fácil como a primera vista pudiera creerse. Evidentemente, un dato debe ser un hecho conocido por la percepción. Pero es muy difícil encontrar un hecho en que no haya un elemento de deducción y, además, parecería impropio llamar “dato” a algo que supone deducción tanto como observación. Esto constituye un problema que merece nos detengamos por un momento.

Lo que se registra como resultado de un experimento u observación nunca es el hecho escueto percibido, sino este hecho interpretado con ayuda de una cierta proporción de teoría. Tomemos como ejemplo las observaciones de eclipses gracias a las cuales se ha confirmado la teoría de la gravitación de Einstein. Lo que en realidad ha suministrado la percepción—aparte de las observaciones previas—es un conjunto visual de puntos, que se interpreta como siendo la fotografía de las estrellas próximas al sol, una experiencia táctil-visual llamada “medición y, finalmente, algunas coincidencias de ciertas apariencias visuales con ciertas otras denominadas “números de una escala”. Al menos, sea o no esto

lo realmente obtenido, representa, ciertamente, la clase de elementos de que se ha dispuesto. Solamente para efectuar las mediciones sobre las fotografías, ha habido que introducir una proporción considerable de teoría. Y desde luego ya implica la existencia de un vasto sistema la interpretación de las fotografías como fotografías de estrellas y la deducción consiguiente del curso que ha seguido la luz procedente de aquéllas. Es preciso dar, ante todo, importancia al elemento teórico que se ha precisado para medir las fotografías, ya que es el que se presta a más fácil examen.

Se afirma a veces que hay algo de la naturaleza de la deducción, que se produce en un estadio más primitivo. Los efectos de un estímulo sensorial dado sobre dos personas distintas en cuyos órganos sensoriales no se pueda apreciar diferencia alguna, pero cuyas experiencias sean distintas, pueden ser muy diferentes. El ejemplo más evidente es el efecto que producen los impresos en un hombre que sabe leer y en un analfabeto. El niño que está aprendiendo a leer va conociendo sucesivamente la forma de cada letra, y sólo a fuerza de trabajo y tiempo llega finalmente a poder abarcar la palabra. El hombre que aprendió a leer de niño permanece completamente inconsciente ante las letras, a menos que le interese la tipografía o se dedique a la busca de erratas; normalmente pasa directamente a las palabras, y a las palabras como portadoras de un significado, no como figuras negras que aparecen sobre el papel blanco. No obstante, notará muy probablemente, y desde el primer momento, cualquier singularidad como, por ejemplo, que se haya omitido la z en "Nietzsche". Si escribimos a un filósofo pidiéndole su testimonio le veríamos lleno de inseguridad, para afirmarnos que no sería capaz de darse cuenta de un error de esta clase. Pero el darnos cuenta del error se debe a un elemento de sorpresa: el filósofo está esperando una z y experimenta una sacudida cuando no está donde la espera, como el hombre que ha descendido el final de la escalera, pero que cree que hay aún otro escalón. El cuerpo del filósofo estaba en es-

pera de una z, aunque su mente estuviera ocupada en otra cosa.

Un ejemplo más admitido es la diferencia entre el efecto que un estímulo visual produce en un hombre normal y en un ciego de nacimiento que ha conseguido la vista como resultado de una operación. Este último carece de las asociaciones táctiles del hombre corriente y no puede “interpretar” lo que ve. ¿Debemos incluir como percepción este elemento de interpretación inconsciente, o vamos a considerar que aquélla sólo comprende lo que creemos que producirían los mismos estímulos, si no hubiera existido la experiencia previa que ha hecho la interpretación posible? Esta pregunta no es en modo alguno fácil de contestar. Por una parte, la interpretación depende de correlaciones que son frecuentes, pero probablemente no invariables, de modo que si se incluye aquélla parecería como si la percepción contuviera algunas veces un elemento de error. Por otra parte, el elemento de interpretación puede solamente eliminarse gracias a una teoría complicada, de tal modo que lo que queda—la hipotética “sensación” escueta—apenas puede llamarse un “dato”, puesto que es una deducción de lo que realmente acontece. Para mí, este último argumento es definitivo. En la percepción debemos incluir aquellos elementos que son irreductiblemente fisiológicos, pero no se precisa comprender también aquellos otros que caen, o puede hacerse que caigan, dentro de la esfera de la deducción consciente. Cuando, por ejemplo, oímos rebuznar a un burro, estamos completamente conscientes de deducir el segundo del primero, o por lo menos podemos fácilmente llegar a estarlo. En este caso yo no introduciría, por la razón apuntada, en la percepción del burro otra cosa que el ruido que produce. Y si veis uno de estos animales, aunque os provoque reacciones relacionadas con el sentido del tacto, nunca podrán ser confundidas con lo que sentís cuando realmente le tocáis. Diré, pues, que una gran parte de la interpretación que normalmente acompaña a la percepción puede hacerse consciente por mera atención, y que esta parte no debe incluirse en

aquella. Pero sí se debe hacerlo con aquella otra parte que solamente puede descubrirse por una teoría minuciosa y que nunca puede hacerse introspectivamente evidente. Quizá la línea de separación entre las dos no esté tan definida como fuera de desear, pero no veo en qué otra forma pueden resolverse las consideraciones contrapuestas que ellos mismos plantean.

Tenemos aún que preguntar si la percepción así definida podrá a veces contener un elemento de error. Aquí debemos establecer una distinción. Puede estar, y esto ocurre a menudo, acompañada de expectativas, que luego no se confirman, y estamos de acuerdo en que esto es indicio de error. Pero aquéllas pueden distinguirse de la percepción, aunque prácticamente esto no resulte siempre fácil. El acompañamiento táctil de las percepciones visuales reviste este carácter de expectación. No existen tales acompañamientos en la percepción de los cuerpos celestes, y creo que en todos los casos en que produce el error, es fácil distinguir la expectación errónea de la percepción. Toda "interpretación" que no implica expectativas no necesita ser considerada como errónea. Se supone que puede haber estímulos indistinguibles entre sí, que aplicados a órganos sensoriales igualmente indistinguibles entre sí den, sin embargo, percepciones distinguibles, debido a las diferencias existentes entre los cerebros de los dos percipientes, siendo dichas diferencias en los cerebros el resultado de experiencias diferentes. Pero en este respecto no hay error ninguno en la percepción de cualquiera de ellos. En uno ocurre un acontecimiento distinto que en el otro; pero ambos ocurren realmente. Este tema, sin embargo, no puede ser discutido adecuadamente hasta que lleguemos a la teoría causal de la percepción y a la relación entre esta última y el estímulo físico.

Vamos ahora a estudiar el problema de las deducciones que ya iniciamos anteriormente. Según hemos visto, existe una forma puramente fisiológica de deducción, que pertenece a un grado más primitivo de desarrollo que la deducción explícita, aunque persista en las costumbres de los filósofos,

incluso los más sofistas, tales como Hume. El siguiente avance se produce al pasar realmente desde una creencia a otra, siendo esto una mera ocurrencia, no una transición motivada por un argumento. En este caso la transición viene normalmente ocasionada por una deducción fisiológica. Después viene la deducción basada en una creencia, pero, incluso en este caso, dicha creencia puede ser totalmente irracional o puede no garantizar lógicamente la deducción, como es el caso en el razonamiento falaz. Por último, vienen las deducciones válidas por medio de un principio verdadero, pero de ellas no me es posible presentar ningún ejemplo indudable.

Históricamente, estos diferentes tipos de deducciones surgen sucesivamente, pero la aparición de uno no produce la desaparición del anterior. Además, el último tipo que aparece tiende a adaptarse al precedente. Al principio tenemos la deducción fisiológica: ésta se nos muestra en el ejemplo del pájaro, en cuyo vuelo evita éste el chocar con los cuerpos sólidos y falla al encontrarse ante el cristal de una ventana, contra el cual viene a estrellarse. Después viene la transición desde la creencia expresiva de la premisa de la deducción fisiológica hasta aquella que expresa su conclusión, sin ninguna consciencia de cómo se ha realizado tal transición. Después viene la creencia en una ley causal, que es la expresión intelectualizada de la costumbre implicada en la deducción fisiológica y, por último, viene la investigación de criterios que nos permitan distinguir las leyes causales verdaderas de las falsas, siendo dichos criterios intelectuales, no meros hábitos de nuestro cuerpo. Este último grado sólo se alcanza cuando llegamos a la ciencia.

Uno de los principales objetos de la deducción científica es la justificación de creencias a que atribuimos valor todavía. Generalmente, estas últimas resultan justificadas con una salvedad. Nuestras creencias generales pre-científicas admiten casi todas excepciones, mientras que en la ciencia una ley que las tenga sólo puede ser admitida a título provisional. Las leyes científicas, cuando tenemos razones para suponerlas exactas, son diferentes, en su forma, de las reglas de sen-

tido común, que tienen excepciones; aquéllas son siempre, por lo menos en física, ecuaciones diferenciales o medias estadísticas. Podría pensarse que una media estadística no es muy diferente de una regla sin excepciones. Pero esto es un error. Las estadísticas, idealmente, son leyes exactas para grandes grupos y difieren de las otras leyes en que se refieren sólo a éstos, no a los individuos. Las leyes estadísticas se obtienen por inducción de estadísticas particulares, del mismo modo que las otras leyes se obtienen por la de hechos individuales y singulares. Todo esto, sin embargo, es lo accesorio. Lo principal es que la deducción, como método, tiene una larga historia antes de llegar a hacerse científica.

La deducción más importante que la ciencia obtiene del sentido común es la de las entidades imperceptibles. Una forma en que el sentido común hace esta deducción es la de creer que los objetos que han sido percibidos, todavía existen cuando ya no lo son. Si durante una comida se apaga súbitamente la luz, nadie duda de que los vecinos de mesa, ésta, el alimento y bebidas siguen existiendo aunque por el momento no puedan percibirse. Cuando la luz vuelve otra vez, esta creencia se ve confirmada; si vemos menos cucharas que antes, no deducimos de ello que hayan dejado de existir, sino que alguno de los concurrentes es un ladrón. Esta creencia en la permanencia de los objetos percibidos se ha mantenido a través de todos los estadios de desarrollo, desde la deducción fisiológica hasta la avanzada teoría científica o filosófica; el estudio de su justificación es el problema central del análisis de la materia, filosóficamente considerado. Nadie, ni siquiera Berkeley, lo ha tratado con la seriedad que reclama, porque la deducción fisiológica es tan irresistible que es difícil asumir ante el problema una actitud puramente intelectual. Esta deducción es la fuente de la noción filosófica de "sustancia" y de la noción física de "materia". Por el momento me limito a hacer notar las deducciones que deben ser objeto de estudio, sin intentar determinar su validez.

Se admiten también por el sentido común entidades im-

perceptibles, cuando aquél supone que son percibidas por otras personas, y conviene hacer notar a este efecto que hasta los más rígidos objetivistas hacen esta deducción, aunque en una forma algo diferente. El doctor Watson, por ejemplo, tendría que admitir que su dolor de muelas le puede obligar a decir: "tengo dolor de muelas", mientras que el de otra persona no le obligará del mismo modo a expresar: "usted tiene dolor de muelas", sin que previamente se establezca una relación intermedia. Cualquiera que sea el resultado de nuestro análisis sobre el "conocimiento", es bien cierto que conocemos cosas de nuestros propios cuerpos que no nos son asequibles en los cuerpos de nuestros semejantes. No hay nada misterioso en esto; es análogo al hecho de que algunos sonidos se producen dentro del alcance de nuestro oído y otros no. Lo que ocurre es que deducimos del comportamiento de los demás la existencia de cosas (tales como dolores de muelas) que no podemos percibir. Digamos que estas cosas son "mentales" o "corporales"; no hay diferencia en el hecho de que hacemos deducciones. También éstas son, al principio, puramente fisiológicas.

Desde el punto de vista de la física, la deducción de lo que perciben otras personas tiene una doble importancia. Primero, y esto no es específicamente físico, en lo que se refiere al testimonio. Lo que comúnmente aceptamos como evidencia experimental de cualquier teoría física está integrado no sólo por lo que un físico determinado haya podido observar por sí mismo, sino por todos aquellos datos y elementos dignos de confianza que le haya sido dable recoger. Todo lo que aprendemos, por lo que otras personas hablan o escriben, implica deducir de algo percibido (palabras habladas o escritas) algo que no lo es, a saber: los acontecimientos mentales del orador o escritor. Es posible que la deducción primaria se base únicamente en la percepción de otra persona, pero no es menos cierto por ello que se trata de algo que *nosotros* no percibimos. El segundo punto importante acerca de la deducción basada en la percepción de otras personas es especialmente físico, y se refiere al hecho de que individuos dife-

rentes viven en un mundo común. Las percepciones de dos individuos diferentes, si aceptamos su testimonio, son a menudo muy semejantes, aunque no completamente idénticas. Esto conduce a la teoría de una causa externa común, es decir, a la teoría causal de la percepción y la división de las cualidades del objeto percibido en unas, que pertenecen a la causa externa, y otras que son aportadas por el cuerpo o por el entendimiento del percipiente.

El desarrollo de la ciencia, fuera del sentido común, no se ha efectuado arrancando en cada momento de puntos de partida completamente nuevos, sino más bien por medio de aproximaciones sucesivas. Es decir, que cuando ha surgido alguna dificultad que no ha podido resolver el sentido común, se ha introducido alguna modificación en determinado punto y se ha seguido conservando el resto de las ideas de aquél sobre el mundo. Más tarde, incluida ya esta modificación, se ha introducido otra en otro punto, y así sucesivamente. Así la ciencia ha experimentado un crecimiento histórico y ha conservado en sí misma, en cada momento, un fondo más o menos vago de teoría derivada del sentido común. Esta es una de las diferencias entre la ciencia y la filosofía; esta última intenta, aunque no siempre con éxito, obtener sus deducciones sin aceptar ningún supuesto por el mero hecho de que tal ha sido aceptado hasta ahora. Es dudoso que la ciencia pudiera conservar su vitalidad, si se desprendiera de la raíz que tiene en nuestras costumbres animales; cuando se manifiesta en forma completamente abstracta pierde plausibilidad. La inducción, por ejemplo, es difícil de justificar y, sin embargo, es indispensable en la ciencia. En tales casos nos permitiremos aceptar lo que parece necesario, desde un punto de vista pragmático, dándonos por contentos con lo que la ciencia es, si se comprueba que los resultados obtenidos son a menudo verdaderos y nunca se comprueba que son falsos. Pero siempre que se acepte un principio sobre esta base debe hacerse notar con toda claridad, y debemos aceptar que subsiste un problema intelectual, soluble o no.

El procedimiento que sigue actualmente la ciencia con-

siste en una alternación de observación, hipótesis, experimentación y teoría. La única diferencia entre una hipótesis y una teoría es subjetiva: el investigador cree en la teoría, mientras que sólo supone la hipótesis suficientemente plausible para merecer comprobarse. La hipótesis concuerda con todas las observaciones importantes conocidas y sugiere experimentos (u observaciones) que darán un resultado, si la hipótesis es verdadera, y otro si la hipótesis es falsa. Este es el ideal. En realidad, siempre existirán otras hipótesis compatibles con lo que puede llamarse un *experimentum crucis*. El carácter decisivo sólo podrá escoger entre dos hipótesis; no entre una y todas las restantes. Cuando una hipótesis ha sufrido un número suficiente de pruebas experimentales se convierte en teoría. El argumento en favor de una teoría es siempre el formalmente inválido: “*p* implica *q*, y *q* es verdad; por tanto, *p* es verdad”. Aquí *p* es la teoría, y *q* los hechos importantes observados. Aún nos sentimos más inclinados a admitirlo, cuando *q* es muy poco probable *a priori*. Por ejemplo (1), de la observación se deduce que la constante de Rydberg es:

$$R = 1,09678. 10^5 \text{ cm}^{-1}.$$

mientras que el valor dado por la teoría de Bohr es:

$$R = 1,09. 10^5 \text{ cm}^{-1}.$$

el cual está dentro del grado de exactitud que puede esperarse, si la teoría es exacta. Las confirmaciones numéricas de esta clase son siempre las más notables. No obstante, incluso ellas debemos aceptarlas con precaución; la teoría de Bohr, que supone órbitas circulares, ha precisado una modificación por la cual se admiten órbitas elípticas, y así evidencia que no es la única teoría que puede dar un valor correcto de la constante de Rydberg.

(1) Sommerfeld, *op. cit.*, pág. 217.

Cuando una teoría responde a un cierto número de hechos, pero resulta ligeramente inexacta respecto a otros, ocurre generalmente, aunque no siempre, que puede ser absorbida, con alguna pequeña modificación, en otra nueva que comprende también los hechos hasta entonces discrepantes. Hay, desde luego, excepciones de las que la teoría de la relatividad es quizá el más notable ejemplo: en este caso se ha necesitado realizar una inmensa reconstrucción teórica, debido a unas cuantas discrepancias muy pequeñas. Pero, en general, una teoría parcialmente útil constituye un paso esencial hacia su sucesora. Y un resultado deducido de una teoría, en otros tiempos aceptada, tiene más probabilidad de ser exacto que la teoría misma; la teoría sólo es aceptable si *todas* sus consecuencias son verdaderas (por lo menos en lo que pueden ser objeto de comprobación), pero una consecuencia comprobable de la teoría es probablemente verdadera si la *mayoría* de las consecuencias comprobables lo son. Por esto es por lo que el valor práctico de las teorías científicas es tan superior a su valor filosófico, como contribución a la verdad última. En cierto modo podemos distinguir, entre las consecuencias de una teoría, aquellas en que podemos tener más confianza: son las que en el terreno de los hechos que han dado origen a la misma. Nadie se sorprende de que una ley empírica, que relaciona el calor específico con la temperatura, falle para temperaturas mucho más bajas que aquellas para las que ha demostrado ser exacta; pero si en medio de estas últimas encontráramos también una pequeña escala de temperaturas, para las cuales también fallara, nuestra sorpresa sería mucho mayor. Así, se utiliza una especie de sentido común al aplicar las teorías; algunas aplicaciones pueden hacerse con confianza, mientras que otras no pasarán de discutibles.

LA TEORIA CAUSAL DE LA PERCEPCION (I)

El sentido común afirma, aunque no muy explícitamente, que la percepción nos revela directamente los objetos exteriores; cuando “vemos el sol” es realmente el sol el que nosotros vemos. La ciencia ha adoptado una concepción diferente, aunque sin comprobar siempre sus consecuencias. La ciencia sostiene que cuando “vemos el sol” se produce un proceso que comienza en el sol, atraviesa el espacio entre éste y el ojo, cambia de carácter al llegar éste, cambia nuevamente el nervio óptico y en el cerebro, y produce finalmente un suceso que llamamos “ver el sol”. Nuestro conocimiento del sol resulta, con ello, deductivo; nuestro conocimiento directo es un suceso que, en cierto modo, ocurre “en nosotros”. Esta teoría tiene dos partes: la primera es la repudiación de la idea de que la percepción da un conocimiento directo de los objetos exteriores; la segunda es la aserción de que hay causas externas de las cuales podemos obtener algunas deducciones. La primera de estas afirmaciones tiende al escepticismo; la segunda hacia la dirección opuesta. La primera aparece con toda la certidumbre que de la ciencia puede esperarse; la segunda, por el contrario, depende de postulados que apenas tienen más que un

(1) Sobre este asunto, cf. cap. IV de la obra del Dr. Broad, *Perception, Physics and Reality*, Cambridge, 1914.

justificación pragmática, pero posee, sin embargo, todos los méritos de una buena teoría científica, esto es: sus consecuencias comprobables jamás resultan falsas. Epistemológicamente, puede temerse el derrumbamiento de la física si las percepciones carecen de causas externas; por ello es preciso estudiar el asunto antes de pasar adelante.

Debemos, ante todo, precisar algo más la idea de sentido común que ha sido rechazada por la teoría causal. Es preciso preguntarse qué es lo que queremos decir al hablar de "objetos exteriores". La contestación que acude, naturalmente, es la de que son "espacialmente exteriores". Pero el concepto "espacio" es muy ambiguo; en el espacio visual, los objetos que vemos son mutuamente exteriores, y los objetos que no son apariencias visuales de partes de nuestro propio cuerpo son espacialmente exteriores a aquellas apariencias. En el espacio derivado de la combinación del tacto y de la vista y del movimiento corporal, que es el espacio corriente del sentido común, existe la misma exterioridad de apariencias visuales, aparte de las que se refieren a partes de nuestro propio cuerpo. Así que la exterioridad espacial, en el sentido de que el espacio puede derivarse de las relaciones de nuestras propias percepciones, no es a lo que nosotros nos referimos. Creo que podemos aproximarnos a la solución si decimos que dos individuos pueden percibir el mismo objeto. En cierto modo, a menos que rechacemos los testimonios, debemos admitir que esto es verdad, desde luego: todos podemos ver el sol, a menos que seamos ciegos. Pero este hecho es diversamente interpretado por el sentido común y por la teoría causal; para el primero las percepciones son idénticas para dos individuos que vean el sol, en tanto que para la segunda son solamente semejantes y relacionadas entre sí por su origen causal común.

Sería perder el tiempo el tratar de recapitular los argumentos contra el punto de vista del sentido común. Son numerosos y evidentes y, generalmente, admitidos. Las leyes de la perspectiva podrían servir de ejemplo: donde una persona ve un círculo, otro ve una elipse, etc. Estas diferen-

cias no son debidas a nada "mental", puesto que aparecen igualmente en fotografías tomadas desde diferentes puntos de vista. El sentido común se ve, por ello, envuelto en contradicciones. Estas no existen para el solipsismo, pero éste no es sino un remedio desesperado. La alternativa es la teoría causal de la percepción.

No esperemos encontrar una *demonstración* de que las percepciones tienen causas externas, que producen aquéllas en determinado número de personas al mismo tiempo. Lo más a que podemos aspirar es a establecer la base usual de aceptación de una teoría científica, a saber: que sea una ligazón de un cierto número de hechos conocidos, que no tenga ninguna consecuencia falsa demostrable y que en algunos casos nos permita hacer predicciones, que podamos comprobar subsecuentemente. Todas estas condiciones las cumple la teoría causal; no debe pensarse por ello, sin embargo, que ninguna otra teoría pudiera cumplirlas igualmente. Pero permítasenos examinar la evidencia de aquélla.

Primeramente no puede haber cuestión en lo que se refiere a una prueba lógica. Cualquier colección de hechos me es conocida por la percepción y el recuerdo de los mismos; cualquier otra cosa que yo pueda creer sobre el mundo físico es o bien el efecto de un hábito irrazonable o la conclusión de un proceso deductivo. Ahora bien, es imposible que exista ninguna imposibilidad lógica en un mundo que conste nada más que de la combinación de todos aquellos acontecimientos que percibo o recuerdo. Un mundo tal podría ser fragmentario, absurdo, sin ley, pero no tendría contradicciones internas (1). No ignoro que muchos filósofos afirmaban sobre esto último lo contrario, y tampoco que, según otros, lo que percibimos no es fragmentario, sino que, por el contrario, abarca realmente todo el universo: lo que es fragmentario es solamente aquello que percibimos. La primera de estas afirmaciones es la de Hegel y sus conti-

(1) Quizá no sería realmente sin ley: este punto lo discutiré más adelante.

nuadores; la segunda la de Bergson y (quizá) la del doctor Whitehead. El punto de vista hegeliano se basa en una lógica complicada, que he discutido ya en otras ocasiones y remito al lector a lo que he escrito sobre ello. En cuanto al segundo, lo encontramos tradicionalmente asociado con el misticismo, y mis razones para no aceptarlo se encuentran expuestas en mi *Mysticism and Logic*. Basándome, pues, en mis estudios precedentes, digo que el mundo de la percepción y de la memoria es fragmentario, pero no encierra contradicción interna. En el terreno de la lógica sostengo que ninguna cosa existente puede implicar otra cosa existente, excepto una parte de sí misma, si aquel concepto se toma en el sentido de lo que el profesor G. I. Lewis llama "implicación estricta", que es la acepción importante para nuestra presente discusión. Si lo que acabo de sostener es verdadero, se sigue que no podemos prescindir de ninguna clase de cosas existentes en el mundo, hasta tanto que lleguemos a una contradicción interna. Dado un mundo consistente en particularidades x , y , z ... relacionadas entre sí de varias maneras, el mundo que resulte de la supresión de x debe ser lógicamente posible. De aquí se sigue que el mundo, que consiste sólo en lo que percibimos y recordamos, no puede encerrar contradicción interna; por ello, si estamos dispuestos a creer en la existencia de cosas que no percibimos ni recordamos, deberemos hacerlo, bien sobre la base de que disponemos de otros medios, no deductivos, para conocer los hechos, o sobre la de un argumento que no tiene el tipo de fuerza lógica que nos es dable pedir en la matemática pura, puesto que la conclusión es, en este caso, sólo probable. Respecto al carácter fragmentario del mundo que percibimos, aquellos que lo niegan se ven obligados a introducir percepciones minúsculas, como Leibnitz, o percepciones inconscientes o percepciones vagas o algo por el estilo. Ahora bien, a mí me parece innecesario averiguar si hay o no percepciones de estos tipos; ciertamente carezco de preparación para negarlas dogmáticamente. Pero sí debo decir que, aunque existan, son inútiles como base para la física. Las percepciones

de las cuales no somos suficientemente conscientes para poder expresarlas en palabras son científicamente despreciables como datos; nuestras premisas deben ser hechos que hayamos explícitamente notado. Indudablemente la vaguedad es omnipresente e inevitable, pero solamente a medida que la vamos superando, se va haciendo posible la ciencia exacta. Y la superamos más por el análisis y la concentración que por una difusa visión mística y extática.

Volvamos nuevamente a la pregunta: ¿De qué bases disponemos para deducir que nuestras percepciones y nuestros recuerdos no constituyen el universo entero? Yo creo que en el fondo nuestro principal objeto es el deseo de creer en leyes causales sencillas. Pero disponemos de otros argumentos muy a mano. Cuando hablamos a nuestros semejantes, estos proceden más o menos como lo haríamos nosotros si oyéramos las mismas palabras, no como lo hacemos cuando les hablamos. Cuando digo que proceden de manera semejante quiero significar que nuestra percepción de sus objetos cambia de modo similar a como lo haría la de nuestros propios objetos en circunstancias correlativas. Cuando un oficial, procedente de la clase de tropa, da la voz de mando, ve a sus hombres haciendo lo que él acostumbraba a hacer, cuando oía los mismos sonidos como soldado; por ello cree natural suponer que ellos han oído la voz de mando. Obsérvese también una bandada de grajos posándose en un campo recientemente labrado; todos levantan el vuelo en el momento en que uno de ellos oye un disparo; asimismo es natural suponer que todos los grajos lo han oído. Otro caso: la lectura de un libro es una experiencia muy diferente de su composición; no obstante, si yo fuera un solipsista debiera suponer que he sido el que ha compuesto los trabajos de Shakespeare, de Newton y de Einstein, desde que ellos entran en el campo de mi experiencia. Considerando cuánto mejores son aquellos que mis propios libros y cuánto menos trabajo me cuestan, me parecería locura el malgastar el tiempo en componer con la pluma, en vez de hacerlo con

los ojos. Todo esto, sin embargo, sería quizás mejor exponerlo formalmente.

Ante todo se nos ofrece una labor preliminar para regularizar nuestras propias percepciones. He hablado de ver a otros hacer lo que haríamos en circunstancias análogas; pero la semejanza sólo resulta evidente gracias a un trabajo de interpretación. No nos es posible contemplar nuestro propio rostro (excepto la nariz, cerrando un ojo), ni nuestra cabeza, ni nuestra espalda; pero táctilmente forman un continuo con lo que podemos ver, de modo que fácilmente podemos imaginar a qué debe parecerse tal o cual conocimiento de una parte invisible de nuestro cuerpo. Cuando vemos a otra persona ceñuda, podemos imitarla y no creo que la costumbre que tenemos de vernos en el espejo sea indispensable para ello. Probablemente podría explicarse por impulsos imitativos; es decir que cuando contemplamos una acción corporal tendemos a ejecutar la misma, en virtud de un mecanismo fisiológico. Esto es, desde luego, más fácil de observar en los niños. Así, al principio, hemos hecho lo que hemos visto hacer a otro, notando luego que lo que hemos hecho es lo que el otro hizo. No es preciso, sin embargo, proseguir con estas complicadas disquisiciones. Lo que me interesa señalar es el cambio, por la experiencia, desde formas y movimientos “aparentes” a formas y movimientos “reales”. Este proceso se realiza dentro del mundo perceptual; es un proceso de adquisición de conocimiento sobre grupos congruentes, es decir (hablando concretamente) sobre grupos de sensaciones visuales, que corresponden a sensaciones táctiles semejantes. Todo esto debe haber sido realizado antes de que se nos aparezca como evidente la analogía entre los actos de otros y nuestros propios actos. Pero como ello se realiza dentro del mundo perceptual, necesitamos darlo por supuesto. En su totalidad corresponde a la primera infancia. Tan pronto como lo completa dicho proceso, desaparece toda dificultad para interpretar la analogía entre lo que nosotros percibimos de otros y lo que percibimos de nosotros mismos.

La analogía en cuestión reviste dos formas. La más sencilla es cuando los otros hacen prácticamente la misma cosa que nosotros estamos haciendo—por ejemplo aplaudir cuando baja el telón o gritar ¡oh! cuando un cohete estalla. En tales casos experimentamos un fuerte estímulo, seguido de un acto muy definido y nuestra percepción de nuestro propio acto es completamente semejante a un cierto número de otras percepciones, que nos afectan al mismo tiempo. Estas últimas, además, vienen todas asociadas con percepciones muy análogas a las que llamamos percepciones de nuestro propio cuerpo. Nosotros deducimos que todos los restantes individuos han tenido percepciones análogas a las que han sido estímulos de nuestro propio acto. La analogía es perfecta. La única cuestión es: ¿por qué el mismo suceso exactamente, que ha sido la causa de nuestro propio acto, puede haber sido la de los actos de los otros? ¿Por qué suponer que ha habido para cada espectador una visión separada del telón que cae y no una única visión, que ocasionó todas las apariencias de objetos que parecían aplaudir? Puede decirse que este punto de vista es algo forzado. Pero dudo que pudiera parecer irracional, a no ser para la segunda forma de analogía que es incapaz de un desarrollo análogo.

En la segunda forma de analogía vemos a otro actuando según nosotros actuaríamos en respuesta a un cierto tipo de estímulos, que, sin embargo, no experimentamos en este momento. Supongamos que, siendo de pequeña estatura, os encontráis entre una multitud que está leyendo los resultados de las elecciones en una pantalla. Oís el estruendo de los vivas, pero no veis nada. Gracias a vuestros esfuerzos conseguís, al fin, percibir una noticia muy importante, que no os había sido posible ver unos momentos antes. Es natural suponer que los que os rodean vitoreaban porque la veían. En este caso sus percepciones, si en realidad existían, eran ciertamente *no idénticas* a las vuestras, puesto que habían tenido lugar tiempo antes: por tanto, si el estímulo para que vitorearan consistía en una percepción análoga a vuestra subsi-

guiente percepción, los que os rodean han tenido percepciones que a vosotros no os ha sido dable percibir. He escogido un ejemplo algo exagerado, pero otros del mismo tipo tienen lugar constantemente. Alguien dice: "He aquí a Jones" y miráis a vuestro alrededor y veis a Jones. Parecería extraordinario suponer que las palabras que oís no hayan sido causadas por una percepción análoga a la que vosotros mismos experimentáis al mirar en derredor. O bien, vuestro amigo os dice: "escucha" y después de decíroslo oís el trueno distante. Tales experiencias conducen irresistiblemente a la conclusión de que las percepciones que atribuimos a otros están asociadas con otras que nosotros no podemos percibir, pero que son análogas a las que nosotros mismos tendríamos si estuviéramos en el lugar de aquéllos. El mismo principio se presupone en la suposición de que las palabras que oímos expresan pensamientos.

La opinión de que hay percepciones relacionadas con otros individuos, que no se encuentran entre las nuestras propias, presupone la aceptación del testimonio y se nos ofrece primero, en el orden lógico, cuando tratamos de afirmar la existencia de cosas distintas de las que nosotros mismos percibimos, tanto por la fuerza de convicción a ella inherente como por la utilidad del testimonio en los estadios sucesivos. La aceptación de las percepciones de nuestros semejantes parece tan obvia y obligatoria a nuestro sentido que es difícil abstraerse y examinarla con la necesaria objetividad. No obstante, es necesario hacerlo. Según hemos visto, existen tres estadios. El primero no nos lleva fuera de nuestras propias percepciones sino que consiste meramente en la disposición de estas últimas en grupos. Un grupo consta de todas las percepciones, que el sentido común estima como siendo de un objeto idéntico y correspondiendo a sentidos diferentes y a diferentes puntos de vista. Si prescindimos de toda referencia al objeto, aún podemos constituir los grupos por correlaciones, que tienen lugar en parte entre unas percepciones y otras (tacto y vista cuando un objeto es atrapado por la mano) y en parte entre una percepción y los cambios que se realizan en otra (movimiento

corporal y cambios de las percepciones visuales y táctiles mientras nos movemos). Al suponer que estas correlaciones subsistan, en casos en que no se han demostrado, hacemos desde luego uso de la inducción; en otro caso, el proceso es estrictamente rectilíneo. De todos modos, éste nos permite hablar del “objeto físico” como un grupo de percepciones y explicar lo que queremos decir al afirmar que un objeto cercano y otro lejano son “realmente”, del mismo tamaño y forma. También nos es posible explicar lo que significamos al decir que un objeto no cambia “realmente”, a medida que nos alejamos de él (esto es, a medida que vamos teniendo percepciones que nos hacen decir que nos vamos alejando). Este es el primer estadio.

En el segundo, notamos la semejanza de los objetos físicos que llamamos cuerpos de nuestros semejantes entre sí y con nuestro propio cuerpo; notamos también la semejanza entre la manera de comportarse aquéllos y éste. En el caso de nuestro propio comportamiento podemos observar un cierto número de correlaciones entre estímulos y reacciones (siendo percepciones unas y otras). Por ejemplo, sentimos hambre o sed y entonces comemos o bebemos; oímos un ruido fuerte y experimentamos un sobresalto; vemos a Jones y decimos: “hola, Jones”. El comportamiento de las percepciones de lo que llamamos cuerpos de nuestros semejantes es análogo al de nuestro propio cuerpo, es respuesta a éste o aquél estímulo; a veces experimentamos nosotros mismos dicho estímulo y actuamos exactamente como cualquiera otro lo pudiera hacer, lo que constituye el segundo estadio; otras veces no lo experimentamos, pero suponemos por el comportamiento de los demás que éstos lo han experimentado, este es el tercer estadio. Esta última suposición es especialmente plausible cuando nos es dado experimentar por nosotros mismos el estímulo en cuestión, muy poco tiempo después de haber observado el comportamiento en los demás que nos ha llevado a inferirlo. El tercer estadio es el más importante, puesto que en el segundo estamos obligados a atribuir el comportamiento de los demás a los estímulos, que nosotros percibimos,

omitiendo así toda deducción sobre entidades impercibidas, en tanto que, en el tercer estadio se nos cierra esta posibilidad. Se verá que, en este último, el razonamiento es del tipo causal-inductivo corriente, en que se basan todas las leyes empíricas. Nosotros percibimos *A* y *B* asociados en un cierto número de casos y después deducimos *A* y *B*, en un caso en que no podemos conocer por la percepción si *A* está o no presente. Además, el razonamiento referente a las percepciones de los demás es el mismo, en forma y fuerza lógica, que el que hacemos respecto a la verdad futura de leyes de correlación entre nuestras propias percepciones. Tenemos exactamente tan buenas razones para creer que otras personas perciben lo que nosotros no percibimos, como para creer que nosotros tendremos una percepción táctil, si alargamos nuestra mano hacia un objeto, que parece estar al alcance de la misma.

El argumento no es demostrativo ni en un caso ni en otro. Un prestidigitador puede fabricar un muñeco de cera con un gramófono dentro y provocar una serie de pequeños incidentes de que el gramófono dé noticias a la concurrencia. Durante el sueño, el hombre da la evidencia de que está animado de una vida, análoga a la que tiene cuando está despierto y, sin embargo, a las personas que vemos dormidas las suponemos sin existencia externa. El demonio malicioso de Descartes es una posibilidad lógica. Por estas razones podemos vernos llevados a la confusión en cualquier circunstancia dada. Pero parece excesivamente improbable que *siempre* nos veamos equivocados. Por la correlación observada de *A* y *B* podemos afirmar, en los casos en que *B* puede observarse, pero en que no sabemos si *A* existe o no: 1.º que *A* está siempre presente, o 2.º que *A* está generalmente presente, o 3.º que *A* está a veces presente. Los sueños bastan para demostrar que no podemos afirmar lo primero. Pero un solipsista podría distinguir entre los sueños y la vida, durante la vigilia, a menos que sus sueños fueran extraordinariamente racionales y coherentes. Podemos, por tanto, excluirlos antes de empezar nuestra inducción. Incluso entonces sería muy arries-

gado afirmar la tesis 1.^a. En cambio la 2.^a es más probable, y la 3.^a parece extremadamente probable. Ahora bien, la 3.^a es suficiente para permitirnos deducir una proposición de gran importancia filosófica, a saber: hay entidades que yo no percibo. Esta proposición puede tomarse como razonablemente cierta, si consideramos la inducción como totalmente válida. Y si es así, aquélla acrecienta la posibilidad de otras proposiciones, de las que se deduce la existencia de esta o aquella entidad impercibida. El razonamiento, aunque no es demostrativo, sería tan bueno como cualquiera de las inducciones fundamentales de la ciencia.

Hemos considerado hasta ahora no el mundo exterior en general, sino las percepciones de nuestros semejantes. Podemos decir que hemos tratado de demostrar que aquéllos son entidades vivas y no meros fantasmas, como los que aparecen en los sueños. Más, exactamente, nuestra discusión ha sido dirigida a demostrar lo siguiente: Dada una correlación observada entre nuestras propias percepciones, en la que el segundo término es lo que podríamos naturalmente llamar una percepción correspondiente a determinado comportamiento de nuestro propio cuerpo, y dada una percepción que da lugar a análogo comportamiento en un objeto físico, que no es nuestro propio cuerpo, pero que es semejante a él, deducimos que este segundo comportamiento ha sido precedido por un suceso semejante al primer término de la correlación observada entre nuestras percepciones. Esta deducción no presupone nada referente a la distinción entre entendimiento y cuerpo o a la naturaleza de cualquiera de ellos.

En virtud del precedente razonamiento puedo suponer ahora que podemos ensanchar nuestra propia experiencia, gracias al testimonio, es decir, que los ruidos que oímos, cuando nos parece que hay alguien hablando, expresan, en efecto, algo análogo a lo que nosotros expresaríamos si hiciéramos ruidos semejantes. Este es un caso particular del principio contenido en el párrafo anterior. Yo creo que la evidencia que tenemos de las percepciones de nuestros semejantes, es la más

fuerte que nos es dable alcanzar sobre algo que no percibimos por nosotros mismos; por ello parece legítimo aceptarla, en tanto que no sea posible, antes de proceder al estudio de nuestra evidencia sobre la “materia”, esto es: sobre las entidades que satisfacen las ecuaciones de la física. Esta será nuestra próxima tarea. Pero conviene antes comenzar con las “cosas” materiales de sentido-común, concebidas como causas de percepciones.

Habiendo ya admitido la existencia de percepciones en nuestros semejantes, podemos ampliar grandemente el grupo que constituye un “objeto físico”. Dentro del mundo solipsista encontramos medios de coleccionar grupos de percepciones y llamar al grupo un objeto físico. Pero ahora podemos enriquecer nuestro grupo enormemente. Un cierto número de personas, sentadas cerca unas de otras, pueden expresar lo que ven y comparar las imágenes resultantes: habrá entre estas últimas semejanzas y diferencias. Unos cuantos estenógrafos que escuchan una lectura pueden tomar notas de ella y comparar los resultados. Pueden introducirse sucesivamente varias personas en una habitación llena de rosas escondidas y preguntar a aquéllas: ¿A qué huele usted? En este sentido puede decirse que el mundo de cada persona es parcialmente privado y parcialmente común. En la parte en que es común no se nos aparece como idéntico, sino con un grado mayor o menor de semejanza entre las percepciones de las distintas personas. Es la ausencia de identidad la que nos hace rechazar el ingenuo realismo del sentido común; es la semejanza la que nos conduce a aceptar la teoría de un origen común para percepciones simultáneas semejantes.

El argumento aquí no es tan bueno, según mi opinión, como el expuesto para las percepciones de nuestros semejantes. En aquel caso deducíamos algo muy análogo a lo que nos era conocido por propia experiencia, en tanto que en éste deducimos algo que nunca podemos experimentar, y de cuya naturaleza no podemos conocer más que lo que nos da la deducción. No obstante, los argumentos de sentido común en

favor de una causa exterior de la percepción, son considerables.

Para empezar podemos, sin suponer nada que no sea posible a alguien percibir, establecer un espacio y tiempo comunes en que todos vivimos. (Nuestro estudio se limitará necesariamente a los habitantes de la superficie de la tierra, puesto que los otros, si existen, no han conseguido comunicar con nosotros; en consecuencia, no hemos de ocuparnos de las complicaciones derivadas de la relatividad.) Los métodos corrientemente utilizados para determinar la longitud y latitud pueden aplicarse, sin necesidad de suponer que las lecturas del reloj y del sextante tengan el significado físico que comúnmente se les asigna. También las altitudes pueden medirse por los métodos corrientes. Por estos medios, los observadores pueden situarse en un orden tridimensional. Desde luego, el espacio resultante no será un continuo, puesto que contendrá sólo tantos "puntos" como observadores haya. Pero el movimiento de uno de estos puede ser sensiblemente continuo, de modo que nos es factible establecer puntos "ideales" de vista con propiedades matemáticas definidas y construir así, con fines matemáticos, un espacio continuo. De este modo podemos llegar a las leyes de la perspectiva, tomadas en sentido generalizado, es decir, que podemos correlacionar las diferencias entre percepciones correlacionadas con las diferencias en las situaciones de los percipientes. Y en el espacio derivado de los "puntos de vista", podemos situar objetos físicos. Sean, por ejemplo, A y B dos observadores, a y b sus percepciones visuales correlacionadas, que, por serlo, se describen como percepciones de un objeto físico O . Si las dimensiones angulares de a son mayores que las de b diremos (como definición) que A está más cerca de O que B . Podemos construir así un cierto número de rutas que convergen en O . Construiremos de este modo nuestra geometría, de suerte que aquéllas se intersecten y definiremos la intersección como el lugar en que O se encuentra. Si O resulta ser un cuerpo humano, encontraremos que el lugar de O , así definido, es

idéntico al lugar de *O* como observador en el espacio de puntos de vista (1).

La correlación de tiempos de los diferentes percipientes no ofrece dificultad; porque, según se ha hecho ya observar, nuestros percipientes se encuentran todos en la tierra. Podría emplearse el método corriente de señales luminosas. Pero aquí tropezamos con uno de los argumentos de la teoría causal de la percepción, como contrario tanto al sentido común como al fenomenalismo. (Podemos definir el fenomenalismo, al menos por el momento, como el parecer de que solamente existen percepciones.) Supongamos que un cañón, instalado en la cumbre de una colina, se dispara todos los días a las doce en punto; muchas personas lo ven y oyen entonces. Pero a medida que se encuentran más lejos de él, mayor es el intervalo entre lo que ven y lo que oyen. Esto hace muy difícil de aceptar la interpretación ingenuamente realista de la audición, puesto que si aquella fuera correcta, debería existir un intervalo fijo de tiempo (presumiblemente cero) entre la visión y la audición. También parece natural adoptar una interpretación causal del sonido, puesto que la retardación de éste depende de la distancia, no del número de percipientes intermedios. Pero hasta aquí, nuestro espacio era puramente "ideal", excepto en donde había percipientes; sería, pues, singular que pudiera ejercer una influencia real. Es mucho más natural suponer que el sonido viaja a través del espacio intermedio, en cuyo caso algo debe ocurrir, incluso en aquellos lugares en que no existe nadie con oídos apropiados para escucharle. El razonamiento no es quizá demasiado convincente, pero no podemos negar que posee *alguna* fuerza.

Podemos, sin embargo, aducir argumentos mucho mejores acudiendo a otras fuentes. Supongamos una habitación dispuesta con una persona escondida detrás de una cortina y también con una cámara y un dictáfono. Supongamos que

(1) Sobre este asunto, cf. mi obra *Knowledge of the External World*.

dos personas entran en la habitación y allí conversan, comen y fuman. Si el registro del dictáfono y la cámara concuerdan con las impresiones recibidas por el que está detrás de la cortina, es imposible resistir a la conclusión de que algo ha ocurrido, donde aquéllos estaban, que guarda una íntima relación con lo percibido por la persona escondida. Para este objeto podrían disponerse también dos cámaras y dos dictáfonos y comparar sus indicaciones. Tales correspondencias, que son solamente formas extremas de las que son familiares al sentido común primario, hacen inconcebiblemente complicada y poco plausible la suposición de que nada ocurre donde no existe percipiente. Si el dictáfono y la persona oculta dan el mismo informe sobre la conversación, que ha tenido lugar en la habitación, se ve uno obligado a suponer cierta conexión causal, puesto que, de otro modo, la coincidencia sería improbable en el más alto grado. Pero hallamos que la conexión causal depende de la posición del dictáfono al tiempo de la conversación, no de la persona que escucha el informe registrado por aquél. Ello parece muy extraño si dicho informe no existe hasta que es escuchado, como estamos obligados a suponer si limitamos nuestro mundo a las percepciones. No insistiré más sobre las singularidades que ofrecería un mundo tal; así, por ejemplo, la expuesta una vez por el doctor G. E. Moore de que un tren tendría solamente ruedas cuando está parado, puesto que cuando está en marcha los pasajeros no las ven.

Antes de aceptar tales argumentos, debemos sin embargo tener en cuenta lo que un fenomenalista podría decir contra ellos. Permítasenos, por tanto, enfocar el caso por el lado del fenomenalismo.

Se nos puede argüir que nuestro razonamiento no es, después de todo, tan inatacable como parece, puesto que todos los hechos pueden interpretarse introduciendo al efecto percipientes "ideales". La duda a que quiero referirme me la sugiere cierto tipo de construcción, de la cual es buen ejemplo la introducción de puntos "ideales", líneas y planos en la

geometría descriptiva (1). Para nuestro objeto bastará considerar los puntos "ideales". El proceso por el cual se les construye es el siguiente. Tomemos todas las líneas rectas que pasan por un punto dado; todas ellas forman un grupo de líneas que poseen otras notables propiedades, además de la de tener un punto común. Estas otras propiedades corresponden también a otros grupos de líneas, que no tienen ningún punto común, por ejemplo, en la geometría euclidiana, al grupo formado por todas las líneas paralelas a otra dada. Supuesto esto, definimos un grupo de líneas, que posee dichas propiedades, como un punto "ideal" (2). Así, hay puntos "ideales" que corresponden a puntos reales y otros que no corresponden. Por este camino, recurriendo a líneas y planos "ideales" llegamos por último a la geometría proyectiva, en la cual dos planos cualesquiera tienen una línea común y dos líneas cualesquiera en un plano, un punto común; lo cual simplifica enormemente la formulación de nuestras proposiciones.

La analogía de lo que acabamos de citar con nuestro problema es quizá más estrecha de lo que pudiera pensarse. Nosotros tenemos, en primer lugar, percepciones reales, reunidas en grupos, cada uno de los cuales se define por la característica de que el sentido común llama a cada uno de sus miembros percepciones de un mismo objeto físico. Estas percepciones reales, como vimos, varían de un percipiente a otro, de modo tal que nos permiten construir un espacio de percipientes y situar objetos físicos en este espacio. Adoptemos por el momento la idea de que no existe nada sino percepciones propias nuestras y de los demás. Observaremos en-

(1) Véase el trabajo del Dr. Whitehead sobre el tema (Cambridge University Press) y también Pasch, *Neuere Geometrie*, Leipzig, 1882.

(2) La definición de punto "ideal" es la que sigue: Sean l y m dos líneas cualesquiera en un plano y A cualquier punto no situado en éste. Entonces los planos $A l$, $A m$ tienen una línea en común: sea n . El conjunto de todas las líneas tales como n según A varía, permaneciendo fijos l y m es el punto "ideal" determinado por las dos líneas l y m .

tonces que las percepciones, que forman un grupo dado, pueden siempre disponerse alrededor de un centro situado en el espacio de percipientes y que podemos completar el grupo interpolando percepciones “ideales”, continuas en cualidad con las percepciones reales, en regiones donde no existen percipientes. (Una región del espacio que es “ideal” en determinado momento puede ser real en otro, debido al movimiento del percipiente. Las posiciones sucesivas de un observador que va contemplando el Obelisco de Cleopatra desde un tranvía en marcha forman una serie sensiblemente continua.) Si un cierto número de personas oyen el disparo de un cañón, existirán diferencias en la intensidad y el momento de sus percepciones; podremos entonces completar las percepciones reales con ruidos “ideales”, que varíen de modo continuo desde uno real a otro. Lo mismo puede hacerse con percepciones visuales correlativas; lo mismo con los olores. A un grupo de estos, completado por interpolación y extrapolación le llamaremos grupo “lleno”; sus miembros son parcialmente reales y parcialmente “ideales”. Cada grupo posee un centro en el espacio de percipientes, el cual es real si está ocupado por un percipiente e ideal en el caso contrario. (No se supone que nuestro espacio sea geométrico uniforme ni que el centro pueda estar constituido por un volumen finito.) En general, aun cuando dicho centro está ocupado por un percipiente, no contiene, sin embargo, miembro alguno del grupo, ni siquiera miembro ideal: “el ojo no se ve a sí mismo”. Un grupo, por ejemplo, puede estar vacío: cuando nos acercamos suficientemente a su centro deja de tener miembros. Esta es una observación puramente empírica.

A un grupo lleno que contiene algunos miembros reales lo llamaremos grupo “real”; un grupo cuyos miembros son todos ideales será llamado “ideal”. Falta por señalar cómo vamos a definir un grupo ideal.

Además de las leyes que relacionan las percepciones que forman un grupo—que podrían llamarse, en sentido generalizado, leyes de perspectiva—hay también leyes según la manera como las percepciones se suceden unas a otras. Estas son

leyes causales, en la acepción ordinaria que se da a este concepto y se encuentran incluidas entre las leyes usuales de la física. Cuando conocemos un cierto número de miembros de un grupo lleno, podemos deducir los restantes por las leyes de la perspectiva; se encontrará que algunos existen y otros no, pero todos los que existen son miembros del grupo en cuestión. Del mismo modo, cuando se nos da un número suficiente de grupos llenos, podemos calcular otros grupos llenos en otros tiempos; se encontrará que algunos de aquellos son reales, otros ideales, pero que todos los reales están comprendidos entre los que se calculan. (Doy por supuesta, desde luego, una perfección, imposible en la física.) Dos grupos que pertenecen a diferentes tiempos pueden, en virtud de relaciones causales, que estudiaremos con el debido detalle cuando lleguemos al problema de la sustancia, ser relacionados de modo que se nos aparezcan como estados sucesivos de una misma "cosa" o "cuerpo" (digamos, de paso, que el tiempo de un grupo lleno no es exactamente aquel en que tienen lugar sus miembros, sino algo anterior al miembro real que se produce primero, o muy anterior en el caso de una estrella. El tiempo de un grupo lleno es el que la física señala como fecha del acontecimiento que suponemos percibir.) La serie total de grupos que pertenecen a una "cosa" dada se llama una "biografía". Las leyes causales nos permiten, a veces, deducir "cosas". Una "cosa" es real cuando su biografía contiene por lo menos un grupo que es "real", esto es, contiene por lo menos una percepción; en caso contrario, la cosa es "ideal". Esta construcción guarda relación estrecha con la de puntos, líneas y planos "ideales" en la geometría descriptiva. Es conveniente analizar las razones que hay en su pro o en su contra.

La construcción precedente afirma la totalidad de la física, por lo menos formalmente, y da una interpretación, por medio de las percepciones y sus leyes, de toda proposición de la física para cuya creencia en ella existe alguna razón empírica. Las percepciones, grupos y cosas "ideales", constituyen real-

mente, en esta teoría, un método abreviado para establecer las leyes de las percepciones reales y toda la evidencia empírica debe referirse a estas últimas. La explicación que precede afirma, por lo que queda dicho, la verdad de la física con el mínimo de hipótesis. Desde luego, habrá también reglas para determinar cuándo una percepción calculada es real y cuándo es ideal; pero esta distinción no es difícil, puesto que tales reglas contendrán una ciencia de las acciones humanas. Puede ser fácil conocer que contemplamos ciertas cosas, al utilizar el telescopio, pero será difícil saber si las veremos cuando miremos a través de aquél. Este remate de nuestra ciencia queda, por tanto, fuera de nuestro alcance actualmente; pero ello no constituye un argumento contra la veracidad de aquélla, hasta donde llega ahora. Es evidente que el método indicado puede extenderse hasta hacer "ideales" todas las percepciones, excepto la nuestra propia; tendríamos entonces una interpretación de la física completamente solipsística. En lo que sigue, no tendremos, no obstante, en cuenta esta extensión y trataremos sólo de aquella forma de la teoría en que se admiten todas las percepciones.

La metafísica que venimos desarrollando es, esencialmente, la de Berkeley: todo lo que es, es percibido. Pero nuestras razones son algo diferentes de las suyas. No sugerimos que haya imposibilidad alguna de existencia para las entidades no percibidas, sino solamente que no existe base segura para creer en ellas. Berkeley creía que lo que podía aducirse contra ellas era definitivo; nosotros sugerimos únicamente que lo que puede aducirse en su favor no tiene dicho carácter. No la afirmamos; lo proponemos como tema de estudio.

La gran dificultad, que ofrece la teoría precedente de elementos "ideales", es que no resulta fácil de comprender cómo algo meramente imaginario pueda ser esencial para la formulación de una ley causal. Debemos explicar el dictáfono que repite una conversación. Supondremos, al efecto, que ha sido visto, en el lugar que debe ocupar, antes y después de la conversación, pero no durante ella. Consecuentemente con las

ideas que venimos desarrollando, dicho aparato no habrá existido, en modo alguno, durante la conversación. Las leyes causales, formuladas sin elementos ficticios, implicarían, así, una acción a distancia en el tiempo y en el espacio. Además, nuestras percepciones no son suficientes para determinar el curso de la naturaleza; derivamos las leyes causales de la observación atenta y las mantenemos, en otros casos, inventando cosas "ideales". Esto no sería necesario si las percepciones fueran suficientes para la determinación causal de otras percepciones, que han de tener lugar en lo futuro. Así, la teoría que estamos examinando es incompatible con el determinismo físico, de hecho, aunque no de forma. Podríamos multiplicar indefinidamente las dificultades de esta clase. Ninguna de ellas es conclusiva, pero, en conjunto, bastan para obtener el resultado de que es casi imposible llegar a creer en dicha teoría. Quizá es la continuidad (no en el sentido estrictamente matemático) una de las más fuertes objeciones. Nosotros experimentamos, en efecto, una continuidad sensible, cuando se mueve nuestro propio cuerpo y cuando observamos fijamente cualquier objeto inmóvil. Pero, si abrimos y cerramos repetidamente nuestros ojos, experimentamos una discontinuidad visual, que nos parece imposible atribuir a los objetos físicos, que alternativamente aparecen y desaparecen; tanto más cuanto que para otro espectador aquéllos permanecen todo el tiempo sin sufrir cambio alguno. La causalidad a distancia en el tiempo, aunque no lógicamente imposible, repugna también a nuestra noción del mundo físico. Ello hace que, aunque es lógicamente posible interpretar el mundo físico por medio de elementos ideales, concluimos que esta interpretación no es plausible y que carece de argumentos positivos en su favor.

A pesar de todo la construcción precedente permanece válida e importante como método de separación de los elementos físicos perceptuales y no perceptuales y para mostrar cuanto puede obtenerse únicamente de los primeros. En este respecto, continuaré utilizándola en lo que sigue. Lo único

que rechazaremos es la idea de que los elementos “ideales” son irreales (1).

El problema cambiaría, desde luego, de aspecto en este último respecto, si pudiéramos aceptar el argumento del idealismo, ya sea el de Berkeley o el alemán de la variedad. Estos argumentos pretenden demostrar que todo lo que existe *debe* tener un carácter mental y nos obligan, en consecuencia, a interpretar la física de acuerdo con esta idea. Yo rechazo tal argumentación *apriorística*, cualquiera que sea la conclusión que pretendan demostrar. No hay dificultad en interpretar idealmente la física; pero tampoco, debo decirlo, hay necesidad de esta interpretación. Afirmamos que la “materia” es solamente conocida, en lo que respecta a ciertas características muy abstractas, que podrían muy bien pertenecer a un complejo de acontecimientos mentales, pero que también podrían atribuirse a un complejo diferente. En efecto, los únicos complejos conocidos que de cierto poseen las propiedades matemáticas del mundo físico están constituidos por números y pertenecen a las matemáticas puras. Nuestra razón para no considerar la “materia” como siendo realmente una estructura aritmética derivada de números enteros es la conexión entre aquella y la percepción. Por esto es por lo que es necesaria la presente discusión. Pero dicha conexión, como traté de probar, nos dice extraordinariamente poco sobre el carácter de los sucesos impercibidos del mundo físico. Discrepando de materialistas e idealistas, yo no creo que exista otra fuente de conocimiento que pueda aumentar este insignificante resultado. Como otros, yo me permito también especular; pero este es un ejercicio de imaginación, no un proceso de razonamiento demostrativo.

De aquí en adelante daremos por supuesto que no solamente hay percepciones, que no percibimos, relacionadas con los cuerpos de otras personas, sino también que hay acontecimientos causalmente conexiónados con percepciones, de las

(1) El carácter de los elementos “ideales” será también menos semejante al de las percepciones que en la construcción precedente o, por lo menos, es imposible conocer que sea tan semejante.

cuales no sabemos si son percibidas o no. Supondremos, por ejemplo, que si estamos solos en una habitación y cerramos nuestros ojos, los objetos situados en aquélla, que ya no vemos (o sea, las causas de nuestras percepciones visuales) continúan existiendo y no vuelven a nacer súbitamente al volver a abrir los ojos. Esto debe ser admitido en relación con lo que antes se dijo sobre la perspectiva en sentido general y sobre el espacio común, en donde situamos los objetos físicos que, para el sentido común, se perciben por varias personas a la vez. Nosotros reunimos las percepciones correlativas en un grupo y suponemos que existen otros miembros del mismo, correspondientes a lugares donde no hay percipiente o, para hablar más cautelosamente, donde no se sabe que exista tal. Pero ya no daremos por supuesto, como cuando construíamos elementos “ideales”, que lo que se produce en tales lugares es lo que nosotros percibiríamos si estuviéramos en ellos. Creemos, por ejemplo, que la luz consiste en ondas de una cierta naturaleza; pero que se transforma al contacto con el ojo en un proceso físico diferente. Por ello, lo que ocurre antes de que la luz llegue al ojo es probablemente diferente de lo que ocurre después, y es diferente también por esta razón, de la percepción visual. Pero se supone que todo el proceso es causalmente continuo con este último, y es principalmente debido a esta continuidad causal por lo que se hace deseable una cierta reinterpretación del mundo físico.

Para ciertos objetos, el lenguaje de la causalidad no es, quizá, el que mejor expresa nuestro pensamiento, que podría formularse como sigue. Limitándonos, para empezar, a las percepciones de varios observadores, podemos formar grupos de ellas relacionadas entre sí aproximada, aunque no exactamente, según leyes que podríamos llamar de “perspectiva”. Por medio de dichas leyes, junto con la consideración de los cambios en nuestras restantes percepciones, que pueden relacionarse con la del movimiento corporal, podemos formarnos la concepción de un espacio en el que están situados los percipientes, encontrándonos con que, en este espacio, todas las percepciones que pertenecen a un grupo (por ejemplo, las

correspondientes a un mismo objeto físico, desde el punto de vista del sentido común) pueden ordenarse alrededor de un centro que colocamos en el lugar en donde está situado el objeto físico en cuestión. (Para nosotros ésta es una *definición* del lugar de dicho objeto físico.) El centro no se concibe como un punto, sino como un volumen, que puede ser tan pequeño como un electrón o tan grande como una estrella. El supuesto esencial de lo que llamamos comúnmente la teoría causal es que el grupo de percepciones puede ampliarse con la adición de otros acontecimientos, situados en el mismo espacio y alrededor del mismo centro y conectados entre sí y con el grupo de percepciones por las leyes, en las que se comprenden las de perspectiva. Los puntos esenciales son: 1.º La disposición alrededor de un centro. 2.º La continuidad entre las percepciones y los acontecimientos, con ellas relacionados, que se producen en otras partes del espacio, derivados de las percepciones y de la locomoción. Lo primero es un objeto de observación; lo segundo, una hipótesis que formulamos para obtener sencillez y continuidad en las leyes de correlación, que se derivan de la agrupación de percepciones. Esa hipótesis no puede ser demostrada; pero sus ventajas son del mismo tipo que las de cualquier otra teoría científica y por consiguiente, será conveniente aceptarla de aquí en adelante.

CAPÍTULO XXI

PERCEPCION Y OBJETIVIDAD

Cuando un cierto número de personas observa, desde el punto de vista del sentido común, un mismo objeto, se dan al mismo tiempo analogías y diferencias entre sus percepciones. Para el sentido común, con su ingenuo realismo, estas últimas constituyen un obstáculo, puesto que hacen mutuamente incompatibles las percepciones, si consideramos cada una de ellas como la revelación total de uno y el mismo objeto físico. Pero para la teoría causal de la percepción este obstáculo no existe. En ella nos encontramos, sin embargo, con la dificultad opuesta, a saber: la de determinar qué elementos en una percepción pueden utilizarse para hacer una deducción sobre la existencia de algo fuera de aquélla y sobre la naturaleza de las deducciones, cuando éstas pueden efectuarse. Por el momento no nos referimos a deducciones que implican movimiento, sino solamente a aquellas que se relacionan con el estado presente del objeto físico que estamos observando.

Debemos ponernos en guardia contra una confusión, que es difícil de evitar en tales investigaciones. La percepción, como acontecimiento de nuestra propia historia, es un suceso que puede reconocerse; su significado psicológico es bastante definido. Pero tiene, además, una significación epistemológica, que difícilmente podría definirse como fuera de de-sear. La percepción nos interesa, en la presente discusión,

como fuente de conocimiento, no porque sea un acontecimiento que el psicólogo puede reconocer. En tanto que el ingenuo realismo ha podido mantenerse, la percepción era el conocimiento del objeto físico, obtenido por los sentidos, no por deducción. Pero al aceptar la teoría causal de la percepción, hemos adoptado la opinión de que la percepción no da conocimiento inmediato del objeto físico, sino todo lo más, un dato para la deducción. La percepción da, sin embargo, un conocimiento sobre algo; si yo percibo una mancha roja redonda, conozco que en ese momento existe ésta en el mundo, y ninguna interpretación de las causas de mi percepción puede destruir este conocimiento. Concedamos que al decir esto estoy utilizando el concepto "percepción" en sentido más estrecho que el que se le da en psicología, pues lo limito a los casos en que notamos explícitamente lo que estamos percibiendo. Esta restricción es esencial para fines epistemológicos. Deliberadamente me abstengo de todo análisis del "conocimiento", puesto que ello nos llevaría muy lejos de nuestro objeto.

Las deducciones que primeramente se obtienen de una percepción son como otros miembros del grupo al que lo percibido pertenece. Ello se realiza, en forma algo confusa, por el sentido común, cuando deduce el tamaño o forma "real" de un objeto de su tamaño y forma "aparente", esto es, del tamaño y forma real de lo percibido. El tamaño y forma "real" es una norma de la que puede deducirse lo percibido por un observador en una situación relativa dada. Ordinariamente no se implica en esto una deducción consciente, pero puede hacerse uso de ésta sin necesidad de invocar ningún nuevo conocimiento. Por ejemplo, un arquitecto puede mostrar el proyecto de una casa desde cualquier ángulo, cuando conoce sus dimensiones, y para este objeto sólo hace uso del sentido común sistematizado, y puede, asimismo, deducir las dimensiones aproximadas de una casa real, cuando la ha contemplado desde diferentes puntos de vista. El objeto "real", como oposición a sus "apariencias", tiene así algo de la naturaleza de una fórmula, por medio de la cual todo

lo suficientemente análogo a las últimas puede ser determinado. Dadas las dimensiones de una casa, podemos deducir su forma aparente a una distancia dada y en una determinada dirección. Si la percepción fuera perfectamente segura y regular, unas pocas percepciones pertenecientes a un grupo dado nos permitirían determinar todas las reales y posibles que forman parte del mismo.

En realidad se encuentra que no es este el caso. Por la contemplación de una caída de agua no podemos a simple vista conocer que, utilizando el microscopio, se la encontrará llena de bacilos. Cuando vemos a un hombre situado a un centenar de yardas, no podemos asegurar si es elegante o vulgar. Cuando sólo podemos oír la voz de una persona, no nos es posible percibir qué es lo que ha dicho. Todos éstos son casos de "vaguedad" en un determinado sentido, perfectamente preciso. En cualquier grupo de percepciones, aquellas que están más cerca del centro tienen una relación múltiple con las que están más lejos; por ejemplo, dos cosas que parecen semejantes a distancia, parecen diferentes desde más cerca. En este sentido, las percepciones de lo más distante son más vagas que las de lo más cercano; las primeras pueden deducirse de estas últimas, pero no éstas de las primeras.

Hay, sin embargo, una diferencia importante entre unos que pudiera llamarse la ley "regular" para deducir apariencias distantes de apariencias cercanas, puede ser dificultada por objetos intermedios. El sol puede ser visible desde una gran altitud, cuando las nubes lo hacen invisible desde la superficie de la tierra. Los sonidos pueden ser detenidos por obstáculos y extinguirse completamente a cierta distancia de su origen. Los olores se extinguen aún más de prisa y dependen del viento en mayor medida aún. Estos hechos dificultan la deducción de las apariencias lejanas, partiendo de las próximas, exactamente lo mismo que los otros dificultan la deducción de las segundas partiendo de las primeras.

Hay, sin embargo, un hecho recíproco, a saber: que lo y otros. La creciente vaguedad de las apariencias distantes

es una ley intrínseca de los grupos de percepciones, mientras que la incertidumbre, respecto a las apariencias distantes, cuando se nos dan las próximas, dependen siempre de obstáculos exteriores. Esta distinción la encontraremos de gran importancia en lo sucesivo. Permítasenos formularla claramente para el caso en cuestión.

Supongamos dos personas que observan un objeto dado inmóvil sobre la superficie de la tierra, y supongamos que una de ellas permanece quieta, mientras la otra se pone en movimiento. Supondremos que para la primera no hay cambio perceptible en el objeto, en todo el tiempo que dura el experimento. Para la otra persona sí habrá cambios que, en general, están de acuerdo aproximadamente con las leyes de la perspectiva, especialmente para cambios pequeños en la posición del observador. Pero a veces, para tomar el ejemplo más evidente, el objeto en cuestión se hace invisible cuando el observador ocupa determinadas posiciones—aquellas, por ejemplo, en que se interpone algún objeto opaco entre el observador y el objeto que ha estado contemplando. Generalmente esto se realiza gradualmente: primero, ambos objetos son visibles; poco a poco disminuye su distancia angular y, por último, sólo el objeto más próximo queda visible. Este último ejerce así un efecto sobre la apariencia del objeto más lejano. La niebla, el humo, el cristal, los anteojos coloreados, etc., modifican análogamente las apariencias de los objetos distantes. Es decir, que, al calcular la apariencia que presenta un objeto en tal o cual lugar, debemos tener en cuenta no solamente las apariencias del cuerpo en cualquiera otra parte, sino también las de los cuerpos que median entre él y el lugar en cuestión. Estos cuerpos intermedios son unas veces sensibles y otras no; en este segundo caso son deducidos, pues son necesarios para mantener las leyes que hemos encontrado que existen cuando aquéllos son sensibles. El principio es el siguiente: Si comparamos los miembros próximos de un grupo de percepciones, encontraremos, en la gran mayoría de los casos, que sus diferencias de primer orden están de acuerdo con las leyes de la pers-

pectiva, mientras que las diferencias de segundo orden son funciones de grupos que poseen otros centros; o también, puesto que la indicación precedente es demasiado precisa para los hechos, podemos decir sencillamente que las diferencias entre posiciones cercanas están compuestas por las leyes de perspectiva y por las funciones de grupos que poseen otros centros. Supóngase, por ejemplo, que estamos viendo un objeto a través de un cristal que lo deforma ligeramente. El cristal es un grupo táctil entre nosotros y el objeto; a medida que nos movemos, las distorsiones debidas a aquél cambian y tienen que componerse con las leyes de la perspectiva para poder calcular un miembro de un grupo partiendo de otro. En otros casos podremos descubrir, por la cuidadosa comparación de un cierto número de miembros de un grupo, que su apartamiento de las leyes de la perspectiva se efectúa de acuerdo con una ley, que es función de una posición no perceptiblemente ocupada. La precedente digresión puede aplicarse también a este caso, si no hemos tocado al cristal deformatorio. Los seres humanos son superiores a los pájaros e insectos, por el hecho de que pueden deducir la existencia del cristal, en tales casos, sin necesidad de ninguna construcción científica, mientras que aquéllos chocan repetidamente contra él.

Como mucho de lo que aún tenemos que decir sobre la transición de la percepción a la ciencia, el estudio precedente no puede formularse en una forma exacta. Los métodos por los cuales reunimos un cierto número de percepciones en un grupo, son toscos, pero eficaces y resultarían imposibles de aplicar si se produjera una gran distorsión en lo que hay en el intermedio. Pero estos métodos resultan eficaces en un número suficiente de casos, para establecer la noción de acontecimientos agrupados alrededor de un centro, cambiando en parte según las leyes de la perspectiva y en parte según funciones de grupos, que tienen otros centros. Una vez llegados a esta noción, no es muy difícil modificarla en tal forma que se haga capaz de admitir la precisión científica.

Vengamos ahora al problema de la “objetividad” en una percepción. Esto es una cuestión de grado. Las más correctas son las deducciones que podemos obtener de una percepción en lo que se refiere a otros acontecimientos (sean percepciones o no) pertenecientes al mismo grupo; la más “objetiva” es la percepción (y propongo esto como una definición). Una percepción puede no pertenecer a ningún grupo; en este caso carece de objetividad. Las alucinaciones y sueños entran dentro de este tipo. O bien podemos confundirnos respecto a la posición del centro del grupo: éste es el caso de los espejismos o de la reflexión que no es reconocida como tal. O bien, podemos percibir un color o forma que es errático; por ejemplo, debido a la existencia de buen intermedio, y resulta así extraviado respecto al color y forma que los demás ven. Yo no consideraré una percepción como falta de objetividad solamente por su vaguedad. La vaguedad disminuye el número de deducciones que podemos obtener, pero no la exactitud de éstas. A cierta distancia percibimos correctamente que lo que se nos aproxima es un hombre; cuando está más cerca percibimos que es Jones. Pero nuestra primera percepción no carecía de objetividad, aunque fuera insuficiente para hacernos ver que se trataba de este individuo especial. Podría fallar su objetividad si, debido a la existencia de lentes intermedios, nos hubiera mostrado un hombre cabeza abajo.

Cuando dos personas tienen simultáneamente percepciones que consideran como pertenecientes a un grupo, si las deducciones de una difieren de las de la otra, una de ellas por lo menos debe estar haciendo deducciones falsas y debe, por tanto, tener un elemento de subjetividad en su percepción. Solamente pueden ser objetivas ambas percepciones allí donde las deducciones de los dos observadores concuerdan. Se verá que, de acuerdo con esta afirmación, la objetividad de una percepción no depende solamente de lo que ésta es en sí misma, sino también de la experiencia del percipiente. Un hombre acostumbrado a ser corto de vista puede juzgar de los objetos mucho más correctamente que otro cuya vi-

sión adquiere súbitamente el mismo defecto. La fatiga y el alcohol pueden hacernos ver doble; pero aquélla no nos engaña cuando nos produce este efecto.

La subjetividad en las percepciones puede derivarse de tres fuentes: física, fisiológica y psicológica, o, mejor quizá: física, sensorial y cerebral. En todos aquellos casos en que lo percibido es realmente un miembro de un grupo que constituye un objeto físico, cualquier elemento de subjetividad que pueda poseer, es debido a las distorsiones relacionadas con los objetos físicos intermedios—ésta es, por lo menos, la teoría que se ha aplicado con éxito. Cuando estos objetos se encuentran entre el cuerpo del percipiente y el centro del cuerpo al que lo percibido pertenece, la subjetividad es física; cuando están en el cuerpo del percipiente, pero no en su cerebro, es sensorial; cuando están en su cerebro es cerebral. La última de las tres es, sin embargo, puramente hipotética en general; las causas *que podemos descubrir* de la subjetividad que llamamos cerebral son normalmente de orden psicológico.

La subjetividad física existe igualmente en una fotografía o en un disco de gramófono; se presenta ya en los acontecimientos exteriores al cuerpo del percipiente, que pertenecen al grupo en cuestión y están muy cercanos al órgano sensorial a que la percepción afecta. El bastón que se nos aparece quebrado al sumergirlo en el agua es un ejemplo bien palpable de subjetividad física. Así son también muchos efectos de reflexión, refracción, etc. La teoría de la relatividad ha aportado una nueva clase de subjetividad física, dependiente del movimiento relativo. La evitación de deducciones erróneas, debidas a la subjetividad física, forma parte del objeto de la física y no implica la intervención de la fisiología o psicología.

La subjetividad fisiológica (o sensorial) tiene lugar gracias a los defectos que existen en los órganos sensoriales o en los nervios aferentes; también pueden producirla las drogas. Dichos defectos podemos descubrirlos comparando las percepciones de diferentes personas en una situación dada.

Es preciso hacer observar que la cualidad intrínseca de lo percibido carece de importancia en este respecto; si una persona ve rojo donde otra ve verde, y recíprocamente, el hecho resultará imposible de descubrir y aparte. Pero si donde una persona ve dos colores, rojo y verde, otra ve solamente uno, tendremos aquí una diferencia posible de descubrir, que es definida correctamente como defecto de visión de la persona que únicamente ve un color. Se supone siempre que si dos estímulos producen efectos diferentes perceptiblemente en un determinado percipiente y en un momento dado deben existir diferencias entre los estímulos correlativas con las diferencias en sus efectos; mientras que si los efectos no son perceptiblemente diferentes, puede haber, a pesar de ello, diferencias en los estímulos. En consecuencia, los sentidos de A son mejores que los de B, si A percibe diferencias que B no percibe. Por la misma razón el microscopio y el telescopio son mejores que el ojo humano sólo. Pero esto tiene que ver más normalmente con el concepto de vaguedad que con el de subjetividad. Sólo se introduce la subjetividad cuando nos vemos conducidos a hacer deducciones falsas, no cuando únicamente nos encontramos incapaces de hacer deducciones que otros pueden efectuar. Una mera deficiencia, tal como la ceguera o la sordera, no afecta para nada a la subjetividad, pero el ver doble sí la afecta cuando nos conduce al error. Nos conduce al error cuando nos lleva a hacer falsas deducciones; por ejemplo: la de que existen dos objetos táctiles o la de que una persona próxima a nosotros ve dos objetos.

La subjetividad cerebral (o psicológica) se produce como resultado de una experiencia ya pasada. Un ejemplo evidente de ello es la sensación que parece afectar a una pierna que ha sido amputada. Estamos sujetos a errores de esta índole siempre que dos cosas generalmente asociadas se encuentran disociadas por alguna razón. En un tiempo anterior habían sido generalmente asociadas determinadas sensaciones con un estímulo en la pierna, actuando los nervios como condiciones intermedias entre aquélla y el cerebro. Si dichas condiciones intermedias previas se producen en una persona

que ha perdido su pierna, interpretará aquéllas como sensaciones de ésta, si olvida momentáneamente que la ha perdido; por ejemplo, al despertar de un sueño. En toda percepción (exceptuando quizá las recibidas durante las primeras semanas de nuestra vida) existe un amplio elemento de interpretación, debido a nuestra experiencia pasada, y este elemento es subjetivo cuando la situación presente no contiene las correlaciones cuya realización anterior ha dado lugar a la interpretación.

Debemos estar prevenidos contra todas estas fuentes de error si la percepción no ha de ser engañosa. Los métodos para ello son los sugeridos por el sentido común y perfeccionados por la ciencia; ellos permiten sustituir las leyes que ofrecen un número comparativamente grande de excepciones por otras que las tienen escasas o carecen de ellas.

Se verá que puede con confianza deducirse muy poco de una sola percepción; necesitamos ejercer la observación desde diferentes puntos de vista y en todo un período de tiempo. Cierto es que *generalmente*, la deducción que hagamos de una única percepción será acertada, pero esto es porque los objetos que nos rodean pertenecen en su mayor parte a tipos que nos son familiares: hombres, caballos, automóviles, etcétera. Pero no sería difícil construir situaciones que nos engañaran a la primera ojeada, sobre todo si pudiéramos transportarnos súbitamente a un mundo en que nada nos fuera familiar, como el de los marcianos de Wells. El agua, por ejemplo, engañaría completamente a cualquier persona que nunca hubiera visto un líquido, si tal persona pudiese existir. En este estudio, como en cualquier otro, procedemos paso a paso, desde las sencillas, pero precarias deducciones del sentido común, a las difíciles, pero más seguras de la ciencia.

Siempre que el elemento intermedio reviste importancia para la deducción de otros miembros de un grupo, partiendo de una percepción, es evidente que la percepción aislada es teóricamente inadecuada como base para la deducción, puesto que, cambiando de medio, podemos asociar a otro

grupo la misma percepción. En este caso el elemento deformante del medio puede ser directamente descubierto por otras percepciones—por ejemplo, podemos palpar el cristal—o puede ser deducido meramente, examinando el modo cómo las percepciones pertenecientes a un grupo cambian de lugar en lugar; por ejemplo, la refracción en el aire. Cuando dicho elemento ha podido deducirse, la deducción no necesita ser comprobada examinando si da lugar a otras consecuencias que puedan comprobarse. Todo esto es un lugar común.

Queda por decir algo sobre la deducción sobre percepciones relativas a acontecimientos que nadie percibe. No es su validez lo que me propongo examinar aquí, sino su alcance, es decir, en qué extensión podemos conocer los acontecimientos no percibidos, dando por supuesta la teoría causal de la percepción. Se pretende, a veces, que la causa impercibida de una percepción debe ser una mera “cosa en sí” o el Incognoscible spenceriano. Esto me parece verdad sólo en parte, si aceptamos los cánones corrientes de la deducción científica. Suponemos que las diferencias en las percepciones implican diferencias en los estímulos, o es decir, que si una persona oye dos sonidos a la vez o ve dos colores a la vez, es que dos estímulos físicamente diferentes han llegado al ojo o al oído. Este principio, junto con el de la continuidad espacio-temporal, basta para darnos un conocimiento suficiente de la *estructura* de los estímulos. Ciertamente es que sus caracteres intrínsecos seguirán siéndonos desconocidos, pero podemos suponer que los estímulos que nos hacen oír notas de tonos diferentes forman una serie según determinado carácter, que causalmente corresponde con el tono, y podemos hacer suposiciones análogas respecto a los colores o a cualquier otra clase de sensaciones que admita la disposición en serie. Y, sin dificultad, podemos extender la geometría al mundo exterior a nuestras percepciones, aunque el espacio de dicho mundo sólo corresponda al de la percepción en determinados respectos y no sea en modo alguno idéntico a este último.

Lo que hasta ahora hemos dado por supuesto podría for-

mularse como sigue: Existe una rígida relación unilateral entre el estímulo y la percepción, es decir, entre los acontecimientos estrictamente contiguos por el exterior al órgano sensorial y el acontecimiento que llamamos percepción. Dicha relación nos permite deducir ciertas propiedades matemáticas de los estímulos cuando conocemos lo percibido, y, recíprocamente, nos permite deducir lo percibido cuando conocemos las referidas propiedades matemáticas de los estímulos. En consecuencia, podemos dar por supuesto, excepto cuando estudiamos fisiología o psicología, que lo que acontece en un lugar es lo que cualquier persona podría percibir si estuviese situada en el mismo, siempre que hagamos uso, para la deducción, solamente de aquellas propiedades de lo percibido que éste comparte con el estímulo. Esto es, nosotros no debemos hacer uso para dicho objeto de la cualidad azul de este color, pero sí de su diferencia con respecto al rojo o al amarillo. No podemos afirmar que porque una pintura parece bella hay belleza en el sistema de estímulos, porque la belleza depende de las cualidades reales (1). Pero nada hay en la ciencia física que dependa siempre de las cualidades reales. De aquí que para los fines prácticos de la física la diferencia entre lo percibido y el estímulo sólo nos obliga a limitarnos a las propiedades estructurales de lo que percibimos; en tanto que hacemos esto, apenas tenemos que preocuparnos de recordar que lo percibido y el estímulo son diferentes. Esto no lo podemos mantener en fisiología y psicología, puesto que en ellas nos referimos al proceso intermedio entre el estímulo y la percepción o a la percepción en sí misma.

Incluso en la física tampoco puede sostenerse en sentido estricto, porque la relación entre el estímulo y la percepción no es estrictamente unilateral, sino sólo aproximadamente, aun en el caso en que nos limitemos a los estímulos corres-

(1) Si aceptáramos la teoría de que la belleza depende solamente de la "forma significativa", deberíamos decir que una partitura musical es tan bella como la música que representa.

pondientes a un sentido dado de una persona determinada y en un tiempo también determinado. Incluso en este caso existe un factor de vaguedad, de tal modo que estímulos ligeramente diferentes pueden dar lugar a percepciones no diferenciables. Ello constituye una limitación esencial de nuestro conocimiento, contenida en la noción de "error probable". Puede, sin embargo, reducirse a un mínimo por los métodos corrientes, y significa, por tanto, más bien una dificultad práctica que un problema teórico.

LA CREENCIA EN LEYES GENERALES

En toda la discusión que acabamos de desarrollar acerca de la percepción y del objeto físico hemos dado por supuesta la existencia de leyes generales. Esto siempre se supone en la práctica científica, pero las razones para ello no resultan muy claras. Aunque el asunto no se presta a asentar nada definido sobre él, nos parece conveniente examinarlo.

Como ocurre en otros postulados científicos, la creencia en leyes generales tiene su raíz en las propiedades del tejido nervioso—las mismas propiedades que nos hacen creer en la inducción y nos permiten aprender de la experiencia. Dicho origen, desde luego, no nos proporciona ninguna garantía de la veracidad de nuestra creencia, pero tampoco nos da razón contra ella. Ciertamente, hasta donde puede llegar, nos predispone algo en favor de la opinión de que muchísimos acontecimientos están de acuerdo con las mencionadas leyes generales, puesto que nos muestra que pueden sobrevivir los animales que actúan en forma tal que si esta creencia fuese verdadera sería racional. No es mi propósito, sin embargo, atribuir mucha fuerza a este argumento.

Cuando por primera vez comenzamos a pensar, nos encontramos a nosotros mismos actuando en determinados sentidos, a los que parece responder el éxito, y emprendemos la labor de racionalizar nuestro comportamiento. La manera natural de hacer esto es decir: Las cosas *siempre* se produ-

cen en dichos sentidos. Ello ocurre tan a menudo, que adquirimos la costumbre de suponer siempre la existencia de alguna ley general según la cual ocurre el acontecimiento particular, cualquiera que sea éste. Esta creencia tiene dos consecuencias prácticas. Primera: cuando un grupo de acontecimientos está en su totalidad de acuerdo con alguna ley, esperamos que otros acontecimiento semejantes lo estarán igualmente. Y segunda: cuando un grupo de acontecimientos se nos aparece como irregular, inventamos hipótesis para regularizarlo. Ambos modos de proceder tienen gran importancia.

La primera consecuencia es, simplemente, una inducción. Como tal es fundamental en una u otra forma, y no es preciso decir nada más sobre ella.

La segunda es más interesante para nuestro objeto. Cuando una inducción falta en forma sorprendente—por ejemplo, cuando ocurre un eclipse—hay dos actitudes que un hombre primitivo puede adoptar ante ella. Puede mirar tal suceso como un “portento”, que en modo alguno anula la general validez de la inducción, sino que muestra que hay algo extraño y probablemente terrible en las circunstancias especiales en que se ha producido el acontecimiento sorprendente. O bien puede buscar alguna otra ley, diferente de la que hasta entonces le había parecido adecuada, con la esperanza de que dicha nueva ley pueda explicar también el suceso excepcional. Este segundo camino rara vez lo adoptará el hombre antes de alcanzar un alto nivel de cultura intelectual. Si el suceso extraño se produce en gran escala, será considerado desde un punto de vista supersticioso, y en caso contrario quedará sencillamente ignorado. A veces, no obstante, se encuentra una ley general, accidentalmente, como resultado del acopio de datos inspirados por la superstición. Esto es lo que evidentemente aconteció al sacerdocio egipcio que aprendió a predecir eclipses, y probablemente sólo entonces dejó de mirarlos con miedo. Poco a poco fue extendiéndose la idea de que debía existir *alguna* ley, de acuerdo con la cual tuvieran lugar los acontecimiento que parecían extraños. El doctor Whitehead, en su *Science and the Modern*

World (1), señala varias fuentes de la creencia en las leyes naturales, tales como: la fatalidad de la tragedia griega, la supremacía de la ley romana y la racionalidad de Dios en la teología medieval. En realidad considera, sin embargo, que esta creencia sólo ha adquirido una base firme en la mente científica del Renacimiento. Todo lo que dice sobre este asunto es tan excelente que resulta innecesario volver sobre el tema.

Aunque la creencia en la universalidad de las leyes naturales era en tiempo del Renacimiento una fe atrevida que iba muy por delante de la evidencia, ha tenido tantos éxitos desde entonces que ahora ya podemos defenderla sobre una base inductiva. Pero existe cierta dificultad en concretar qué es lo que vamos a significar con ello, de lo cual he tratado en otra ocasión (2) y estudiaré aquí brevemente.

Las regularidades que primero observamos y que primero creemos son de la forma sencilla siguiente: “*A* va siempre acompañada (o precedida, o sucedida) por *B*”. Pero todas las regularidades de esta índole son capaces de admitir excepciones, y la ciencia pronto busca leyes de un tipo diferente. Al final (posiblemente no al final del todo) llegamos a ecuaciones diferenciales. Yo creo que éstas son de dos clases: las que expresan persistencia y las que expresan aceleraciones (en sentido generalizado). Las primeras resultan más o menos ocultas por la suposición de una sustancia permanente, pero este tema lo abordaremos en el próximo capítulo. Las últimas son las ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden que se encuentran en toda la física matemática. Pero además de ellas, y para introducir los resultados macroscópicos que la observación nos ofrece, debe haber leyes estadísticas que rijan los cambios de los *quanta* y las disrupciones radiactivas de los átomos. Es conveniente inquirir si afirmamos algo significativo al suponer que hay leyes que rigen el curso del mundo físico o si *cualquier* grupo

(1) Cap. I, especialmente pág. 5 y siguientes.

(2) Cf. “On the Notion of Cause”, en *Mysticism and Logic*.

de percepciones puede ser llevado a acomodarse a una ley, gracias a un uso suficientemente liberal de las hipótesis.

No resulta claro, en modo alguno, que las leyes aceptadas por la física hagan imposible ciertas series imaginables de percepciones; aún menos que la mera existencia de leyes pueda tener este efecto. Tomemos, por ejemplo, la continuidad. Los cambios que nos parecen súbitos (por ejemplo, las explosiones) pueden resolverse en un cierto número de cambios continuos, aunque rápidos; por el contrario, las situaciones en que no aparece cambio alguno (por ejemplo, en un gas constantemente incandescente) se resuelven en un cierto número de cambios discontinuos. Así es que ni podemos deducir la ausencia de continuidad física, partiendo de la ausencia de continuidad en lo que percibimos, ni la presencia de continuidad física partiendo de la de continuidad en lo que percibimos. Además, si lo percibido cambia de algún modo inesperado, deducimos la existencia de materia no percibida, e introduciendo esta última en suficiente proporción, pueden explicarse casi todas las series de percepciones. Desde luego, una ley particular experimenta un refuerzo cuando nos permite predecir lo que vamos a percibir, pero esto forma parte de los argumentos en favor de tales y tales leyes, no de los que militan en favor de las leyes en general. Podemos tener la evidencia en favor de estas leyes o las otras, sin poseer la de las leyes en general. Pero al llegar aquí precisa establecer algunas distinciones. La evidencia en favor de una ley en particular es la de que una cierta clase de fenómenos está sujeta a una regla que hemos conseguido descubrir. Siendo así, aquellos estarán igualmente sujetos a otras reglas, sensiblemente indistinguibles de aquella sobre la cual poseemos la evidencia; pero estas últimas serán, en general, más complicadas que la que hemos adoptado. La complicación puede ser de dos clases: puede residir en las fórmulas o en la proporción en que es preciso introducir la hipótesis para hacer viable la regla. El gran mérito de la gravitación newtoniana fue que era sencilla en ambos aspectos. Pero es claro que cualquier grupo de observaciones sobre los mo-

vimientos planetarios puede hacerse entrar dentro del cuadro de las fórmulas newtonianas, postulando la existencia de un número suficiente de cuerpos invisibles o por medio de una suficiente complicación en la ley de atracción. Para cualquier serie dada de observaciones habría muchos métodos posibles que establecieran la armonía entre la observación y la teoría; la mayoría de ellos no resultarían luego compatibles con un nuevo grupo de observaciones, pero algunos sí lo serían, reuniendo una suficiente ingeniosidad matemática. Lo que es notable, por tanto, no es el reino de la ley, sino el reino de leyes sencillas. Si el transporte de energía estuviese sujeto a leyes tan complicadas como las que rigen la transmisión de la propiedad territorial en Inglaterra, nunca hubiéramos conseguido descubrirlas; siempre hubiéramos tenido un cierto número de códigos posibles, todos los cuales responderían satisfactoriamente a todos los hechos importantes conocidos. El principio de la inducción, según se utiliza prácticamente, es el principio de que la ley *más sencilla* que concuerde con los hechos conocidos responderá de igual modo a los que se descubran en adelante. Este principio, en toda su desnuda sencillez, figura al principio de la teoría de la gravitación de Einstein, la cual consiste en tomar la ecuación tensora más sencilla posible con preferencia a las demás que son matemáticamente posibles.

Puede decirse que el principio de las leyes sencillas es puramente heurístico y, desde luego, esto es verdad en gran parte. Ningún matemático razonable comprobaría una fórmula complicada antes de comprobar una sencilla. Pero lo notable es que la fórmula sencilla resulte exacta tan a menudo. Desde el punto de vista de la física parece como si la compilación fuera más bien geográfica que legal. Los compuestos orgánicos tienen una estructura inmensamente complicada pero no hay razón para suponer que sus leyes fundamentales sean distintas que las que rigen el átomo de hidrógeno. Ciertamente es que el profesor J. B. Haldane piensa de otra manera, y lo mismo todas las variedades de vitalistas. Pero para el lego sus argumentos no son convincentes y se encuentran

rechazados por muchas autoridades competentes. Por tanto, existe al menos la hipótesis sostenible de que toda la materia está regida por leyes muy sencillas. Ello es tan notable que casi sugiere cierta relación con el "principio de limitación de la variedad" de Mr. Keynes, y parece confirmar su indicación de que la naturaleza puede ser realmente como una urna que contiene bolas blancas y negras, asimilación que tan importante papel desempeña en la teoría de probabilidades. Algunos mendelianos quisieran que tuviéramos sobre los seres humanos ideas análogas. Supongamos que hubiera un centenar de pares de caracteres a a' , b b' , c c' , etc., tales que cada ser humano poseyera por herencia uno, pero no los dos caracteres de cada par. Esto haría calcular en 2^{100} el número de embriones humanos diferentes, esto es, aproximadamente 10^{30} . Si se estima que son demasiado pocos podemos tomar mayor número de partes de caracteres. Ideas de este tipo no pueden desecharse por completo, y son repetidamente sugeridas por el éxito de la inducción y la preponderancia de las leyes sencillas. Permítasenos, pues, preguntar una vez más: ¿Qué evidencia tenemos de que las leyes sencillas son las que prevalecen y con que razón debemos sorprendernos por el grado de su predominio?

Según he puntualizado ya en otra ocasión, sería ilógico afirmar inductivamente la sencillez probable de las leyes no descubiertas, partiendo de la que tienen las leyes ya conocidas. Porque si algunas leyes son sencillas y otras complicadas, probablemente habremos descubierto primero las sencillas. Debemos, pues, proceder con más cautela. Ante todo, ¿es sorprendente que haya *algunas* leyes que sean sencillas? Después, ¿tenemos algún motivo para creer, como sugeríamos hace un momento, que *todos* los fenómenos están regidos por leyes sencillas?

Donde está mejor establecida la sencillez es en los dos opuestos extremos de magnitud: en la astronomía y en el átomo. Este último, sin embargo, encierra mucha mayor significación para nuestro estudio, puesto que la sencillez de la astronomía puede provenir de basarnos sobre promedios. Se-

gún vimos en la Primera Parte, la teoría del átomo dice, en resumen, lo siguiente: Un átomo está compuesto de electrones y protones, estando los últimos todos en el núcleo y los primeros parte en el núcleo (excepto en el hidrógeno) y parte como planetas. El número de protones en el núcleo da el peso atómico; el exceso del número de protones sobre el de electrones en el núcleo da el número atómico. Cuando el átomo no está electrizado el número de electrones planetarios es igual al número atómico. Si la teoría de los *quanta* es exacta el átomo tiene un cierto número de características, cada una de las cuales viene medida por números enteros llamados números *quantum*, que son siempre pequeños. Tiene también una propiedad llamada energía, que es una función de los números *quanta*, y relacionado con cada uno de estos últimos existe un proceso periódico que está sujeto a reglas de *quanta*. Cada número *quantum* es capaz de cambiar súbitamente desde un número entero a otro. Cuando el átomo es abandonado a sí mismo, estos cambios sólo se producirán en el sentido de disminuir la energía pero cuando aquél recibe energía de cualquier otra fuente, los cambios en cuestión pueden aumentar aquélla. Todo esto, sin embargo, es más o menos hipotético. Lo que realmente conocemos sobre este punto es el intercambio de energía entre el átomo y el espacio circundante; aquí tenemos leyes sencillas de la misma forma que las que rigen la energía radiante. Pero no existen leyes, al presente, para determinar *cuándo* tienen lugar en el átomo los cambios de los *quanta*, aunque los que son posibles tienen necesariamente que pertenecer a un conjunto de ellos que nos es conocido.

Como quiera que sólo estamos considerando cuán sencillas *pueden* ser las leyes que rigen los fenómenos, hemos de aceptar la idea de que el átomo, como sistema solar en miniatura, está gobernado, excepto en lo que se refiere a los cambios de los *quanta*, por atracciones y repulsiones entre sus electrones. No obstante, subsiste siempre el hecho de que el átomo sólo delata su presencia cuando experimenta un cambio de *quanta*, y que no conocemos ley alguna que

explique por qué, en determinado momento, tiene lugar tal cambio en algunos átomos y no en otros. Las leyes que rigen la intensidad de la luz emitida por un gas son leyes estadísticas. Esto permite concebir un mundo en que el número de posibilidades sea finito, pero en que la elección entre ellas esté entregada meramente a la casualidad. Podríamos suponer, como ha sugerido una vez Poincaré y como parece que creía Pitágoras, que el espacio y el tiempo son granulares, no continuos, esto es: que la distancia entre dos electrones puede ser siempre un múltiplo entero de alguna unidad, y lo mismo el tiempo transcurrido entre dos acontecimientos de la historia de un electrón. Esto, junto con el hecho de que el número de electrones es finito, daría un número finito de situaciones posibles para cada electrón. Y puede ser que la elección entre todas ellas sea totalmente debida a la casualidad. En tal caso, la regularidad aparente del mundo sería debida a la *ausencia* de leyes. No creo probable que tales teorías puedan desarrollarse satisfactoriamente, pero por lo menos debemos hacer mención de ellas antes de atribuir una importancia indebida a la aparición de la ley en el mundo.

La verdadera objeción que podría oponerse a una filosofía fundada en una teoría del universo, como la que acabamos de exponer, es que, después de todo, seguimos teniendo necesidad de leyes estadísticas, que implican una “distribución casual” o algo por el estilo. Tales leyes son, a pesar de todo, leyes, aunque difieran de las otras por parecer *a priori* probables en vez de improbables. Hasta este punto, esto constituye una ventaja, si podemos basar la ciencia sobre las mismas, pero no sería correcto decir que en tal caso aquélla hubiera tenido el mismo éxito procediendo sin aceptar leyes. No podríamos decir ya, en cambio, que las leyes de la ciencia han sido sorprendentes; por el contrario, nos hubiera sorprendido que hubiesen fallado.

Hay otro problema a considerar, y es el del alcance que hay que atribuir a las leyes sencillas. No puede pretenderse que nosotros *conozcamos* que las leyes que rigen el átomo

de hidrógeno sean suficientes para determinar todo lo que ocurre en la materia, especialmente en la materia orgánica. Esto actualmente es sólo una hipótesis. Toda la ciencia utiliza leyes basadas en la observación, que pueden o no deducirse por un matemático celeste, partiendo de las leyes que rigen los electrones, pero que probablemente nunca podrán deducirse en esta forma por los matemáticos de nuestro planeta. Y cuando abordamos ciencias como la filosofía, las leyes que encontramos no son ya como para permitirnos predecir—con algún grado de confianza—qué es exactamente lo que va a acontecer; sólo nos indican tendencias en vez de reglas matemáticas precisas. Sería prematuro sostener que tales reglas deben existir; haremos bien en buscarlas, pero no en creer con absoluta certeza que deben encontrarse por fuerza.

En conjunto, la tendencia de la precedente discusión ha sido el sugerir que es fácil exagerar la evidencia de las leyes sencillas en el mundo físico. En lo que sabemos más—es decir, en la estructura del átomo—encontramos, hasta donde nos es dable conocer, una completa ausencia de leyes en ciertas zonas muy importantes. En donde sabemos menos, las leyes pueden ser puramente estadísticas. La proporción de leyes conocidas como existentes en el mundo físico es, por tanto, menos sorprendente que lo que a primera vista parece, y no hay razón convincente alguna para creer que todos los acontecimientos naturales tienen lugar de acuerdo con leyes, que bastan para determinarlos, siempre que poseamos un conocimiento suficiente de sus antecedentes. La ciencia debe continuar postulando leyes, puesto que ello es coextensivo con el dominio de la ley natural. Pero no es necesario suponer que hay leyes por todas partes; basta la suposición evidente, puesto que es una tautología, de que hay leyes allí donde hay ciencia.

CAPÍTULO XXIII

SUSTANCIA

El problema de la sustancià en la filosofía de la física tiene tres partes: lógica, física y epistemológica. La primera constituye un problema de pura filosofía: ¿es la noción de “sustancia” una “categoría” en cualquier sentido, es decir, obligatoria para nosotros por la naturaleza general de los hechos o del conocimiento? La segunda es una cuestión de interpretación de la física matemática: ¿es (a) necesario o (b) conveniente interpretar nuestras fórmulas en términos de entidades permanentes con estados y relaciones cambiantes? La tercera afecta a los temas especiales de que tratamos en esta segunda parte, a saber: las relaciones de la percepción con el mundo físico. Los problemas primero y segundo pertenecen en realidad a otras partes de la filosofía de la materia, pero los discutiremos también aquí, a fin de obtener un estudio unificado del problema de la sustancia.

En el aspecto lógico, la “sustancia” ha desempeñado un papel importante en otros tiempos, y aún hoy quizá hállese este tema menos anticuado de lo que pudiera creerse. Una sustancia puede definirse en términos puramente lógicos como “aquello que solamente puede entrar en una proposición como sujeto, nunca como predicado o relación”. Esta es prácticamente la definición de Leibnitz, salvo que éste no menciona las relaciones, porque las considera irreales. Haremos bien, sin embargo, en incluirlas, porque la posición lógica

de la sustancia no queda por ello muy afectada, y hoy puede, según mi opinión, darse por admitido que las relaciones son tan reales como los "predicados".

Metafísicamente se ha sostenido, por lo general, que las sustancias eran indestructibles. Pero esta opinión no está justificada por la definición lógica, aunque muchos filósofos han supuesto lo contrario. En lo sucesivo, cuando quiera referirme a una sustancia que posea este otro atributo, la llamaré "sustancia permanente", y utilizaré la palabra "sustancia" sin calificación cuando desee referirme solamente a la sustancia en el sentido lógico, dejando indeterminada la cuestión de su duración.

Al considerar la sustancia desde el punto de vista de la lógica, es extraordinariamente difícil evitar el ser indebidamente influido por la estructura del lenguaje. Todas las lenguas comúnmente conocidas por los pueblos civilizados constan de oraciones, que pueden analizarse según un sujeto y un predicado, dos sujetos y una relación doble, tres sujetos y una relación triple, etc., así como de relaciones entre aquellas unidades que se expresan con "o" o "sí" o alguna palabra análoga. No puedo decir si puede decirse lo mismo de los lenguajes africanos, australianos o de otros pueblos no civilizados. Pero ciertamente sí puede decirse de todos los lenguajes que han conocido los filósofos. La lógica, según es aceptada ordinariamente, se apropia este esquema lingüístico y se inclina a atribuirle una importancia metafísica. Apenas podemos resistir a la creencia de que la estructura de la oración reproduce la del hecho que asevera, o, en el caso de sentencias falsas, la del hecho que existiría, si la aseveración fuera verdadera. Esta creencia, natural como es, parece muy poco plausible cuando se afirma explícitamente. No obstante, yo creo que contiene algún elemento de verdad, aunque es muy difícil desglosarlo. Un intento en este sentido fue realizado por Wittgenstein (1), y mucho ha influido en mí su punto de vista.

(1) *Tractatus Logico-Philosophicus*.

Si admitimos, como parece natural, que algunas oraciones tomadas en su significación usual corresponden a hechos, mientras que otras no corresponden a ninguno, debemos suponer que la estructura de las oraciones se relaciona, de alguna manera, con la de los hechos, puesto que, de lo contrario, aquella correspondencia sería imposible. Además, una oración es un hecho físico, y puede, por tanto, esperarse de ella que sea capaz de correspondencia con otros hechos físicos. Estos dos argumentos proceden de regiones intelectuales completamente diferentes, siendo el uno lógico y el otro físico. Si estudiáramos cualquier otra cosa que la física, los veríamos producirse en direcciones opuestas, y tender a mostrarnos que no podemos comprender (al menos verbalmente) nada que tenga una estructura radicalmente diferente de la de los acontecimientos que tienen lugar en el espacio-tiempo. Para nuestro objeto, en cambio, los dos argumentos concurren en la misma dirección.

Consideremos por un momento una oración como ocurrencia física. Debemos distinguir entre oraciones habladas y escritas, puesto que las primeras son sucesos que se desvanecen, en tanto que las segundas son trozos de materia. Debemos distinguir también entre una oración, en el sentido en que es única en cada ocasión en que se pronuncia o se escribe, y una oración, en el sentido en que la misma existe en un lugar determinado en cada ejemplar de un mismo libro. Por ejemplo: Jeremías XVII, 9, es una oración en el sentido últimamente indicado; en el primero, las series de formas particulares en tal punto de mi Biblia constituyen una sentencia, en tanto que las de la vuestra constituyen otra sentencia (similar). El primer sentido se da, en primer lugar, cuando consideramos una sentencia como ocurrencia física; el último se da, en primer lugar, cuando consideramos aquella como poseedora de un "significado".

Una oración hablada, físicamente considerada, es una serie de sonidos desde el punto de vista del oyente, y una serie de movimientos de la boca y garganta desde el punto de vista del que habla. El "significado" de la oración depende

de las causas de las palabras pronunciadas y de los efectos de las oídas (1). Pero por el momento permítasenos ignorar el "significado". Entonces encontraremos que la oración consiste esencialmente en sonidos en orden: el orden es tan esencial como el carácter de los sonidos. (En una lengua como el latín, esto no es tan verdadero en las palabras separadas como en un lenguaje moderno, pero sí lo es exactamente en lo que respecta a las partes de las palabras: "Roma" es una palabra diferente que "amor".) Consideradas como ocurrencias físicas, las palabras que expresan partes diferentes del discurso no son distinguibles; no obstante, existen relaciones que están simbolizadas por otras existentes entre las palabras, no por estas últimas aisladamente. Consideremos las proposiciones "Bruto mató a César" y "César mató a Bruto". La diferencia entre ellas viene indicada, en una lengua no flexiva, no por una palabra, sino por una relación entre palabras. Así, una oración hablada se compone de ciertos sonidos dispuestos en un orden temporal. En la sentencia podemos distinguir términos y relaciones; los términos son las palabras (o, más exactamente, los sonidos elementales que, en un sistema fonético, estarían representados cada uno por una letra diferente) y las relaciones son relaciones temporales entre acontecimientos. De acuerdo con nuestra definición, los sonidos elementales que componen la sentencia podrían considerarse como "sustancias", a pesar de que adolecen de la propiedad de desvanecerse.

En el caso de las palabras escritas la oración no es ya una serie temporal de acontecimientos, sino una serie espacial de estructuras materiales. No es esencial para una sentencia escrita que sus partes puedan responder a sonidos; en ciertos lenguajes (por ejemplo, el chino) no existe tal caso, y hay ciertas razones para creer que la escritura se ha desarrollado partiendo de la pintura, no del intento de simbolizar la palabra hablada. Por tanto, hemos de tratar del lenguaje escrito como de un método independiente para co-

(1) Cf. *Analysis of Mind*, cap. X.

municar lo que queremos significar. Es evidente que su eficacia en este respecto depende de su capacidad para ocasionar percepciones visuales (o percepciones táctiles, como en el caso del "Braille"). Las palabras escritas, incluso con los ideogramas chinos, constan esencialmente de partes con una estructura, y esta última es esencial para el significado. Este es, asimismo, el caso en una oración, incluso en latín. Tómese "Cæsar amat Brutum" y "Cæsarem amat Brutus". Aquí las terminaciones de caso pueden ser consideradas como palabras distintas (lo que probablemente fueron en su origen) cuya posición relativa a la raíz "Brut" o "Cæsar" indica el sentido de la relación que se afirma.

El lenguaje escrito depende de la teoría causal de la percepción y de la existencia de objetos físicos; el lenguaje hablado implica la primera, pero no la segunda. Así es que en el lenguaje escrito los elementos "sustanciales" poseen una permanencia (durante un lapso de tiempo finito) de que carecen en el lenguaje hablado. Dicha permanencia, sin embargo, no es metafísica o absoluta; es solamente como la que puede atribuirse a las casas o a los árboles, y depende del hecho de que la materia dispuesta en determinadas formas conserva éstas a menudo durante largo tiempo, aunque no para siempre. Y la cualidad esencial de la escritura es su capacidad para ocasionar acontecimientos visuales.

Hasta aquí no hemos encontrado razón alguna para suponer que las sugerencias del lenguaje son engañosas en cuanto se refieren al mundo físico, puesto que el lenguaje es un fenómeno físico y debe compartir cualquier estructura, que todos los fenómenos de esta clase tengan en común. Pero la filosofía que se ha basado en el lenguaje—o que quizá ha moldeado a éste—comprende otros elementos que parecen más dudosos, derivados de las distinciones entre las partes del discurso. Los filósofos, en general, se han equivocado al limitar a dos los tipos de sentencia, tipos que se manifiestan en los ejemplos siguientes: "esto es amarillo" y "los ranúnculos son amarillos". Aquéllos suponían equivocadamente que ambos eran uno solo y el mismo y también

que todas las proposiciones eran de este tipo. El primer error fue expuesto por Frege y Peano; el último se encontró que hacía imposible toda explicación del orden. En consecuencia, se derrumbó la idea tradicional de que todas las proposiciones adscriben un predicado a un sujeto y con ella los sistemas metafísicos que se basaban consciente o inconscientemente en la misma. Esto suprimió las objeciones al pluralismo como metafísica.

Pero persisten ciertas distinciones lingüísticas que *pueden* tener importancia metafísica. Hay nombres propios, adjetivos, verbos, preposiciones y conjunciones. Es natural sostener que, en un lenguaje ideal, los nombres propios indicarían sustancias, los adjetivos aquellas propiedades por medio de las cuales las sustancias se agrupan en clases, los verbos y preposiciones indicarían relaciones y las conjunciones indicarían las relaciones entre proposiciones por medio de las cuales construimos lo que se llaman “verdaderas funciones” (1). Si realmente existen estas categorías en el mundo es deseable que el lenguaje las simbolice y los errores metafísicos resultarían de que el lenguaje cumpla este fin inadecuadamente. Por mi parte creo que existen tales categorías, excepto, tal vez, las conjunciones. Pero no discutiré la cuestión bajo este aspecto porque me propongo, en lo posible, evitar la metafísica.

Un punto en que el lenguaje tiende a llevar al engaño es el de que las palabras que simbolizan relaciones son exactamente tan sustanciales como las otras. Si decimos “César ama a Bruto”, la palabra “ama” considerada como acontecimiento físico es exactamente de la misma clase que las palabras “César” y “Bruto”, pero se supone que expresa algo totalmente diferente. De aquí se sigue que la relación de una palabra con su significado debe ser diferente según la categoría a que dicho significado pertenece. En la sentencia antes mencionada *existe* una relación que viene simbolizada

(1) Véase *Principia Mathematica*, vol. I, Introducción a la segunda edición.

por otra relación, no por una palabra; es la relación de tres términos, del amor a César y a Bruto. Esto viene simbolizado por el orden de las palabras, esto es: por una relación de tres términos. Pero para mencionar esta relación es preciso tratar "ama" gramaticalmente como sustantivo, lo que tiende a producir una confusión entre sustancia y relación. Sin embargo, no es muy difícil evitar las falsas sugerencias debidas a esta peculiaridad del lenguaje, una vez que ha quedado señalado su peligro.

Entremos ahora en la segunda parte de nuestra investigación sobre la sustancia. Suponiendo que el mundo físico consta de sustancias con cualidades y relaciones, ¿deben tomarse estas sustancias como porciones permanentes de materia o como fugaces acontecimientos? El sentido común defiende el primero de estos puntos de vista aunque sus "cosas" solamente son casi permanentes. Pero la ciencia ha encontrado medios de resolver estas "cosas" en grupos de electrones y protones cada uno de los cuales *puede* ser completamente permanente. Según vimos en la Primera Parte, hay quien cree que un electrón y un protón pueden aniquilarse mutuamente entre sí, de modo que ni ellos siquiera son completamente permanentes. Pero la cuestión de la permanencia no es la que más debe preocuparnos. La cuestión es: ¿Son los electrones y protones partes del elemento último del mundo, o son grupos de acontecimientos o leyes causales de acontecimientos?

Hemos visto ya que el objeto físico, según se deduce de la percepción, es un grupo de acontecimientos dispuestos alrededor de un centro. Es posible que haya una sustancia en el centro, pero no puede haber razón para creerlo, puesto que el grupo de acontecimientos daría lugar en todo caso a las mismas percepciones exactamente; por ello la sustancia en el centro, si existe, carece de importancia para la ciencia y pertenece al dominio de la mera posibilidad abstracta. Si pudiéramos llegar a la misma conclusión respecto a la materia en la física, habríamos disminuido la dificultad

que implica el construir nuestro puente entre la percepción y la física.

La sustitución del espacio y del tiempo por el espacio-tiempo ha hecho mucho más natural que antes la concepción de un trozo de materia como grupo de acontecimientos. La física parte actualmente de un mundo tetradimensional de acontecimientos, no como antes de una serie temporal de entidades de tres dimensiones, relacionadas entre sí por la concepción de la materia en movimiento. En vez de un trozo permanente de materia, tenemos ahora la concepción de una "línea de universo", que es una serie de acontecimientos relacionados entre sí de una cierta manera. Las partes de un rayo de luz están conectadas entre sí en forma tal que nos permite considerarlas como formando, en total, un rayo luminoso, pero no concebimos éste como una sustancia moviéndose con la velocidad de la luz. Exactamente la misma clase de relación puede considerarse que constituye la unidad de un electrón. Tenemos una serie de acontecimientos relacionados entre sí por leyes causales; éstas puede considerarse que *son* el electrón, puesto que otra cosa sería una deducción atrevida, teóricamente inútil.

El carácter distintivo del conjunto de acontecimientos que la física considera como concernientes a un electrón se encuentra presente, de modo aproximado, en lo que el sentido común llama "cosa", carácter que podríamos definir como la existencia de una ley diferencial de primer orden, que enlaza acontecimientos sucesivos en una serie lineal. Es decir, que, dado un acontecimiento perteneciente a un electrón en un punto del espacio-tiempo, se darán otros acontecimientos en ciertas regiones vecinas de este último separados del primero y entre sí por pequeños intervalos de pseudo-tiempo tales que, tomándolos suficientemente pequeños, si a , b , c son tres de ellos y el intervalo entre a y b es igual al que hay entre b y c , la diferencia entre a y b tiende a igualarse a la diferencia entre b y c en ciertos aspectos mensurables. Este es un modo de decir que las aceleraciones son siempre finitas o —aun cuando no lo sean

(como ocurre quizá en los fenómenos de los *quanta*)— existen otras características en ellas implicadas, que están sujetas a una condición análoga a la de la aceleración finita. Tomemos primero la “cosa” del sentido común. Si contemplamos un objeto en movimiento obtenemos una serie de percepciones que cambian gradualmente, tanto en lo que respecta a la posición como en lo que se refiere a las cualidades (color, forma, etc.). El carácter gradual de este cambio es el criterio por el cual nos conducimos para considerar que aquellas percepciones pertenecen todas a una misma “cosa”. Pero, actuando sobre la base del sentido común, existen excepciones a lo anterior, tales como las explosiones. La ciencia trata a estas como cambios rápidos, pero no instantáneos y de esta manera suprime la excepción. Llegamos, pues, a la conclusión de que, dado un acontecimiento x en un tiempo t , existirán en los tiempos contiguos acontecimientos muy análogos al primero. Esto lo podemos simbolizar diciendo que si existe un acontecimiento x en un tiempo t , existirá en cualquier otro tiempo contiguo $t + dt$, otro acontecimiento:

$$x + f_1(x) dt + f_2(x) dt^2$$

siendo $f_1(x)$ una función continua del tiempo, en tanto que $f_2(x)$ viene determinada por las ecuaciones diferenciales del segundo orden de la física. El conjunto de acontecimientos de esta manera relacionados es lo que se llama una porción de materia. En el caso de los cambios súbitos, que admite la teoría de los *quanta*, existe, a pesar de ello, continuidad en todo, excepto en la posición espacial y esta última sufre un cambio que se cuenta necesariamente entre un pequeño número de cambios posibles. Así, aun en este caso, los nuevos acontecimientos pueden estar causalmente relacionados con los anteriores, aunque las leyes que rigen esta relación sean algo diferentes de las que se encuentran de ordinario.

Por tanto, el conjunto de acontecimientos que constituye una unidad material se distingue de los demás por la existencia de una ley causal intrínseca, aunque esta ley es solamente diferencial. En este respecto una onda luminosa

es análoga a una unidad material y difiere de ella en el hecho de que se propaga esféricamente en vez de trasladarse a lo largo de una trayectoria lineal (1).

Se verá que si una porción de materia es un conjunto de acontecimientos, la distinción entre el movimiento y otros cambios continuos no es tan sencilla como pudiera creerse. Nosotros podríamos formar series continuas de acontecimientos, en que no pertenecieran todos estos a una misma porción de materia; por tanto, el cambio de uno a otro no constituiría un "movimiento". Un "movimiento" es una serie de acontecimientos relacionados entre sí, según las leyes del movimiento. Esto puede parecer un círculo vicioso, pero en realidad no lo es. Lo que afirmamos es que existen conjuntos de acontecimientos en que estos últimos están relacionados entre sí según las leyes del movimiento; un conjunto tal recibe el nombre de porción de materia y la transición de un acontecimiento del conjunto a otro se llama un movimiento. Esta proposición contiene cuanto puede ser comprobable en la física, puesto que toda percepción es un acontecimiento. No habría ninguna ventaja matemática en afirmar más y afirmar más es ir más allá de la evidencia. Por esto es prudente, en física, considerar un electrón como un grupo de acontecimientos relacionados entre sí de determinado modo. Un electrón *puede* ser una "cosa", pero es absolutamente imposible obtener alguna evidencia en pro o en contra de esta posibilidad, que carece científicamente de importancia porque el conjunto de acontecimientos posee todas las propiedades necesarias.

Hemos apuntado ya algo acerca de la claridad que aporta a la noción de sustancia la conexión entre física y percepción, lo que constituía la tercera parte de nuestro problema. En capítulos anteriores hemos visto que el objeto físico, que se deduce de la percepción, es un grupo de acontecimientos más bien que una "cosa" única. Las percepciones son siem-

(1) El carácter no sustancial del electrón se deriva más forzosamente de la teoría de Heisenberg, que mencionamos en el capítulo IV, que de la teoría primitiva.

pre acontecimientos y el sentido común se produce con atrevimiento cuando las refiere a “cosas” con estados cambiantes. Todas las razones abonan, pues, desde el punto de vista de la percepción, la conveniencia de una interpretación de la física que nos exima de la sustancia permanente. Según hemos visto, “al interpretación es posible y la adoptaremos de aquí en adelante.

Existe sin embargo una concepción no extraña a la filosofía y quizá más cercana al sentido común que la que hemos adoptado. Es, según creo, la del doctor Whitehead. Sostiene que los diferentes acontecimientos, que constituyen un grupo—ya sean aquellos que componen un objeto físico en un momento determinado o ya los que forman la historia de aquél—no son *lógicamente* subsistentes por sí mismos, sino solamente meros “aspectos”, que implican otros en cierto sentido no meramente causal o inductivamente derivado de las correlaciones observadas. Yo considero que esta concepción es imposible de establecer sobre una base puramente lógica y he defendido esta opinión en otras ocasiones. Pero por el momento prefiero objetar que es empíricamente inútil. Dado un grupo de acontecimientos, la evidencia de que son “aspectos” de una “cosa” debe ser una evidencia inductiva, derivada de la percepción, exactamente lo mismo que la evidencia con la cual hemos contado para reunir aquellos en grupos causales. Las supuestas complicaciones lógicas, si existen, no se pueden descubrir por la lógica y sí sólo por la observación; nadie podría evitar, por mero razonamiento, el ser engañado por el juego de las tres cartas. Además, al llamar a dos acontecimientos “aspectos” de una “cosa”, aceptamos implícitamente que su semejanza es mayor que su diferencia; pero para la ciencia ambas son hechos y de la misma importancia exactamente. Podría objetarse que la relatividad se ha desarrollado gracias a la atención prestada a las pequeñas diferencias entre los “aspectos”. Concluyo, pues, que la “cosa” con “aspectos” es tan inútil como la sustancia permanente y constituye una deducción tan injustificable como innecesaria.

CAPÍTULO XXIV

IMPORTANCIA DE LA ESTRUCTURA EN LA DEDUCCION CIENTIFICA

La deducción física, que venimos estudiando, parte de la percepción y depende de algunos postulados, el principal de los cuales, aparte de la inducción, es el supuesto de una cierta semejanza de estructura entre las causas y los efectos, cuando ambos son complejos. Me propongo, en este capítulo, investigar más detenidamente este postulado, no con idea de asentar su validez, que doy por admitida, sino con la de descubrir qué es lo que con él se afirma y cuáles son sus consecuencias.

Ante todo es preciso aclarar qué es lo que entendemos por estructura. Esta noción no es aplicable a las clases, sino sólo a las relaciones o sistemas de relaciones. Está plenamente definida y constituida como base de un tipo general de aritmética en los *Principia Mathematica* (1). Pero como las últimas partes de este libro no se leen, se me excusará que repita, en esquema, lo que necesitamos para nuestro objeto.

Se dice que dos relaciones P , Q , son “semejantes” cuando existe una relación unilateral, entre los términos de sus campos respectivos, tal que siempre que dos términos tengan la relación P sus correlativos tienen la relación Q y viceversa. El ejemplo más conocido es el de las series: dos

(1) Vol. II, parte IV, * 150 y sig.

series son semejantes cuando se puede establecer una correlación entre sus términos sin cambiar el orden. Pero sería gran equivocación el suponer que las series constituyen la única aplicación importante de la noción de semejanza entre relaciones. Un mapa, por ejemplo, si está bien hecho, es semejante a la región que representa. Un libro escrito con ortografía fonética es semejante a los sonidos producidos, cuando se lee en alta voz. Un disco de gramófono es semejante a la música que produce. Y así sucesivamente.

Se observará que la semejanza se aplica no solamente a las relaciones de dos términos, sino a las que constan de un número cualquiera de éstos. Supongamos que tenemos dos relaciones R, R' de orden n ; supongamos que existe una relación unilateral S que relaciona todos los términos en el campo de R con todos los términos en el campo de R' ; sean $x_1, x_2, \dots x_n$ n términos que tienen la relación R y $x'_1, x'_2 \dots x'_n$ los correlativos de los anteriores por medio de la relación S . Con eso R y R' serán semejantes si existe una relación unilateral S tal que estando satisfechas las condiciones precedentes, $x'_1, x'_2, \dots x'_n$ tengan la relación R' e inversamente.

Dos relaciones que son semejantes tienen la misma "estructura" o "número de relación". El "número de relación" de una relación es lo mismo que su "estructura" y se define como la base de todas las relaciones semejantes a la relación dada. Los números de relación satisfacen todas las leyes formales de la aritmética que satisfacen los números ordinales transfinitos; los números ordinales, tanto finitos como transfinitos, son una clase particular de números de relación, a saber: los números de relación de las relaciones que engendran series bien ordenadas.

Las leyes formales satisfechas por los números de relación son:

$$\begin{aligned}(\alpha + \beta) + \gamma &= \alpha + (\beta + \gamma) \\(\alpha \times \beta) \times \gamma &= \alpha \times (\beta \times \gamma) \\(\beta + \gamma) \times \alpha &= (\beta \times \alpha) + (\gamma \times \alpha) \\ \alpha^\beta \times \alpha^\gamma &= \alpha^{\beta + \gamma} \\(\alpha^\beta)^\gamma &= \alpha^\beta \times \gamma\end{aligned}$$

En general no satisfacen la ley conmutativa, ni la otra forma de ley distributiva, a saber:

$$\alpha \times (\beta + \gamma) = (\alpha \times \beta) + (\alpha \times \gamma), \text{ ni } \alpha^r \times \beta^r = (\alpha + \beta)^r$$

Los números de relación son importantes por la razón siguiente. Además de las proposiciones, que pueden *probarse* por la lógica (consideradas en el capítulo XVII) existen otras proposiciones, que pueden ser *enunciadas* por la lógica, aunque no pueden probarse ni desaprobarse más que por la evidencia empírica. Tal es, por ejemplo, la proposición: “Hay clases que no son finitas”. Esta es una proposición puramente lógica en su contenido, pero no hay medio *a priori* de conocer si es verdadera o falsa. (Han sido propuestos muchos, pero todos son falaces). Hay además proposiciones que contienen cierto elemento particular, pero que pueden ser capaces de una enunciación en términos lógicos, si dicho elemento se convierte en una variable. Tomemos por ejemplo: “*Delante* es una relación transitiva”. Esta no es una afirmación que la lógica pura pueda enunciar, porque *delante* es una relación empírica. Pero: “*R* es una relación transitiva”, siendo *R* variable, es una proposición que puede enunciarse por la lógica pura. Diremos, pues, que una proposición que contiene cierto elemento *a*, atribuye una “propiedad lógica” a éste si, reemplazando *a* por una variable *x* el resultado es una función proposicional que puede ser expresada por la lógica. La prueba de una propiedad lógica es muy sencilla: no debe contener ninguna otra constante aparte la constante *a*, excepto aquellas puramente formales como “incompatibilidad” y “para todos los valores de *x*”, que no son elementos constituyentes de las proposiciones, en cuya expresión verbal o simbólica se producen. Se verá que el carácter transitivo, por ejemplo, es una propiedad lógica de una relación; así son la asimetría o la simetría, así también es tener *n* términos en todo el alcance a que aquélla llega; así, en el caso de una relación de tres términos (*entre*),

la propiedad de engendrar un espacio euclidiano; así, por último, en el caso de una relación de cuatro términos (separación de pares) la propiedad de engendrar un espacio proyectivo, etc. Podemos ahora formular la proposición por la cual es importante la estructura:

Cuando dos relaciones tienen la misma estructura (o número de relación) todas sus propiedades lógicas son idénticas.

Las propiedades lógicas comprenden todas aquellas que pueden expresarse en términos matemáticos. Además, las deducciones de las causas, partiendo de las percepciones a que dan lugar, suponiendo que tales deducciones sean válidas, se relacionan principalmente, si no exclusivamente, con las propiedades lógicas. Ahora debemos examinar la última proposición enunciada.

Tomemos primero la relación entre el espacio de la física y el espacio de la percepción. Dentro del espacio particular de un percipiente, podemos establecer una distinción entre relaciones espaciales percibidas y deducidas. Hay un espacio en el que se producen todas las entidades percibidas por una persona, pero se trata de un espacio construido, realizándose esta construcción durante los primeros meses de la vida. Pero hay también relaciones espaciales percibidas, las más evidentes de las cuales son las que percibimos visualmente. Dichas relaciones espaciales no son idénticas a las que la física supone existentes entre los objetos físicos correspondientes, pero guardan una cierta especie de correspondencia con estas últimas. Si representamos, para la física, la posición de objetos visibles por medio de coordenadas polares, tomando al percipiente como origen, las dos coordenadas angulares corresponden a relaciones percibidas entre lo que percibimos visualmente, en tanto que el radio vector (excepto posiblemente para muy pequeñas distancias) lo deducimos por medio de leyes causales. Limitémonos ahora a las coordenadas angulares. Mi tesis es que las relaciones, que la física supone, al asignar coordenadas angulares, no son idénticas a las que nosotros percibimos en el campo visual,

sino que únicamente corresponden con ellas de tal modo, que la ley permite conservar sus propiedades lógicas (matemáticas). Esto es consecuencia de la suposición de que cualquier diferencia entre dos percepciones simultáneas implica una diferencia correlativa entre sus estímulos. En consecuencia, suponiendo que la luz se propaga según líneas rectas, dos objetos que dan lugar a percepciones, que difieren en la dirección percibida, deben diferir en algún respecto que corresponda con esta última. Pero no necesitamos suponer que la dirección física tenga nada que ver con la dirección visual, excepto las propiedades lógicas en la suposición precedente. En la III Parte de este libro, intentaré la construcción de un espacio físico que nos haga ver algún detalle de la correspondencia en cuestión; por el momento, me limito a puntualizar que sólo nos es posible deducir las propiedades lógicas (o matemáticas) del espacio físico, no debiendo suponer que éste es idéntico al espacio de nuestras percepciones. Ciertamente, como trataré de probar más adelante, la totalidad del espacio visual del hombre está, para la física, dentro de su cabeza; esto aparecerá como consecuencia de consideraciones de orden causal.

La misma clase de consideraciones puede aplicarse a los colores y sonidos. Unos y otros pueden disponerse en un cierto orden con arreglo a determinadas características; tenemos derecho a suponer que sus estímulos pueden disponerse también en un orden según características correspondientes. Pero esto, por sí mismo, sólo puede fijarnos ciertas propiedades lógicas de los estímulos. Lo que queda dicho puede aplicarse a toda clase de percepciones y explica el hecho de que nuestro conocimiento de la física sea matemático; lo es porque ninguna propiedad no-matemática del mundo físico puede ser deducida partiendo de la percepción.

Hay, sin embargo, una excepción a esta limitación, por lo menos en la apariencia. Me refiero al *tiempo*. Nosotros siempre suponemos que el tiempo entre percepciones es el mismo que el tiempo en el mundo físico. No sé si esta opinión es o

no correcta, pero trataré de exponer los argumentos que pueden aducirse de cada lado.

Ante todo debemos adaptar nuestro lenguaje a la teoría de la relatividad. Daré por supuesto (y lo sostendré con más detalle en la tercera parte) que, cuando estamos hablando del espacio físico, todas nuestras percepciones están en nuestra cabeza. En consecuencia, el tiempo psicológico es el mismo que el medido con nuestros relojes, suponiendo que llevemos estos últimos sobre nosotros mismos. Nuestra cabeza se mueve a lo largo de una línea de universo y nuestros intervalos de tiempo psicológico vienen medidos físicamente por la integración de ds a lo largo de dicha línea de universo. Así, pues, no existe dificultad para adaptar la afirmación de que los tiempos psicológico y físico son idénticos a las exigencias de la teoría de la relatividad. En este respecto el tiempo difiere del espacio porque, físicamente, todas nuestras percepciones simultáneas se refieren a un mismo lugar.

Creo, no obstante, que los intervalos de tiempo entre nuestras percepciones sólo deben obtenerse por medio de deducciones del mismo tipo que las que nos introducen en el mundo físico. Las relaciones *percibidas* no se producen entre acontecimientos ocurridos en tiempos diferentes, sino entre una percepción y un recuerdo que tienen lugar en un mismo tiempo; o bien, cuando se trata de tiempos muy cortos, entre una sensación de máxima intensidad y otra de poca (o akolútica). Las sensaciones no decaen súbitamente, sino que disminuyen gradualmente de intensidad, aunque con mucha rapidez. Por eso es por lo que un movimiento rápido puede ser apreciado en su totalidad; en efecto, las sensaciones que corresponden a las primeras partes de él se mantienen todavía presentes, aunque menos vívidas, al producirse las correspondientes a las últimas. Así, nuestro conocimiento del tiempo parece que debe deducirse de las relaciones percibidas que no son estrictamente temporales. Estas son, según mi opinión, de tres clases. Dos de ellas han sido ya

mencionadas: la relación de una sensación vívida a otra menos intensa y la de una percepción a un recuerdo. Pero además de éstas existe un orden entre recuerdos: nosotros podemos recordar un proceso en el orden debido. Aquí también, sin embargo, todo lo que percibimos se encuentra en el presente, y el orden de tiempo de los acontecimientos originales lo deducimos de las relaciones entre los acontecimientos simultáneos, que constituyen nuestros recuerdos presentes. Así, pues, la conclusión que podemos sacar parece ser la siguiente: el tiempo psicológico puede ser identificado con el tiempo físico, porque ninguno de ellos es un dato, sino que cada uno se deriva de otros datos, por deducciones del tipo que podemos encontrar en cualquiera otra parte, a saber, por deducciones que nos permiten conocer solamente las propiedades lógicas o matemáticas de aquello que deducimos.

Por tanto, parece como si siempre que hacemos deducciones partiendo de percepciones, fuera solamente la estructura lo que válidamente podemos deducir; y la estructura es lo que podemos expresar por la lógica matemática, comprendiendo a las matemáticas.

Antes de dar por terminada esta discusión, debemos hablar de una extensión de la noción de semejanza, que reviste importancia considerable en relación con las deducciones que nos conducen al mundo físico. Al definir la semejanza, hicimos uso de una relación unilateral S . Pero podemos sustituir ésta por una relación múltiple-unilateral, y obtener así aún algo útil. La importancia de ello reside en que, según hemos visto, si tomamos un grupo de acontecimientos constituyentes de un objeto físico, la relación de los acontecimientos, que se encuentran más próximos al objeto con aquellos que están más lejanos, es del tipo mencionado últimamente y no del unilateral. Si observamos a un hombre distante media milla, no cambiará su apariencia para nosotros, porque frunza el entrecejo, al contrario de si lo observamos a tres pies de distancia. En el sol pueden producirse importantes acontecimientos, que no nos sean

perceptibles, incluso con los mejores telescopios, pero en las cercanías de dicho astro pueden dar lugar a efectos que serían de importancia para un percipiente situado en donde los mismos ocurren. Por la lógica, resulta evidente que si nuestra relación correlacionante S es múltiple-unilateral y no unilateral, la deducción lógica, en el sentido en que S se produce, es exactamente tan factible como antes, pero la deducción lógica en sentido opuesto es más difícil. Por ello es por lo que suponemos que percepciones diferentes obedecen a estímulos igualmente diferentes, pero que percepciones indistinguibles no necesitan tener estímulos exactamente similares. Si tenemos xSx' e ySy' , siendo S múltiple-unilateral y si y e y' difieren, podemos deducir que x y x' difieren también; pero si y e y' no difieren, no podemos deducir de ello que x y x' no difieran. Frecuentemente nos encontramos con que percepciones indistinguibles son seguidas de efectos diferentes; por ejemplo, la bebida de un vaso de agua ocasiona tifoideas y la de otro no. En tales casos suponemos la existencia de diferencias imperceptibles, que el microscopio puede hacer perceptibles. Pero aun allí donde no hay diferencia posible de descubrir en los efectos, no podemos tampoco estar seguros de que no haya diferencia en los estímulos, que pueda hacerse importante en algún estadio posterior.

Cuando la relación S es múltiple-unilateral, diremos que los dos sistemas que correlaciona son "semi-semejantes".

De las consideraciones que preceden, se desprende que toda deducción física es más o menos precaria. Podemos construir teorías que respondan a los hechos conocidos, pero nunca podremos estar seguros de que otras teorías no responden igualmente bien. Esta es una limitación esencial a la deducción científica, que generalmente es reconocida por los hombres de ciencia: ningún científico prudente se atrevería a sostener que tal o cual teoría está tan firmemente asentada que nunca exigirá una modificación. La gravitación newtoniana llegó más cerca que otra teoría alguna a esta certidumbre; a pesar de ello, ha requerido una modificación.

La razón fundamental para esta incertidumbre, que subsiste, aunque satisfagamos todos los cánones de la deducción científica, obedece al hecho de que nuestra relación *S*, que relaciona el objeto físico con lo que nosotros percibimos de él, es múltiple-unilateral y no unilateral.

CAPÍTULO XXV

LA PERCEPCION DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA FISICA

Hasta ahora hemos venido tomando la percepción como punto de partida y hemos considerado de qué modo la física puede ser obtenida como una deducción de aquélla. En el presente capítulo me propongo seguir el camino inverso y estudiar cómo, suponiendo la física, pueden encontrar las percepciones el lugar que les corresponde en el mundo físico.

Ante todo, excluyamos ciertos problemas que carecen de importancia para este estudio. Una “percepción”, considerada como base epistemológica de la física, debe ser un “dato”; debe ser algo susceptible de ser notado. Evidentemente, por tanto, cualquiera que sea la verdad de las percepciones en general, aquellas que nos suministran premisas empíricas para la física tienen que ser “conocidas”. Pero para nosotros es innecesario definir el “conocimiento”; para la física sólo lo que percibimos tiene importancia y nuestra relación con ello debe darse por supuesta. Análogamente tampoco necesitamos considerar si, cuando percibimos, la ocurrencia es relacional, implicando un percipiente y un percibido, o si la ocurrencia de lo que percibimos es lo único que ocurre en aquel momento y si su carácter “mental” le es conferido por la memoria (en su sentido más general). No necesitamos ocuparnos de tales cuestiones psicológicas. Lo que deseamos discutir es el carácter físico de las percepciones, esto es: de las manchas de color, ruidos, olores, rugosidades, etc., así

como de las relaciones espaciales percibidas. Y en esta discusión nos referimos ahora a la física ordinaria, sujeta a la latitud de interpretación que explicamos en el capítulo I.

Los libros del doctor Whitehead constituyen una protesta contra la "bifurcación de la naturaleza" que resulta de la teoría causal de la percepción. Estoy de completo acuerdo con dicha protesta. La creencia de Locke de que las cualidades primarias pertenecen al objeto y las secundarias al percipiente, ha sido la que la ciencia ha adoptado en la práctica, cualesquiera que hayan sido los pensamientos sobre el tema de los distintos hombres de ciencia en sus momentos filosóficos. La tesis que me propongo sostener es completamente diferente. Yo sostengo que el mundo está muy lleno de acontecimientos; que a menudo un grupo de ellos, o alguna característica, que los miembros del mismo poseen en distintos grados, es tal, que sugiere su disposición según un orden, generalmente un orden simétrico alrededor de un centro. Así son, por ejemplo, las percepciones, que experimentan distintas personas cuando miran a una moneda de un penique: estas percepciones pueden ordenarse según su tamaño y su forma. Los órdenes derivados de distintas fuentes son aproximadamente idénticos; por ejemplo, si nos movemos de modo que el tambor mayor se nos aparezca cada vez más grande, nuestro movimiento hace que también su sonido sea cada vez más fuerte. En este sentido construimos un espacio que contiene a la vez percipientes y objetos físicos; pero las percepciones tienen una doble localización en el mismo, a saber, la del percipiente y la del objeto físico. Si mantenemos fija la mitad de dicha localización, obtenemos una visión del mundo desde un punto dado; manteniendo fija la otra mitad, obtenemos visiones distintas de un mismo objeto físico, desde diferentes puntos. La primera de ellas es un percipiente; la segunda, es un objeto físico. Pero a la primera parte de nuestra afirmación debe dársele la interpretación adecuada.

Sugerimos, pues, que el mundo físico, considerado como perceptible, consta de ocurrencias, que tienen esta localiza-

ción doble. Ahora trataremos de fijar el lugar que le corresponde a la percepción en este esquema.

Consideremos una onda luminosa esférica, procedente de un resplandor momentáneo. *En el vacío* ella avanza de acuerdo con las ecuaciones de Maxwell, pero cuando tropieza con la materia se transforma de un modo o de otro, según las circunstancias. ¿Qué es lo que entiendo por “tropezar con la materia”? La respuesta se nos ofrece inmediatamente. Unidos a cada electrón o protón, existen un campo gravitatorio y un campo electromagnético; ambos están regidos por leyes, que modifican la distribución “no perturbada”, procedente de otros centros de acontecimientos, tales como las ondas luminosas. En realidad, dichos campos puede decirse que efectivamente consisten en las fórmulas de tal modificación. Por tanto, cuando digo que una onda luminosa “tropezar con la materia”, quiero significar que se encuentra próxima a un centro de alguna tal modificación sistemática. El ojo es un conjunto de estos centros, y después de atravesarlo, el proceso, que era antes una onda luminosa, obedece ahora a una serie de leyes diferentes. Lo que percibimos es uno de los términos de este proceso, caracterizado por el hecho de producirse después de atravesar una región de cierta naturaleza, a saber: un ojo, un nervio óptico y una parte del cerebro. Debido a su continuidad causal con otras partes del proceso, tiene como localización doble: por una parte la fuente de luz, y por la otra el cerebro. Si se dice que nuestra percepción no está “evidentemente” en el cerebro, es porque pensamos en su localización en el objeto físico y comparamos ésta con la localización en el cerebro como objeto físico.

Precisamos aquí dar ciertas explicaciones, sobre todo en virtud de las críticas del doctor Broad (1) sobre la teoría precedente. En primer lugar, se apunta que dicha teoría adopta una interpretación de sentido común acerca del cuerpo del

(1) *Scientific Thought*, Kegan Paul, 1923 págs. 581 y sig. [Esp., pág. 533].

percipiente y deriva de ella una plausibilidad indebida para la definición que da de objeto externo. No es este el caso; pero, con objeto de disipar hasta la apariencia de error, se hace necesario explicar el doble carácter de un objeto físico. Por una parte, es un grupo de "apariencias"—es decir, de acontecimientos relacionados entre sí—diferenciándose cada uno del siguiente de acuerdo, aproximadamente, con las leyes de la perspectiva. Por otra parte, el objeto físico ejerce una influencia sobre las apariencias de otros objetos, especialmente sobre las apariencias de sus cercanías, ocasionando el que aquéllas se reparen, en mayor o menor grado, de lo que serían si siguiesen estrictamente las leyes de la perspectiva. Los órganos sensoriales desempeñan sólo esta segunda función en la teoría de la percepción, en tanto que el objeto percibido llena la primera. Es esta diferencia de funciones, en la teoría de la percepción, la que hace parecer que tratamos el cuerpo del percipiente de modo más realista que los objetos externos. Pero se trata sólo de una cuestión de grado. La apariencia de un objeto externo es también modificada por otros objetos externos—por ejemplo: por unos lentes azules, o por un microscopio—. Yo concibo el papel desempeñado por el ojo como análogo, esencialmente, al que desempeña un microscopio y adoptaré la misma idea en lo que respecta a la parte desempeñada por el nervio óptico.

Otra objeción, aducida por el doctor Broad, es que la teoría precedente es, en el mejor caso, adecuada solamente a los objetos visuales, no a los objetos conocidos por los otros sentidos. Ahora bien, ciertamente sostenemos que la visión es, con mucho, el más importante y menos engañoso de los sentidos, cuando se la considera como fuente de las nociones fundamentales de la física. Pero no puedo admitir que la idea sugerida sea, en modo alguno, inaplicable a los otros sentidos. Este tema requiere, no obstante, muy detenido examen.

Tomemos primero el sentido del tacto. Este sentido es complicado de estudiar, por el hecho de que carece de ór-

gano especial, como el ojo, y se encuentra difundido en toda la superficie del cuerpo. Para evitar complicaciones, permítasenos suponer que sólo la punta del dedo índice de la mano derecha va a ser utilizada. No conocemos exactamente en qué se supone consistir el proceso físico del tacto, pero podemos admitir que es algo como lo que sigue: los electrones y protones de una cierta parte de la piel llegan a una proximidad tal de otros situados, en un cuerpo exterior, que producen perturbaciones eléctricas, las cuales se propagan a los nervios que acuden a la parte correspondiente del cerebro, dando lugar en éste a las perturbaciones correspondientes. No importa a nuestro objeto que esta concepción no sea completamente correcta, puesto que la naturaleza exacta del proceso carece de trascendencia para nosotros. Pero hay un punto de alguna importancia y es que el cambio o falta de cambio en una sensación de tacto tiene más importancia que en el caso de la vista. Una letra impresa e incluso una palabra impresa puede verse de una ojeada; pero para leer el alfabeto "Braille" es necesario dejar que el dedo recorra los contornos de las letras. Así, pues, la forma, en el caso del tacto, se deduce, en su mayor parte, gracias al movimiento; el dato momentáneo es mucho más sencillo que muchos datos visuales. La deducción de la forma depende, desde luego, del supuesto de que el objeto tocado no cambia la suya entre tanto; para un ciego sería difícil adquirir ideas correctas sobre la forma de una anguila. Pero cuando existen dudas, puede hacerse que el dedo recorra repetidamente el contorno del objeto; si el resultado es semejante en todas las ocasiones, puede admitirse que el objeto ha conservado una forma aproximadamente constante.

Hay otro respecto en que el tacto es inferior a la vista y es que la relación espacial del objeto físico al cuerpo del percipiente se encuentra mucho más restringida en el primero. El objeto físico debe encontrarse muy próximo a la parte del cuerpo del percipiente que se dice que toca a aquél. Esto quiere decir que su localización está limitada a una cierta región muy pequeña. Dentro de dicha región el tacto puede

localizarlo bastante bien, siempre que se lleve a cabo por una parte sensible de la piel; nosotros conocemos la posición de nuestra mano gracias a sensaciones relacionadas con los músculos y con ello conocemos también la posición de cualquier cosa que esté en contacto con aquélla. Lo que existe en el intermedio, en el caso del tacto, es siempre una parte del cuerpo del percipiente; pero su influjo se muestra en la diferencia entre las sensaciones táctiles, cuando el objeto físico toca unas partes del cuerpo y cuando toca otras. Por tanto, nuestra teoría se aplica al tacto exactamente tan bien como a la vista.

El sonido es, en muchos respectos, análogo a la luz. Es una perturbación que posee un centro y es tanto mayor cuanto más cerca se encuentra del mismo. Lo que oímos tiene tanta más intensidad cuanto más cercanos nos encontramos a aquél. La dirección del sonido puede estimarse aproximadamente, aunque no con precisión semejante a la precisión con que podemos determinar la dirección de un objetivo visual. Aquí nos encontramos también con un cierto proceso físico, que se rige por determinadas leyes en el aire, pero que obedece a otras leyes algo diferentes en el oído, nervios y cerebro. Estas diferencias, no obstante, pueden concebirse como siendo de la misma clase, esencialmente, que las producidas normalmente en los procesos físicos por la presencia de la materia. No veo, pues, que el sonido ofrezca ninguna dificultad.

Los restantes sentidos son mucho menos importantes como fuentes de conocimiento físico y creemos innecesario discutirlos en detalle. La fisiología, sin embargo, se inclina a creer que cualquier condición anormal en los órganos sensoriales o en los nervios correspondientes, tiende a modificar las percepciones en forma tal, que su explicación requiere alguna teoría como la que venimos sosteniendo. Es una falacia aducir, como a veces se hace, que si no podemos tener confianza en nuestros sentidos tampoco podemos conocer que tenemos órganos sensoriales o que haya alguna verdad en fisiología. Si comprobamos que varias personas, que

contemplan a Jones, lo ven en su aspecto corriente, en tanto que otra lo ve bajo un aspecto extraño, y si cada una de las primeras no ve nada raro en los ojos de las demás y sí lo ve en los de la última, digo que en tales circunstancias es natural y propio correlacionar las dos rarezas. El hombre que ve a Jones de modo distinto de lo corriente, lo ve a través de un medio que tiene un efecto igualmente distinto del normal; no hay en ello mayor base para el escepticismo que la que puede derivarse de los gemelos de teatro. El argumento del escepticismo sólo es válido cuando se aduce en contra del realismo ingenuo y deriva su fuerza retórica de nuestra tendencia a recaer en éste, en cuanto no nos mantenemos en guardia contra él.

La eficacia cognoscitiva de la percepción depende de dos factores: uno físico y otro psicológico (y fisiológico). El factor psicológico es la memoria y el efecto total de la experiencia sobre la mente y el cuerpo. Este es un tema amplio, que mencionamos sólo para dejarlo a un lado. Del factor físico, en cambio, podemos ocuparnos una vez más. Consiste este último en el hecho de que las ocurrencias físicas tienden a agruparse alrededor de centros, estando relacionados entre sí los miembros de cada grupo aproximadamente según leyes que hemos denominado de perspectiva. Ello nos permite deducir, partiendo de una percepción, otras percepciones, que experimentaríamos si nos moviéramos o que otros percipientes experimentan en ese momento. Cuando un astrónomo observa un eclipse de luna, puede tener la completa seguridad de que otros lo verían lo mismo, si observasen en la dirección adecuada. Cuando una persona ve el Derby, puede tener la absoluta seguridad de que otros espectadores lo están igualmente viendo—esto es: que estos últimos experimentan percepciones, que pueden deducirse de las suyas según las leyes de la perspectiva aproximadamente. Respecto a lo que ocurre allí donde no hay percipiente, podemos, bajo ciertos supuestos, deducir una gran parte de su estructura matemática, pero nada de su cualidad intrínseca. En una palabra, la potencia deductiva de la percepción depende del hecho de que los

acontecimientos físicos tienen lugar en grupos relacionados y está limitada por el hecho de que esto solamente es verdadero hasta un cierto grado de aproximación.

Queda por discutir un punto importante en este respecto. Me refiero a la diferencia *prima facie* entre una percepción y un proceso físico. A primera vista una onda luminosa parece muy diferente de una percepción visual y una onda sonora de una percepción auditiva. Pero esta aparente diversidad es debida a la comparación de acontecimientos de diferentes órdenes. Una perturbación física, tal como es la onda luminosa, debe considerarse que es mucho más compleja en la realidad que en las matemáticas. Los acontecimientos en el mundo físico se encuentran relacionados entre sí según ciertas leyes y nosotros podemos, para fines matemáticos, tratar un grupo entero de acontecimientos relacionados, como si fuera un acontecimiento solo. No existe razón teórica por la cual una onda luminosa no pueda constar de grupos de ocurrencias, conteniendo cada uno de ellos un miembro más o menos análogo a una pequeña parte de la percepción visual. Nosotros no podemos percibir una onda luminosa, porque la interposición del ojo y del cerebro nos lo impide. Conocemos solamente por ello sus propiedades matemáticas abstractas, las cuales pueden formar parte de grupos compuestos de cualquier clase de materiales. Afirmar que los materiales en cuestión *deben* ser muy diferentes de nuestras percepciones, es suponer que conocemos del carácter intrínseco de los acontecimientos físicos mucho más de lo que la realidad nos autoriza. Si hay alguna ventaja en suponer que la onda luminosa, el proceso en el ojo y el proceso en el nervio óptico contienen elementos cualitativamente continuos con la percepción visual final, nada de lo que nos es conocido en el mundo físico podría obligarnos a rechazar dicha suposición.

El abismo que separa las percepciones y la física no atañe a la cualidad intrínseca, porque nosotros no conocemos nada sobre la cualidad intrínseca del mundo físico y, por tanto, no podemos saber si es o no muy diferente de la de las percep-

ciones. El abismo se produce por lo que conocemos de los dos mundos. Conocemos la cualidad de las percepciones, pero no sus leyes, tan bien como sería de desear. Conocemos las leyes del mundo físico, en tanto que ellas son matemáticas, perfectamente bien; pero no conocemos nada más sobre el mismo. Si hay alguna dificultad intelectual para suponer que el mundo físico es, intrínsecamente, completamente distinto del de las percepciones, ésta será igualmente una razón para suponer que no existe dicha completa semejanza y reconocemos cierta base para afirmar esto último en el hecho de que las percepciones forman parte del mundo físico y son la única parte de él que podemos conocer, sin la ayuda de deducciones generalmente complicadas y difíciles.



CAPÍTULO XXVI

ELEMENTOS NO-MENTALES ANALOGOS A LA PERCEPCION

Según vimos en el capítulo XXV, el valor cognoscitivo de la percepción, esto es, su capacidad para dar origen a deducciones que con frecuencia resultan válidas, es un producto de dos factores, de los cuales uno depende de la mente y cuerpo humanos y el otro es puramente físico. El primero es el que se relaciona con los fenómenos “mnemotécnicos”, y se producen donde quiera que existe vida, y en cierta ligera proporción en la materia “muerta”, pero cuanto más alto es el tipo de vida, más importantes se hacen. Es, sin embargo, el factor físico de la percepción el que me propongo estudiar en este capítulo, según aparece cuando se le separa del factor mnemotécnico. Es decir, que deseo recalcar el hecho de que las percepciones son partes de un sistema de acontecimientos relacionados entre sí, todos ellos estructuralmente semejantes o semi-semejantes, y que el mundo físico, tal como nos es conocido, consta de tales acontecimientos. Mi principal propósito, al tratar este tema, es dejar claro que las percepciones entran, fácil y naturalmente, a ocupar el lugar que les corresponde en el mundo físico, y no deben considerarse como algo completamente distinto de los procesos de que la física se ocupa.

Permítasenos volver a nuestro ejemplo anterior del dic-táfono y de la cámara, que registra una conversación con la acción que la acompaña y que se encuentra que concuerda

con los recuerdos del ojo, que ha estado contemplando la escena. Cuando consideramos esta coincidencia, en un capítulo anterior, tropezamos con dudas fundamentales; ahora supondremos las cuatro dimensiones de la física y daremos por justificada (en principio) la deducción de acontecimientos no percibidos, partiendo de los percibidos. Supuesto todo esto, ¿qué es lo que podemos aceptar como relación existente entre (a) los sonidos oídos por el que escucha, (b) los acontecimientos que se producen inmediatamente al lado de su oído, cuando oye, (c) los acontecimientos que se producen en el dictáfono al mismo tiempo, (d) lo que registra el dictáfono, y (e) los sonidos escuchados por una persona cuando oye el dictáfono?

La semejanza entre (a) y (e) es fundamental y nos es conocida por la comparación de una percepción con un recuerdo. De este modo introducimos el problema de la relación entre ambos, pero como se trata de un problema psicológico, sólo diré que la deducción de lo que se recuerda (que ocurrió en un tiempo anterior) partiendo del recuerdo (que se produce ahora) me parece esencialmente semejante a las deducciones que hacemos en física, y garantiza solamente una creencia en la identidad (o estrecha semejanza) de estructura entre el recuerdo y lo que se recuerda. Las bases que tenemos para confiarnos en la memoria me parecen ser de la misma clase que aquellas por las que nos confiamos en la percepción. Pero aquí daremos todo esto por aceptado, puesto que nuestro tema es la física, no la psicología. Daré, pues, por supuesto que podemos conocer que (a) y (e) son semejantes en estructura, en el sentido explicado en el capítulo XXIV.

Nos encontramos, por tanto, con una cadena de procesos, estando (a) en un extremo y (e) en el otro; los procesos terminales son idénticos en el sentido técnico, y suponemos que los procesos intermedios son también semejantes, tanto entre sí como a los procesos terminales. Consideremos esto con algún más detalle. La relación entre (a) y (b) es la de la percepción y el estímulo, esto es, una relación de efecto a

causa. El efecto es un proceso complejo ; nosotros suponemos que percepciones que reconocemos como diferentes deben obedecer a estímulos también distintos ; por tanto, la causa debe ser también un proceso complejo, semi-semejante por lo menos al efecto. Podemos admitir que es semejante, y no meramente semi-semejante, dando por ignorados aquellos respectos, si alguno hubiere, según los cuales la estructura de la causa resultare más compleja que la estructura del efecto. Un argumento análogo nos permitirá considerar (*d*) y (*e*) como semejantes. Puesto que (*a*) y (*e*) son semejantes, se sigue que (*b*) y (*d*) lo son también. No podemos atribuir esta semejanza a la casualidad, puesto que aparece existente siempre que se producen las condiciones necesarias. De lo que precede se deduce que (*c*) debe ser también semejante a los otros procesos. Teniendo en cuenta que el dictáfono puede situarse en cualquier otro lugar próximo a los interlocutores, podemos inferir que en toda una región que rodea a éstos se producen acontecimientos físicos semejantes en estructura a las percepciones auditivas del que escucha. Lo mismo ocurre para la luz en las fotografías. En consecuencia, una percepción físicamente considerada no es muy diferente de otros acontecimientos físicos. Si se prefiere, podemos admitir que difiere de ellos por su cualidad intrínseca, y sabemos que difiere causalmente, puesto que da lugar a recuerdos y deducciones. Sin embargo, incluso aquéllas y éstas no son tan diferentes de ciertos procesos físicos como pudiera parecer a primera vista.

La memoria se revela por su capacidad para producir acontecimientos semejantes en estructura a ciertos otros acontecimientos anteriores, cuando se aplica el estímulo debido. No siempre recordamos todo lo que podemos recordar ; recordamos las cosas cuando se nos pregunta por ellas o cuando ocurre algo que las evoca por asociación. El dictáfono "recuerda" en este sentido. Es cierto que él no puede deducir : no nos contestará a una pregunta que nunca haya oído responder. Pero la deducción fisiológica, que es causalmente la base de toda otra deducción, no es muy desemejante a los

restantes procesos físicos, y puede muy posiblemente producirse según las leyes de la física. No obstante, no me propongo seguir analizando estos temas psicológicos; sólo deseo considerar la percepción y sus similares no-mentales.

Hemos de suponer que por todas partes tienen lugar un gran número de acontecimientos, aunque sólo la luz y el sonido puedan registrarse por aparatos adecuados y ser observados por percipientes. Nuestro campo visual es muy complejo y los estímulos físicos deben tener por lo menos igual complejidad; si no fuera éste el caso, no podríamos ver a la vez varios objetos, ni podrían éstos impresionar una placa fotográfica. La física, sin embargo, simplifica todo esto, admitiendo que el estímulo de una sensación es un proceso periódico, no un acontecimiento estático. Nuestra percepción del color, por ejemplo, no parece ser un proceso periódico, análogo a la onda luminosa; en este respecto, la estructura aparente de una percepción visual difiere de la que la física admite en la causa externa. Digamos algo más sobre este tema, para dejar aclarada su relación con nuestra teoría general de la semejanza de estructuras.

Ante todo, en una transición como la que existe entre el estímulo y la percepción, no podemos esperar una *completa* semejanza de estructura; todo lo más que podemos esperar es la que encontramos en las transiciones puramente físicas. Existe una gran diferencia entre una onda luminosa y un cambio de *quanta* en el átomo; sin embargo, ambos hechos están relacionados como el efecto a la causa. Lo que conocemos sobre el átomo lo conocemos en virtud de las ondas luminosas, que nos hacen ver acontecimientos en aquél; si a las diferencias en las ondas luminosas no correspondieran diferencias en los átomos, aquéllas no serían vehículos de información sobre los mismos. Ahora bien, cuando las ondas luminosas llegan al ojo, ejercen ciertos efectos sobre la materia que constituye éste, los cuales invierten el proceso precedente de cambios de *quanta* a ondas luminosas. Posible es, en vista de las teorías estudiadas en el capítulo XIII, que la relación entre lo que ocurre en el átomo y lo que ocurre en el ojo

sea más directa de lo que la digresión precedente pudiera hacer suponer, pero no sería prudente admitir, desde luego, que éste es el caso, hasta que la teoría de los *quanta* de luz esté más desarrollada. No podemos, por tanto, admitir la existencia de una relación muy estrecha entre el proceso físico en el ojo y el proceso físico en el átomo de donde procede la luz. Y tampoco podemos admitir *a fortiori* una relación muy estrecha entre la percepción y el proceso en el átomo irradiante. No obstante, solamente en tanto que dicha relación existe, puede aceptarse la visión como fuente de conocimiento físico; en cuanto falla la correspondencia tenemos que dejar de confiar en la visión.

En segundo lugar, no hay razón para que el grado de correspondencia que se requiere entre el estímulo y la percepción no deba existir entre un proceso periódico y una ocurrencia estática. En tanto que procesos diferentes den lugar a distintas percepciones, los requisitos en lo que respecta a correspondencia resultan satisfechos. No hay, por tanto, dificultad teórica en la afirmación de que el estímulo que produce la sensación de rojo es una vibración, en tanto que la sensación de rojo en sí misma carece de este carácter, siendo, en cambio, un acontecimiento estable capaz de continuarse durante un cierto lapso de tiempo finito.

En tercer lugar: no sabemos realmente que nuestra percepción de un color carezca del carácter rítmico del estímulo. Sabemos, en efecto, algo sobre las percepciones, pero no todo. Todos nosotros sabemos que si se hace girar rápidamente un objeto, por ejemplo, una punta, podemos verle girar si el movimiento no es muy rápido, pero cuando pasa de una cierta velocidad, solamente percibimos una banda continua. Esto es lo que debiera esperarse, teniendo en cuenta la existencia de sensaciones akolúticas. Pero de esto no se sigue, en modo alguno, que en la percepción no se produzcan ciertas oscilaciones, aunque no nos demos cuenta de ellas. Exactamente lo mismo puede aplicarse a la luz y al sonido en general y a la aparente continuidad del movimiento en el cinematógrafo. Nosotros no podemos saber, a no ser en

virtud de algún argumento complicado, si nuestras percepciones son estáticas o rítmicas, ni si sus estímulos físicos son continuos o discretos. Tal conocimiento resulta imposible, por el hecho de que sólo podemos admitir una semi- semejanza, no semejanza plena entre la percepción y el estímulo.

No hay, pues, dificultad en admitir la teoría que acabamos de aceptar, según la cual los estímulos de nuestras percepciones más importantes consisten en rápidos procesos periódicos. Por otra parte, hay una gran ventaja en esta teoría, y es que simplifica el mundo físico, que debemos considerar como causa de nuestras percepciones. Un sistema físico, concebido meramente como un conjunto de unidades materiales en el espacio-tiempo, es capaz de adoptar una variedad indefinida de movimientos rítmicos. Algunas estructuras físicas son resonantes para un determinado período; otras, para otro. Así, nuestros órganos sensoriales pueden seleccionar una clase de movimiento, como estímulo a que ellos responden, y rechazar todas las restantes. En realidad, puede decirse que la característica esencial de un órgano sensorial es su sensibilidad para un tipo de estímulos, que, en el caso de los ojos o de los oídos, debe ser un movimiento periódico. En esto, los órganos sensoriales no difieren de los instrumentos que carecen de vida, tales como las placas fotográficas y los gramófonos. Estos instrumentos poseen algo muy análogo a la percepción, si prescindimos de las consecuencias mentales que observamos en nosotros mismos como resultado de la percepción. Y en cierto sentido, generalizando, podemos decir que todo aquello que se comporta de un modo característico cuando se le presenta un determinado estímulo, y solamente entonces, tiene una "percepción" de dicho estímulo. Podemos deducir el estímulo del comportamiento de cualquier entidad del mencionado tipo, exactamente lo mismo que partiendo de nuestras propias percepciones y algunas veces mejor, como ocurre en el caso de una placa fotográfica muy sensible.

El resultado de la discusión que hemos llevado a término en la segunda parte ha sido justificar la actitud cientí-

física consciente y reducir al mínimo el abismo que, a primera vista, parece existir entre la percepción y la física. Hemos visto que la deducción de acontecimientos físicos no percibidos, partiendo de los que percibimos, si bien no puede hacerse matemáticamente convincente, es exactamente tan legítima como pueda serlo cualquier inferencia inductiva. Y hemos encontrado que no existe fundamento, en filosofía, para suponer que el mundo físico es muy diferente de lo que la física afirma que es. Pero hemos considerado necesario puntualizar el carácter extremadamente abstracto del conocimiento físico y el hecho de que la física deja abiertas toda suerte de posibilidades en lo que se refiere al carácter intrínseco del mundo a que sus ecuaciones se aplican. Nada hay en la física que pruebe que el mundo físico es radicalmente diferente, en su carácter, del mundo mental. Por mi parte, no creo que los argumentos filosóficos que sostienen que toda la realidad debe ser mental sean válidos. Pero tampoco creo que haya argumentos válidos contra esta opinión que puedan derivarse de la física. La única actitud legítima respecto al mundo físico nos parece que debe ser la de un completo agnosticismo en lo que concierne a todo lo que no sean sus propiedades matemáticas. Sin embargo, algo puede hacerse en el sentido de construir un posible mundo físico que satisfaga las ecuaciones de la física y, al mismo tiempo, se parezca más al mundo de la percepción que el mundo que ordinariamente nos ofrece la física. Tal construcción tendría el mérito de hacer que la deducción de la física, partiendo de la percepción, pareciera más digna de confianza, puesto que nos evita la necesidad de suponer algo radicalmente distinto de lo que nosotros conocemos. Desde este punto de vista ofrecería un cierto interés, y por ello me propongo desarrollarla parcialmente en la tercera parte de este libro. Pero no puede confundirse con el conocimiento científico; es una hipótesis que puede demostrar su utilidad de aquí en adelante y que tiene ya un cierto valor imaginativo. Pero no debe mirársela como de existencia obligada por cualquier principio reconocido de deducción científica.

PARTE TERCERA

LA ESTRUCTURA
DEL MUNDO FISICO

PARTICULARIDADES Y ACONTECIMIENTOS

En las páginas que siguen emprendemos la construcción de un mapa del mundo físico, más o menos conjetural en parte, pero nunca en contradicción con los resultados físicos o epistemológicos de que hasta aquí hemos hecho mención. Trataremos de buscar el modo de construir una metafísica de la materia que disminuya el abismo que separa la física de la percepción y que haga desaparecer todo lo posible el carácter dudoso de que adolecen las deducciones que la teoría causal de la percepción implica. No queremos que lo que percibimos se nos aparezca misteriosamente al final de una cadena causal formada por acontecimientos de una naturaleza totalmente diferente; si podemos construir una teoría del mundo físico en que aparezcan los acontecimientos continuos con la percepción, habremos mejorado la posición metafísica de la física, incluso aunque no podamos demostrar otra cosa sino que nuestra teoría es posible. En lo que sigue, algunas partes serán más conjeturales que otras, pero trataremos, en cada paso que demos, de indicar si exponemos lo que según nuestra creencia es una bien cimentada inferencia por inducción o analogía, o si ofrecemos sólo una hipótesis ilustrativa, formulada para señalar las posibilidades compatibles con el conocimiento científico abstracto, derivado de la física.

Hemos encontrado hasta ahora que lo que nosotros co-

nocemos del mundo físico puede dividirse en dos partes: por un lado, el conocimiento concreto, pero discontinuo de las percepciones; por otro, el conocimiento abstracto pero sistemático del mundo físico, tomado como un todo. Algunos problemas de estructura son contestados por la física, mientras que otros siguen planteados y sin resolver. De estos últimos, algunos están destinados a permanecer siempre sin resolver—por ejemplo: ¿Es posible algún análisis ulterior de los términos que la física considera como últimos, y, en caso afirmativo, qué medios existen para conjeturar acerca de su naturaleza?—. En la ciencia tenemos evidencia de la estructura hasta un cierto punto, en tanto que más allá de éste carecemos de ella. Nunca podemos tener la evidencia de que el punto a que hemos llegado se encuentra más allá de la estructura, es decir, de que hemos llegado a unidades sencillas, totalmente desprovistas de partes; por tanto, el análisis es esencialmente incapaz de llegar a un término que conozcamos como final, aun en el caso de que le hayamos realmente alcanzado. Creo que, en el caso de la física, hay razón para pensar que sus términos no son finales y que es posible sugerir un análisis ulterior que por lo menos tenga la probabilidad de ser verdadero.

Cuando deseamos describir una estructura, tenemos que hacerlo por medio de términos y relaciones. Puede ocurrir que los términos, en sí mismos, tengan ya una estructura, como ocurre, por ejemplo, en aritmética, en que los números cardinales se definen como clases de clases semejantes. En la técnica de la física matemática existe un considerable aparato, que pertenece al método formal, y al que la mayoría de los físicos se resistiría a atribuir una realidad física cualquiera. Tal ocurre con el conjunto de los puntos de espacio-tiempo. Se acepta que el espacio-tiempo representa un sistema de hechos físicos, pero sus puntos matemáticos se toman generalmente como ficciones. Tal estado de cosas no es satisfactorio hasta que podamos especificar exactamente qué afirmación no-ficticia se encuentra implícita en una proposición verdadera de la física, que técnicamente hace uso

de “puntos”. Este problema me propongo abordarlo en el próximo capítulo.

Pero ¿qué diremos de los electrones? ¿Son realidades físicas o convencionalismos matemáticos como los puntos?, o bien ¿son algo intermedio entre estos dos extremos? Nosotros consideramos un rayo de luz como una serie de acontecimientos. ¿Es quizá un electrón algo semejante? Pero el rayo luminoso plantea también problemas; posee una cierta estructura matemática a él asignada, pero es difícil decir qué es lo que debemos pensar de los términos matemáticos de esta estructura. Al principio la concepción de una onda transversal en el éter parecía perfectamente clara; el éter se componía de partículas, cada una de las cuales se podía mover en la forma requerida. Pero actualmente el éter se considera inmaterial e incapaz de “movimiento”—en sentido estricto—. Ciertamente no habría muchos que se aventurasen a considerarle como compuesto de punto-partículas, como el fluido homogéneo de que nos hablan los libros de hidrodinámica. Así, la onda luminosa se ha convertido en una estructura completamente en el aire, como un árbol genealógico cuyos miembros son todos imaginarios. Esto demuestra una necesidad que se presenta al describir una estructura: los términos son tan importantes como las relaciones, y no podemos sentirnos satisfechos con términos que creemos ficticios. En el presente capítulo nos ocuparemos de los términos de la estructura física.

Daremos el nombre de “particularidades” a los términos últimos de la estructura física—por últimos quiero decir en relación a la totalidad de nuestro actual conocimiento—. Esto es, una “particularidad” será algo que se relaciona con el mundo físico meramente por sus cualidades o sus relaciones con otras cosas, nunca por su propia estructura, si es que tiene alguna. La diferencia entre una onda transversal y una onda longitudinal es una diferencia de estructura; en consecuencia, ninguna de ellas podrá ser una “particularidad”, en el sentido técnico que doy a esta palabra. Un átomo es una estructura de electrones y protones; por tanto, un áto-

mo no es una "particularidad". Pero cuando demos a algo este nombre no es que queramos afirmar que ciertamente carece de estructura, sino sólo que nada hay en las leyes que conocemos acerca de su comportamiento y relaciones que nos autorice para atribuirle una estructura. Desde el punto de vista de la lógica, una particularidad satisface a la definición de "sustancia" que dimos en el capítulo XXIII. Pero la satisface solamente en el estado actual de conocimientos; descubrimientos ulteriores pueden obligarnos a admitir la existencia de estructura en la última, y entonces dejaría de satisfacer a la definición de sustancia. Ello no refuta las afirmaciones anteriores acerca de la estructura del mundo, en la cual la particularidad en cuestión se tomaba como imposible de analizar; solamente se agregan nuevas proposiciones en las cuales no se considera ya en esta forma. Hubo un tiempo en que los átomos eran particularidades; ahora ya no lo son. Pero esto no contradice las proposiciones de la química que puedan enunciarse sin tener en cuenta la estructura de los átomos. La palabra "particularidad", según ha quedado definida, significa, por tanto, un concepto relativo a nuestro conocimiento, no un término metafísico absoluto.

Empecemos con algunas consideraciones generales referentes a nuestro conocimiento de la estructura. Parte de este conocimiento puede obtenerse por un análisis de las percepciones; parte depende de deducciones que implican entidades no percibidas. Diremos que una relación es "percibida" o "perceptual", cuando el hecho de que esta relación se mantiene entre ciertos términos puede descubrirse por mero análisis de las percepciones. Así, *antes y después* es una relación perceptual, cuando tiene lugar entre dos términos y ambos pertenecen al presente aparente. Las relaciones espaciales dentro del campo visual son perceptuales; lo mismo lo son las que existen entre sensaciones táctiles, simultáneas en diferentes partes del cuerpo. Las sensaciones táctiles en la misma parte del cuerpo, por ejemplo, en la punta de un dedo, pueden tener relaciones perceptibles si ambas se encuentran en el presente aparente y deben revestir importancia en el

reconocimiento de las formas por los ciegos. Existen relaciones perceptibles entre una percepción y un recuerdo, que nos conducen a referir este último al pasado. Hay también relaciones perceptibles de comparación, que pueden a veces ser bastante complicadas; por ejemplo: "La semejanza entre el azul y el verde es mayor que la que hay entre el azul y el amarillo. (Aquí el azul, el verde y el amarillo se supone que son manchas particulares dadas de color.) Diría también que hay una relación perceptible de simultaneidad. No pretendo que la lista anterior sea completa, pero especifica las clases de casos en que pueden percibirse relaciones.

Se presenta un tipo bien definido de dificultad en casos tales como el análisis de un movimiento percibido. Si muevo mi mano por delante de mis ojos de izquierda a derecha y presto atención a la percepción visual, ésta aparece como cualitativamente diferente, debido a las sucesivas percepciones de mi mano en un cierto número de posiciones diferentes. En un reloj podemos "ver" el movimiento de la manecilla de segundos, pero no el del minutero. No hay duda de que existe un acontecimiento que definimos naturalmente como percepción de un movimiento. Nos damos cuenta de que percibimos un proceso; si muevo mi mano de izquierda a derecha, la impresión es diferente que si la muevo de derecha a izquierda, y es evidente para todos que la diferencia reside en el "sentido" del movimiento. Podemos, en efecto, distinguir primeras y últimas partes en el mismo, de modo que el movimiento no parece caracer de estructura. Pero sus partes parecen ser otros movimientos que, probablemente, tienen cada uno su propia estructura. Esto nos conduce a la noción de divisibilidad infinita, basada no en una estructura definible de indivisibles, sino en un proceso en que las partes están siempre compuestas de partes análogas a aquéllas en estructura, no pudiendo llegarse nunca a partes simples. Las paradojas del movimiento, las antinomias, la objeción de Bergson al análisis y la insistencia de los filósofos en que el continuo cantoriano no resuelve sus dificultades, se derivan todas de este mismo problema de que un movimiento

parece componerse de movimientos, o, según dice Kant, de que un espacio está compuesto de espacios.

Es importante aclarar este problema del análisis de la percepción del movimiento, porque se presenta también en toda percepción de cambio y porque se ha considerado que constituía una dificultad en el intento de armonizar la psicología y la física. Para empezar diremos que la continuidad en la percepción no evidencia la del proceso físico; es fácil producir un proceso discontinuo que dé lugar a una percepción continua (o aparentemente continua); por ejemplo: el cinematógrafo. Además, debe notarse que si se acelera gradualmente un proceso físico discontinuo, las percepciones conservarán más tiempo este carácter de discontinuidad, si estamos completamente despiertos y tenemos sentidos agudos que si nos encontramos soñolientos o nuestros sentidos carecen de aquel carácter. Todo el mundo conoce la experiencia de ser despertado de un sueño por una campana; al principio el ruido de ésta parece continuo. Es, pues, una hipótesis sostenible—si en otros aspectos resulta deseable—la de que todos los procesos físicos son discontinuos y que la continuidad en las percepciones es meramente un caso de vaguedad, en el sentido de una relación de muchos a uno entre el estímulo y lo percibido. No afirmo tal idea; solamente digo que ella concuerda con lo que sabemos acerca de la relación entre estímulos y percepciones en el caso de procesos rápidos. *A fortiori*, el continuo matemático, si existiera en el proceso de los estímulos, produciría las percepciones que llamamos continuas. No hay nada, pues, en nuestra percepción del proceso que nos lleve a creer que el análisis matemático de la continuidad pueda ser inadecuado para la física, ni que nos muestre siquiera que el espacio y tiempo cuantizados son incapaces de producir la clase de percepciones que llamamos “visión de un movimiento”. Todas las posibilidades físicas subsisten en cuanto se refieren al carácter inmediato de la percepción.

El argumento aducido por todos aquellos que acentúan el carácter de percibido de la continuidad perceptual se re-

fiere, no obstante, no a la naturaleza del estímulo físico, sino a la naturaleza de la percepción. Sostienen aquéllos que la continuidad de ésta no es, con toda evidencia, la del continuo matemático, ni tampoco la apariencia engañosa de continuidad que existiría si la percepción fuera un rápido proceso discontinuo. Al decir esto me parece que van más allá de lo que la evidencia garantiza. Consideremos un caso, que es análogo en ciertos respectos, aunque no en otros, a saber: el de las manchas de colores ligeramente diferentes, *A*, *B*, *C*, *D*..., tales que cada una de ellas es indistinguible de la contigua, pero no de las restantes. Es decir, que no podemos ver diferencia entre *A* y *B* o entre *B* y *C*, pero sí entre *A* y *C*. Nos vemos por ello conducidos a inferir la existencia de una diferencia entre *A* y *B* y entre *B* y *C*, aunque no sea posible percibirla. No hay dificultad teórica alguna en una tal inferencia, porque aunque *A*, *B* y *C* son percepciones y la diferencia entre *A* y *C* y entre *B* y *C* deban ser percepciones; las relaciones entre percepciones son unas veces percepciones y otras no. Ahora, en vez de diferentes manchas estáticas de color, supongamos que estamos observando un camaleón gradualmente cambiante. Podemos carecer de toda aptitud para "ver" un proceso de cambio y, sin embargo, podemos conocer que, al cabo de un cierto tiempo, ha tenido lugar un cambio. Esto ocurrirá si, suponiendo que *A* y *B* son manchas al principio y al final del presente aparente, *A* y *B* son indistinguibles, en tanto que *A*, cuando se recuerda, es distinguible de *C* al producirse *C*. La suposición que debemos hacer sobre un movimiento percibido no es completamente análoga a la que queda indicada, pero tiene ciertos puntos de común con ella. Supongamos que estamos percibiendo un movimiento, en un caso en que sabemos que los estímulos físicos están constituidos por series discretas, como en el cinematógrafo. Supongamos que *n* de estos estímulos pueden ser comprendidos dentro de un presente aparente y que cada uno de ellos produce un elemento en la percepción. Entonces ésta constará en cada instante de *n* elementos: $x_1, x_2, \dots, x_n$ que están dispuestos en un orden según su grado de inten-

sidad. Supongamos que no podemos distinguir x_1 de x_2 , ni x_2 de x_3 , pero que sí podemos distinguir x_1 de x_3 . En tal caso, nuestra percepción presente no podrá distinguirse de la de un movimiento continuo. La percepción contendrá, en efecto, partes que no son procesos; pero estas partes serán imperceptibles. La analogía con el caso de los colores deriva de la existencia, en ambos casos, de una serie en la cual las diferencias entre los términos contiguos son imperceptibles, en tanto que las que existen entre términos distantes son perceptibles. Y de aquí se obtiene el importante principio de que una percepción puede tener partes, que no son percepciones, de modo que la estructura de una percepción sólo puede ser descubierta por deducción. Se sigue también que no necesitamos suponer nada misterioso sobre la especie de complejidad de que adolece una percepción en movimiento, sino que puede considerarse esta complejidad como de la misma naturaleza que la que corresponde al estímulo, según la física matemática.

Me propongo ahora estudiar el problema general: ¿cómo podemos deducir la estructura cuando no la percibimos? La discusión que acabamos de llevar a cabo sobre el movimiento comprende un caso particular de aquella deducción, pero ahora quiero considerar el problema en su forma más general.

Por razones análogas a las que se exponen, al analizar el movimiento, nos vemos conducidos a adoptar la idea de que todas nuestras percepciones están compuestas de partes imperceptibles. Podemos, por ejemplo, percibir un montón de polvo fino y deshacer el montón grano a grano, sin que en cada momento notemos diferencias perceptibles. Nuestra percepción original puede haber tenido partes perceptibles, pero éstas se nos aparecían siempre como complejas. No es estrictamente necesario suponer las percepciones complejas; ellas pueden formar una serie de cualidad gradualmente variable. Pero en cierto sentido podemos decir que la diferencia entre A y C (supuesta perceptible) está compuesta de las diferencias entre A y B y entre B y C (supuestas imperceptibles). Así llegamos virtualmente al mismo resultado, respec-

to a las diferencias cualitativas, que el que hemos alcanzado, de otro modo, en lo que se refiere a las partes importantes. Todos los argumentos en este sentido se basan en último término en la premisa lógica de que la semejanza exacta es transitiva, y en la premisa empírica de que la indistinguibilidad no lo es. Las dos juntas forman la fuente de muchas de nuestras deducciones relativas a la estructura.

Existe, sin embargo, otra fuente, derivada de argumentos causales. Dos percepciones indistinguibles se ven seguidas de resultados diferentes. Invirtiendo la máxima: “la misma causa, el mismo efecto”, podríamos decir: “diferentes efectos, diferentes causas”. Frecuentemente la diferencia en las causas se hace perceptible al microscopio, pero la damos por supuesta en todos los casos. Esto más que cualquiera otra cosa es lo que nos ha conducido a la pequeñez de escala de los procesos deducidos por la física. Hay diferencias notables en los efectos, en casos en que sabemos que la diferencia de causas, si hay alguna, tiene que ser muy pequeña; nos vemos, por tanto, obligados a atribuir al mundo físico una estructura de trama muy fina relativamente a la percepción.

Necesario es que consideremos la forma muy corriente de análisis, por medio del cual se obtiene una diversidad de “sustancias”, porque, por las razones que hemos dado ya, no podemos aceptar que este análisis sea el último o primario. Tomemos el más elemental de los ejemplos científicos: el análisis del agua en hidrógeno y oxígeno. Nosotros reconocemos el agua por un conjunto de percepciones y procesos característicos; el hidrógeno, por otro conjunto, y el oxígeno, por otro. Encontramos que nos es posible producir, por electrólisis, por ejemplo, hidrógeno y oxígeno donde previamente había agua; encontramos también que las masas de los dos primeros guardan entre sí una proporción fija y suman la del agua preexistente; encontramos, por último, que si dejamos que aquéllos se junten nuevamente, volverá a aparecer el agua, igual en cantidad a la que perdimos por la electrólisis. Todos estos hechos se interpretan en la ciencia por medio del postulado de que la materia es indestructible.

Si aceptamos este postulado, los hechos demuestran que el agua está constituida por hidrógeno y oxígeno. Argumentos exactamente semejantes nos conducen, partiendo de los átomos, a los electrones y protones, en los cuales, por el momento, se detiene el proceso del análisis de la materia.

Sin entrar a discutir la *conveniencia* de este último, podría preguntarse si es metafísicamente exacto y hasta si, en el punto a que hemos llegado, es adecuado para todos los requerimientos de la física. examinemos ahora los argumentos que pueden aducirse.

Respecto a su adecuación para la física, hemos dado ya (en el capítulo IV) un breve resumen de la teoría de Heisenberg, que, en efecto, resuelve el electrón en una serie de radiaciones. Hemos visto también que los electrones y protones no son considerados actualmente como estrictamente indestructibles, sino que muchos piensan que son capaces de aniquilarse unos a otros. Así, pues, la indestructibilidad de la materia no se acepta ya como ley universal del mundo físico. Esto lleva a la creencia de que la masa propia no se conserva exactamente y de que la masa relativa ha sido absorbida en energía. Se ha supuesto que la masa era la "cantidad de materia", y ello, ciertamente, no podría afirmarse de la masa relativa, que depende de la elección de ejes y puede atribuirse también a las ondas luminosas. Y si lo afirmamos de la masa propia, debemos concluir que la "cantidad de materia" no es completamente constante. Con todas estas salvedades vemos que las unidades persistentes de materia, si bien resultan todavía convenientes, no tienen ya el carácter metafísico que antes se les atribuía.

Esta conclusión se refuerza por argumentos de economía. Nosotros percibimos acontecimientos, no sustancias; es decir, que lo que percibimos ocupa un volumen de espacio-tiempo, que es pequeño en las cuatro dimensiones, no indefinidamente extendido en una (tiempo). Y lo que primeramente podemos deducir de las percepciones, dando por su puesta la validez de la física, son, igualmente, grupos de acontecimientos, no sustancias. Es sólo una mera conve-

niencia lingüística el tomar a los acontecimientos de un grupo como estados de una "cosa" o "sustancia" o "trozo de materia". Esta deducción se hacía, originariamente, sobre la base de la lógica que los filósofos heredaron del sentido común. Pero esta lógica era defectuosa, y la deducción es innecesaria. Si definimos una "cosa" como el grupo de lo que antes se llamaban sus "estados", nada alteramos en el detalle de la física y evitamos una deducción tan arriesgada como inútil.

Qué diremos, entonces, del análisis del agua en hidrógeno y oxígeno. Diremos algo como esto: el agua tiene, para el sentido común, un cierto grado de permanencia, pues, aunque los charcos se sequen, siempre tenemos el mar. Esta permanencia, interpretada sin hacer uso de la "sustancia", significa la existencia de leyes causales intrínsecas; así, el modo como actúa el mar puede, en proporción considerable, descubrirse observando solamente el mar, sin tener en cuenta otras cosas. La semejanza en ocasiones diferentes es la más evidente de estas leyes causales aproximadas. Pero el agua puede convertirse en hielo, nieve o vapor; en estos casos podemos observar la transformación gradual y la continuidad viene a ocupar el lugar de la semejanza para el sentido común. En todos los cambios encontramos, al examinarlos, cierta continuidad, como la que existe entre el agua y el hielo; establecemos así una cadena causal, más o menos separable de otras cadenas causales, que posee suficiente unidad intrínseca para que consideremos sus diferentes eslabones como estados sucesivos de una "sustancia". Si prescindimos de la "sustancia", conservamos, no obstante, la cadena causal, sustituyendo la identidad material por la unidad de un proceso causal. Así, pues, la persistencia de la sustancia es reemplazada por la persistencia de leyes causales, que eran, en realidad, el criterio por el cual se reconocía la supuesta identidad material. Conservamos, por tanto, todo lo que hay razón para suponer verdadero, y rechazamos solamente una parte metafísica estéril.

El análisis del agua en hidrógeno y oxígeno representa, por consiguiente, el de una ley causal aproximada en otras

dos leyes causales más exactas. Si inferimos que donde había agua ayer la habrá hoy, hacemos uso de una ley causal, que no es siempre correcta. Si inferimos que donde había hidrógeno y oxígeno los habrá hoy (o por lo menos que habrá hidrógeno y oxígeno en situaciones relacionadas por un encañamiento continuo a las que tenían ayer), tendremos muy pocas probabilidades de equivocarnos, a menos que dicha situación se encuentre en las cercanías de Sir Ernest Rutheford. Se supone (lo que, en este momento, sólo es verdad en parte) que las propiedades del agua pueden deducirse de las del oxígeno e hidrógeno y del modo como se combinan para formar las moléculas de agua; de modo que, por medio del análisis, hemos obtenido leyes, causales que son, desde luego, más verdaderas y más importantes que las que el sentido común pudiera obtener, suponiendo que todas las partes del agua son agua.

Podemos decir que éste es el mérito característico del análisis, según se práctica por la ciencia; él nos permite llegar a una estructura tal que las propiedades del complejo puedan ser deducidas de las que tienen las partes (1). Y nos permite también llegar a obtener leyes que son permanentes, no meramente temporales y aproximadas. Verdad es que esto es un ideal, sólo parcialmente realizado al presente, pero el grado de comprobación es de sobra suficiente para constituir una justificación de la ciencia, al construir el mundo con unidades minúsculas.

De lo que hemos dicho sobre la sustancia sacamos la con-

(1) El Dr. C. D. Broad en la obra *The Mind and its Place in Nature* insiste en lo que él llama propiedades "emergentes" de los complejos, es decir, en aquellas que no pueden deducirse de las propiedades y relaciones de las partes. Yo creo que las propiedades "emergentes" representan únicamente el incompleto estado de la ciencia y que no existirían en la física ideal. Es difícil adelantar ningún argumento concluyente en uno u otro sentido, respecto al carácter último de las propiedades aparentemente "emergentes", pero estimo que mi opinión está apoyada por ejemplos tales como la explicación de la química en términos de física, por medio de la teoría de Rutheford-Bohr acerca de la estructura atómica.

clusión de que la ciencia tiene que referirse a grupos de “acontecimientos” más que a “cosas” que tengan “estados” cambiantes. Esta es también la conclusión natural, que se deriva de la sustitución del espacio y del tiempo por el espacio-tiempo. La antigua noción de sustancia tuvo una cierta justificación, mientras pudimos creer en un tiempo cósmico y en un espacio cósmico; pero no la tiene tan fácil cuando adoptamos el armazón del espacio-tiempo cuatridimensional. Supondré, por tanto, de aquí en adelante que el mundo físico tiene que construirse con “acontecimientos”, con cuya palabra distingo prácticamente, como he explicado ya, las entidades o estructuras que ocupan una región del espacio-tiempo pequeña en sus cuatro dimensiones. Los “acontecimientos” pueden tener una estructura, pero es conveniente utilizar la palabra “acontecimiento” en el sentido estricto, significando algo que, si tiene alguna estructura, no tiene estructura de espacio-tiempo; es decir: no tiene partes que son exteriores unas respecto a otras en el espacio-tiempo. No supongo que un acontecimiento pueda siempre ocupar solamente un punto del espacio-tiempo; en el próximo capítulo nos ocuparemos de la construcción de “puntos” fuera de los acontecimientos de extensión finita. Ni tampoco atribuyo el máximo de duración a un acontecimiento, aunque sostengo que cualquiera de ellos, que, en sentido general, dura más de un segundo aproximadamente, puede, si es una percepción, ser analizado en una estructura de acontecimientos. Pero esto es meramente un hecho empírico.

Hay algunos principios puramente lógicos, que resultan útiles en relación con la estructura. Cuando estudiamos entidades lógicas de las cuales, según explicamos en la segunda parte, no conocemos otra cosa que la estructura, podemos decir que conocemos las ecuaciones, pero no lo que ellas significan; todas las interpretaciones son igualmente legítimas si nos conducen a los mismos resultados, en lo que respecta a las percepciones. Pongamos un ejemplo: supongamos que tenemos un conjunto de proposiciones, acerca de un electrón, al que llamaremos E. Según la lógica de sujeto a pre-

dicado y de acuerdo con la teoría de que la materia es una sustancia, habrá una cierta entidad E , que vendrá mencionada en todas las afirmaciones que hagamos sobre este electrón. Si seguimos la teoría que resuelve un electrón en una serie de acontecimientos, las proposiciones en cuestión sufrirán un análisis diferente. Suponiendo una cierta sencillez esquemática, podemos exponer la cuestión como sigue: existe una cierta relación, R , que a veces tiene lugar entre acontecimientos y cuando se da entre x e y se dice que x e y son acontecimientos en la biografía del mismo electrón. Si x pertenece al campo de R , con la frase "el electrón al que x pertenece" queremos significar la relación R con su campo limitado a términos pertenecientes a la familia R de x , y la familia R de x consta de x , y de los términos que tienen la relación R con x , y de los términos con que x tiene la relación R . La expresión "este electrón" significará "el electrón a que esta pertenece". "Un electrón" significará "una serie en que hay una x tal que la serie es el electrón a que x pertenece". Para poder mencionar algún electrón particular necesitamos tener la posibilidad de mencionar algún acontecimiento con él relacionado, por ejemplo el centelleo que produce al golpear contra una pantalla adecuadamente dispuesta. Así, pues, en vez de decir "el acontecimiento z ocurrió en el electrón E " diremos "el acontecimiento z le ocurrió al electrón a que x pertenece" o más sencillamente " z pertenece a la familia R de x ". Las propiedades formales de la función proposicional " z pertenece a la familia R de x " (siendo R constante) son las mismas que las de " z pertenece al electrón E ". Si deseamos que dos electrones cualesquiera se excluyan mutuamente, en el sentido de que ningún mismo acontecimiento pueda ocurrir a los dos, podemos asegurarnos de ello suponiendo, que si x tiene la relación R (o la relación inversa) respecto a y , tanto como respecto a z , y pertenecerá entonces a la familia R de z . Si no deseamos esto no haremos dicha suposición acerca de R . Es la identidad en las propiedades formales la que permite sustituir una función proposicional por otra. Siempre que apuntemos cual-

quier nueva idea sobre la estructura, deberemos asegurarnos de que no falsea ninguna de las antiguas fórmulas, aunque aporte alguna nueva interpretación de las mismas.

Quizá sea útil exponer otro ejemplo más puramente lógico. Parece natural decir que cualquier mancha de color dada representa una cualidad, esto es: que cuando nosotros decimos “esto es rojo” estamos manifestando que “esto” tiene una característica, que no podemos expresar de otro modo que por un predicado, suponiendo por el momento que el “rojo” existe únicamente para una sola mancha de color. Pero aunque este *puede ser* el punto de vista exacto, no hay necesidad lógica alguna de dar por supuesto que lo sea. Podemos definir una misma clase de color de este modo: “todas las superficies coloreadas que tienen una semejanza exacta de color respecto a una superficie dada”. De esta forma la frase “esto tiene el color *C*” queda reemplazada por esta otra: “esta es una de las clases de entidades que tienen una completa semejanza de color con *x*”, y la de “*C* es un color” será reemplazada por “*C* es la clase de todas las entidades que tienen una completa semejanza de color con una entidad dada”. En este caso sería imposible concebir hechos que pudieran dar una razón de preferencia sobre una forma de exposición respecto a otra, puesto que cualquier hecho averiguable puede interpretarse igualmente bien en una u otra teoría.

Nos encontramos, en realidad, con algo más o menos parecido a la arbitrariedad de coordenadas en la teoría general de la relatividad. Con tal de que nuestros símbolos tengan la misma interpretación, siempre que se apliquen a las percepciones, su interpretación, en todo lo demás, es arbitraria, puesto que, en tanto que las fórmulas sigan siendo las mismas, la *estructura* que afirmamos es la misma, cualquiera que sea la interpretación que le demos. La estructura, y sólo ella, es lo único que afirmamos en las fórmulas, en que el significado de los términos permanece desconocido, pero los símbolos puramente lógicos tienen significados definidos (véase capítulo XVII). Incluso los símbolos puramente lógicos

son arbitrarios en un cierto grado limitado, según vimos en el precedente ejemplo de los colores. Pero, con frecuencia, cuando necesitamos relacionar hechos pertenecientes a diferentes regiones, encontramos que una interpretación es mucho más sencilla que otra. A menudo, también, una interpretación implica menos deducciones que otra y por ello parece menos verosímilmente inexacta. Estos son los motivos principales a que obedece la preferencia por cualquier interpretación de los símbolos que encontramos en la física matemática.

LA CONSTRUCCION DE PUNTOS (1)

El objeto de este capítulo ha sido ya tratado con maravillosa ingeniosidad por el doctor Whitehead, a quien se debe la concepción completa de un método, por el cual se llega a “puntos” como sistemas de acontecimientos de extensión finita. Para defender este método no es necesario adoptar la idea de que los puntos matemáticos son *imposibles* como simples entidades (o “particularidades”); todo lo que se precisa sostener es que nosotros carecemos de base adecuada para considerarlos como tales. Lo que sabemos de los puntos es que son técnicamente útiles, tan útiles, que tenemos que escoger una interpretación de las proposiciones, en la que aparezcan simbólicamente. Pero no existe motivo alguno para negar la existencia de estructura en los puntos; por el contrario, hay dos motivos para atribuírsela. Uno es el conocido argumento de la navaja de Occam: nosotros podemos hacer estructuras, que tengan las propiedades matemáticas de los puntos, siendo la suposición de que hay puntos en cualquier otro sentido, una ingerencia inútil para

(1) En este capítulo y en el siguiente debo mucho a la crítica y sugerencias del Sr. M. H. A. Newman, del St. John's College de Cambridge, a quien no debe, sin embargo, hacerse responsable del contenido de los mismos; por el contrario, estoy persuadido de que él hubiera podido construir una teoría mucho mejor que la que yo expongo en lo que sigue.

la ciencia y no garantizada por principio alguno, lógico o científico. El otro argumento es mucho más difícil de exponer, pero cuanto más se estudia la construcción lógica, más fuerza nos inclinamos a atribuirle. Se basa en una máxima que podría enunciarse como un suplemento de la navaja de Occam: "Lo que es lógicamente conveniente tiene gran probabilidad de ser artificial." Para mí, personalmente, el primer ejemplo fue la definición de los números reales. Los matemáticos han encontrado conveniente suponer que todas las series de racionales tienen límites, aunque, no obstante, algunas no tengan límites *racionales*. Por tanto, aquéllos postulan límites irracionales, que suponen homogéneos con los racionales. Aunque el método de las figuras de Dedekind les era familiar, nadie pensó en decir: un irracional es una figura de Dedekind o, por lo menos, su porción inferior. Con todo, esta definición resuelve todas las dificultades. Tenemos ahora relaciones primarias (que no pueden ser irracionales) y, después, segmentos de las series de razones. Los segmentos que tienen un límite son racionales, los segmentos que no lo tienen, irracionales. La raíz cuadrada de 2 es la clase de relaciones, cuyo cuadrado es menor que 2. Los segmentos de las series de relaciones son "números reales": las series de números reales tienen tanto la continuidad de Dedekind como la Cantoriana. Esta forma resulta matemáticamente conveniente, pero su estructura lógica es más compleja que la de las series de razones. El análisis lógico de las matemáticas suministra muchos ejemplos de este procedimiento, tales como la construcción de puntos, líneas y planos "ideales", a que aludimos en el capítulo XX.

Se verá que la frase, "lo que es lógicamente conveniente es artificial" no expresa lo que queremos decir con la precisión que sería de desear. Lo que queremos decir es: dado un conjunto de términos poseedores de propiedades que *sugieren* ciertas otras propiedades generales matemáticas (o lógicas), pero que están sujetos a excepciones con respecto a las mismas, es una equivocación postular otros términos, lógicamente homogéneos con el conjunto primitivo, y tales

que eviten las excepciones; el procedimiento adecuado es buscar estructuras lógicas, compuestas de los términos originales y que posean siempre las propiedades matemáticas en cuestión. Se encontrará que, siempre que la suposición de dichas propiedades ha resultado útil, el procedimiento es generalmente posible.

Partiendo de los acontecimientos, existen muchos caminos para llegar a los puntos. Uno es el método adoptado por el doctor Whitehead, en el cual consideramos "acontecimientos incluidos". Hablando claramente, podemos decir que este método define un punto como todos los volúmenes que el mismo contiene. (Las sutilezas de que hace uso el método son necesarias para evitar que esta definición resulte circular y también para distinguir un conjunto de volúmenes, que tienen sólo un punto en común, de los que tienen en común una superficie o una línea.) Como pieza de lógica este método es irreprochable. Pero como método que aspira a partir de los elementos reales constitutivos del mundo, creo que adolece de algunos defectos. El doctor Whitehead supone que todo acontecimiento incluye y está incluido en otros. No existe, por tanto, para él, límite inferior o mínimo ni límite superior o máximo respecto a la magnitud de los acontecimientos. Cada una de estas suposiciones requiere el debido examen.

Empecemos por la ausencia de límite inferior o mínimo. Aquí nos enfrentamos con un problema de hecho, que puede concebirse sea resuelto en contra del doctor Whitehead, pero que es imposible de concebir que sea resuelto en su favor. Los acontecimientos, que nosotros podemos percibir, tienen todos una cierta duración, es decir, que son simultáneos con otros acontecimientos que no lo son entre sí. No solamente son todos ellos, en este sentido, finitos, sino que todos se encuentran por encima de un límite posible de fijar. No sabemos cuál puede ser el acontecimiento perceptible más corto posible, pero éste es un problema que puede resolver un laboratorio de psicología. Carecemos, por tanto, de evidencia empírica directa de que no hay mínimo para los aconteci-

mientos. Ni tampoco podemos tener evidencia empírica indirecta, puesto que un proceso, que se desenvuelve por diferencias finitas muy pequeñas, es sensiblemente indistinguible de un proceso continuo, según se demuestra en el cinematógrafo. *Per contra*, puede haber evidencia empírica, como sucede en la teoría de los *quanta*, de que los acontecimientos no pueden tener una extensión espacio-temporal por debajo de un cierto mínimo. Por ello, la hipótesis del doctor Whitehead parece atrevida. Al mismo tiempo es preciso evitar una confusión: el espacio-tiempo puede ser continuo, incluso si existe un límite inferior para los acontecimientos. Supongamos que cada acontecimiento elemental llena un cubo cuatridimensional, es decir, un centímetro cúbico, que dura el tiempo que la luz tarda en recorrer un centímetro de distancia, y supongamos, inversamente, que todo cubo cuatridimensional, como el que acabamos de describir, está ocupado por un acontecimiento. El espacio-tiempo de un mundo tal sería continuo, aceptando algunos axiomas convenientes, aunque los acontecimientos tuvieran un mínimo. E inversamente, la ausencia de mínimo para aquéllos no asegura la continuidad espacio-temporal. Las dos cuestiones son, por consiguiente, totalmente diferentes.

Llegamos a la conclusión de que actualmente no hay medios de conocer si los acontecimientos tienen un mínimo o no; de que nunca puede haber una evidencia concluyente contra la posibilidad de que tengan un mínimo, pero que es posible que más adelante encontremos una evidencia concebible en favor de la existencia de aquél. Queda por examinar la cuestión del máximo.

En el problema del máximo de los acontecimientos los argumentos son más bien lógicos que empíricos. En cierto sentido, puede llamarse un acontecimiento a cualquier serie de ellos; la batalla de Waterloo, por ejemplo, podría contarse como un único suceso. Pero en un acontecimiento complejo de esta clase hay partes, que guardan entre sí relaciones espacio-temporales o causales; ninguna entidad simple, desprovista de estructura física, persiste durante el período to-

tal. Quiero decir con esto que nada de lo que haya sido simultáneo con algo de lo ocurrido durante la batalla de Waterloo, puede ser un complejo de partes en que todas no sean simultáneas entre sí. Si hemos de llamar o no “acontecimiento” a un tal complejo de partes, es sólo una cuestión de palabras. Pero si nuestro objeto es exponer la estructura del mundo físico, es claro que debemos distinguir los objetos, que poseen estructura física, de los que son sólo partes componentes de dichas estructuras. Por ello es conveniente dar un nombre a las últimas. El nombre que utilizaremos será “acontecimiento”. Pero no nos aventuraremos a decir que un “acontecimiento” no debe tener una estructura. Supondremos solamente que cualquier estructura que pudieran tener, es ajena tanto a la física como a la psicología; en otras palabras: que sus partes, si las tiene, no tienen relaciones científicamente distinguibles, con otros objetos. Cuando la palabra “acontecimiento” se emplea en este sentido, es manifiesto que, hasta donde llega nuestra experiencia ningún acontecimiento puede durar más que algunos segundos como máximo. No hay razón *a priori* por la cual deba suceder así: se trata meramente de un hecho empírico. Pero creo que la fraseología que lo oscurece sólo puede llevar a la confusión.

Las razones que preceden me impiden aceptar la construcción de puntos del doctor Whitehead por medio de series incluidas, como solución adecuada al problema que pretende resolver. Este problema es: descubrir estructuras, que tengan ciertas propiedades geométricas y estén formadas por la materia prima del mundo físico.

Existe otro método, que pudiéramos llamar del “solapamiento parcial”. En mi obra *Knowledge of the External World* (Conocimiento del mundo exterior) aplico este método a la definición de instantes. Es fácil ver que es adecuado para este fin en psicología, en donde tenemos un orden de tiempo unidimensional, que continúa adoptándose a pesar de la relatividad. Pero en física lo que tenemos que definir es el “punto-instante”, es decir, una posición completamente de-

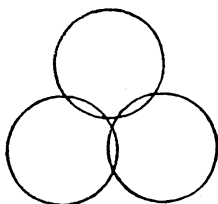
finida en el espacio-tiempo, no únicamente en el espacio o únicamente en el tiempo. Aquí el método sólo resulta aplicable con modificaciones apropiadas. Sin embargo, debemos ante todo exponerlo en la forma en que se aplica a las series temporales uni-dimensionales psicológicas.

Suponemos que dos acontecimientos pueden tener una relación que llamaremos “co-presencia”. lo que prácticamente quiere decir que se solapan en el espacio-tiempo. Tenemos, por ejemplo, las notas emitidas por diferentes instrumentos de una orquesta; si se oye el comienzo de una antes de que haya cesado de oírse otra, las percepciones auditivas del que escucha tienen “co-presencia”. Si en un grupo de acontecimientos de una biografía son todos compresentes entre sí, existirá algún lugar en el espacio-tiempo que esté ocupado por todos ellos. Este lugar será un “punto”, si no existe acontecimiento fuera del grupo que es co-presente con todos ellos. Podemos, por lo tanto, definir un “punto-instante” o simplemente un “punto” en una biografía, como un grupo de acontecimientos que tiene las dos propiedades siguientes:

(1) Dos miembros cualesquiera del grupo son co-presentes.

(2) Ningún acontecimiento de fuera del grupo es co-presente con cualquier miembro de éste.

Cuando pasamos a considerar más de una dimensión, este método no resulta ya aplicable. Tomemos, por ejemplo, los tres círculos de la figura adjunta; cada uno se solapa

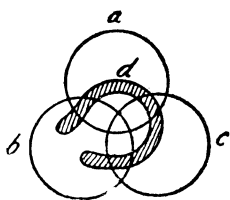


con los otros dos; pero no hay ninguna región común a los tres. Si tratamos de evitar esto (como creo que puede hacerse) partiendo, en dos dimensiones, con una relación de *tres* acontecimientos, que es la que tiene lugar cuando los tres tienen una región en común, nos encontraremos aún con dificultades. Los tres círculos,

a, *b*, *c*, tienen una región común y el área sombreada *d* tiene una región común con *a* y *b* y también con *a* y *c* y *b* y *c*;

sin embargo, a , b , c y d no tienen región en común. Por tanto, aunque los acontecimientos tengan formas tan extrañas como d , nuestra nueva relación de tres términos no nos permitirá a pesar de ello definir un “punto”.

Como el problema de que estamos tratando pertenece al *analysis situs*, en el cual estudiamos solamente las propieda-



des de las figuras que no son afectadas por una deformación continua, no podemos afirmar sencillamente por adelantado que ningún acontecimiento debe tener forma extraña. Pero antes de intentar resolver esta dificultad será bueno considerar ciertos puntos de *analysis situs*, que nos mostrarán cuáles son los requisitos que

debe cumplir una solución a nuestro problema. En el *analysis situs* partimos de dos concepciones: la de un punto y la de las “cercanías de un punto dado”, consistiendo esta última en una colección de puntos. Ciertas definiciones obtenidas sobre esta base podrán quizá ser útiles. Las que siguen son debidas a Leopoldo Vietoris (1).

Si M es un conjunto de puntos, un punto p se dice que es un “Häufungspunkt” de M , si en cada cercanía de p hay otro punto además de p .

Dos conjuntos de puntos se “tocan entre sí en un punto p si p pertenece a uno de ellos y es un Häufungspunkt del otro.

Un conjunto de puntos M es “continuo desde a hasta b ” si contiene a y b y si dos partes cualesquiera de él, cuya suma sea M y de las cuales una contenga a y la otra b , se tocan entre sí (por lo menos en un punto).

Un conjunto de puntos M es un “Linienstück”, desde a a b , si es continuo desde a hasta b , pero no ninguna de sus partes propias.

(1) “Stetige Mengen”.—*Monatshefte für Mathematik und Physik*, XXXI-1921, págs. 173-204.

Hausdorff (1) ha definido un espacio "métrico" y un espacio "topológico" en los siguientes términos:

Un espacio métrico es un múltiple tal, que con dos puntos cualesquiera x, y , va asociado un número real, no negativo $x y$, que tiene las tres siguientes propiedades (a) $y x = x y$; (b) $x y$ es solamente cero cuando x e y son idénticos; (c) $x y + y z$ es mayor o igual a $x z$ (2).

Un espacio topológico es un múltiple, cuyos elementos x están asociados con subclases Ux de aquél, de modo que:

(A) A cada x corresponde, por lo menos una Ux , y toda Ux contiene x .

(B) Si Ux, Vx , son ambos cercanos de x , hay una cercanía de x , sea Wx , que está contenida en la parte común de Ux y Vx .

(C) Si y es un miembro de Ux , hay una cercanía de y , que está contenida en Ux .

(D) Dados dos puntos distintos cualesquiera, existe una cercanía de uno y otra del otro, tales que las dos carecen de punto común (3).

Para poder aplicar los métodos corrientes de límites a un espacio topológico, Hausdorff recurre a un "Abzählbarkeitsaxiom" o "axioma denumerativo", dos de los cuales formula (página 263), siendo el primero de ellos el más inconsistente y para ciertos fines insuficiente. El primero dice que el número de cercanías de un punto dado nunca es mayor que $\div_0$; el segundo afirma que el número total de cercanías de todos los puntos es a un tiempo $\div_0$. El segundo axioma basta para todos los razonamientos corrientes, sin necesidad de introducir ninguna idea métrica.

P. Urysohn (4) ha demostrado que todo espacio topológico que satisface el segundo axioma de Hausdorff o de-

(1) *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig, 1914.

(2) *Ib.*, pág. 211.

(3) *Ibid.*, pág. 213.

(4) "Zum Metrisationsproblem", *Math. Annalen*, 94 (1925), páginas 309-315.

numerativo, y que tiene además otra propiedad (que él llama "normalidad") (1) es metrizable.

Estos son los dos puntos principales de *analysis situs* que importan para la solución de nuestro problema.

Por el momento no necesitamos tratar de propiedades métricas, sino solamente de aquellas que pertenecen a los espacios "topológicos". En virtud del teorema de Urysohn será posible introducir uno métrico, si podemos construir el tipo adecuado de espacio topológico. Pero cuando es posible un métrico lo son también un infinito número de ellos. El métrico, de que en la práctica se hace uso en la teoría de la relatividad, se introduce por razones empíricas y utiliza una relación cuantitativa que podríamos llamar grado de proximidad causal. La existencia de esta relación no viene obligada por nada de lo que hasta el presente hemos referido. Además el múltiple métrico, que se requiere en física, no es un "espacio métrico" según la definición de Hausdorff que hemos dado anteriormente, puesto que el intervalo en relatividad no satisface a las condiciones (b) y (c), que la distancia posee en la citada definición. No obstante, en lo que se refiere a las consideraciones topológicas, podemos sin inexactitud apreciable asignar a las pequeñas regiones las propiedades topológicas que poseen las pequeñas regiones del espacio euclidiano de corta duración, es decir: las series continuas de pequeñas regiones de espacio euclidiano, que resultan geoméricamente indistinguibles entre sí.

En el *analysis situs* se nos dan tanto los puntos como las cercanías. Por otra parte nosotros deseamos definir nuestros puntos en términos de "acontecimientos", teniendo

(1) Llama "normal" a un espacio topológico cuando dos múltiples cerrados sin solapa cualesquiera A y B pueden ser separados en dos regiones también sin solapa G_A , G_B , que respectivamente los contienen y que carecen de puntos de contorno H página 310 y Hausdorff *op. cit.*, p. 215. Un punto de contorno en un conjunto de ellos es aquel que tiene una cercanía que no es una subclase de dicho conjunto.

estos una correspondencia unilateral con ciertas cercanías. Nosotros deseamos que nuestros "acontecimientos" se correspondan con cercanías, que estén por encima de un cierto mínimo y por debajo de un cierto máximo al introducir, en un desarrollo posterior, el métrico empírico. Tenemos que asignar a nuestros acontecimientos propiedades tales que nos permitan definir los puntos de un espacio topológico, como si fueran clases de acontecimientos y las cercanías de los puntos como si fueran clases de puntos. Pero hemos de recordar que nuestro deseo no es meramente el construir un espacio topológico; lo que queremos construir es el espacio-tiempo cuatridimensional de la teoría general de la relatividad.

El siguiente ejemplo nos servirá para plantear el problema. Consideremos un espacio numérico euclidiano tridimensional, es decir, el conjunto de todas las triadas ordenadas de números reales (x, y, z) con la definición corriente de distancia. Consideremos en este espacio todas las esferas que tienen un radio dado y cuyos centros tienen coordenadas racionales. El número de estas esferas es $\div$. Definamos un grupo de estas esferas, llamándole "co-puntual" siempre que cualesquiera otras cuatro, que pudieran escogerse fuera del grupo, tuvieran una región común y definamos un grupo co-puntual llamándole "puntual" si es imposible de ampliar sin dejar de ser co-puntual. Supuesto esto, tendremos una correspondencia unilateral entre los puntos primitivos de nuestro espacio y los grupos puntuales de esferas. En consecuencia, estos últimos formarán un espacio euclidiano. Si las esferas se distorsionan en cualquier forma continua, aun nos permitirán construir grupos puntuales en la misma forma y el conjunto de grupos puntuales gozará aún de todas las propiedades topológicas, que posee un espacio euclidiano tridimensional. Por eso si hemos de utilizar este método de construcción de puntos fuera de los "acontecimientos", precisamos suponer que, en el espacio resultante, hay un métrico posible, según el cual los puntos de que un acontecimiento dado es un miembro for-

man siempre un volumen esférico. Aunque esto se expresa en lenguaje métrico, se trata en realidad de una propiedad topológica, puesto que no es afectada por una deformación continua. Debe ser posible expresarlo en un lenguaje no-métrico, aunque debo confesar que carezco de la necesaria preparación para hacerlo.

Propongo, pues, admitir que los acontecimientos ocupan regiones de espacio-tiempo que, en algún métrico posible, son esferas, en cuanto se relaciona con sus dimensiones espaciales, y están comprendidos entre un cierto máximo y un cierto mínimo, en cuanto se relaciona con su dimensión de tiempo. La región "ocupada" por un acontecimiento es la clase de puntos de los cuales es miembro.

Tomamos como relación fundamental en la construcción de puntos una relación de "co-puntualidad" de cinco términos, que existe entre cinco acontecimientos, cuando hay una región común a todos ellos. Se dice que un grupo de cinco o más acontecimientos es "co-puntual", cuando cualesquiera otros cinco que se escojan fuera del grupo tienen la relación de co-puntualidad.

Un "punto" es un grupo co-puntual, que no puede ampliarse sin dejar de ser co-puntual.

Para demostrar la existencia de los puntos así definidos basta suponer que todos los acontecimientos (o por lo menos los acontecimientos co-puntuales con un grupo co-puntual dado de cinco) pueden ser convenientemente ordenados. Si es verdadero el axioma de Zermelo, este debe ser el caso; de lo contrario, será preciso admitir cierta limitación en el número de acontecimientos. Los argumentos del doctor H. M. Scheffer primero y los de F. P. Ramsey después, me han llevado a la convicción de que el citado axioma es verdadero; me encuentro, pues, más dispuesto que lo estaba antes a aceptar que los acontecimientos pueden admitir un orden adecuado.

Para demostrar que todo acontecimiento es miembro por lo menos de un punto, procedemos como sigue, suponiendo la existencia de quintetos co-puntuales.

Sea P una serie bien ordenada cuyo campo está constituido por todos los acontecimientos. Pongamos:

$$P = (x_1, x_2, \dots x_n, \dots x_\omega, x_\omega + 1, \dots, x_\nu, \dots)$$

Sea a, b, c, d, y_1 un quinteto co-puntual. Si y_1 es el único acontecimiento co-puntual con a, b, c, d , la clase cuyos únicos miembros sean a, b, c, d, y_1 es un punto, según la definición. Por otra parte, si hay otras x además de y_1 que son co-puntuales con a, b, c, d, y_1 , pongamos que sea y_2 la primera de ellas. Si no hay ninguna x además de y_1 e y_2 , que sea co-puntual con a, b, c, d, y_1 e y_2 , entonces a, b, c, d, y_1 e y_2 formarán un punto. De otro modo, si y_3 es la primera x , además de y_1 e y_2 , co-puntual con $a, b, c, d, y_1, y_2, y_3$, deberá ser posterior en la serie P a y_2 . Si este proceso llega a un término con y_n , entonces $a, b, c, d, y_1, y_2, \dots y_n$ juntos formarán un punto. Si no llega a un término con ninguna n finita, puede ocurrir que ninguna x fuera de la serie $(y_1, y_2, \dots y_n)$ sea co-puntual con a, b, c, d , y todas las y ; en tal caso, a, b, c, d y dichas y formarán un punto. Pero si hay otras x , además de las y , que sean co-puntuales con todas ellas, pongamos que sea y_ω la primera de aquéllas. Entonces y_ω será posterior en la serie P a todas las y finitas. Seguiremos en esta forma tan lejos como sea posible haciendo uso de dos principios: 1.º dada una serie de y terminada en y_ν , $y_\nu + 1$ será la primera x de la serie P después de y_ν co-puntual con el grupo de todas las y precedentes. 2.º dada una serie de y que carece de último término, tomaremos como y siguiente la primera x en la serie P , que se encuentre después de todas las y hasta entonces seleccionadas y que sea co-puntual con todas ellas. Si en alguna de estas extensiones nos encontramos con que no hay esta x , las y seleccionadas formarán un punto. Ahora bien, este proceso puede terminar más pronto o más tarde; con las y (excepto la y_1) se forma una serie ascendente, escogida entre la P y,

por tanto, más pronto o más tarde no habrá α posteriores a todas las γ previamente seleccionadas. En este caso, si no antes, a, b, c, d y las γ ya seleccionadas formarán un punto. De aquí que siempre que los acontecimientos puedan ser bien ordenados, todo acontecimiento resultará ser miembro de un punto, por lo menos siempre que todo acontecimiento sea miembro de un quinteto co-puntual. El hecho subsiste, si solamente suponemos que todos los acontecimientos co-puntuales con un quinteto dado pueden ser bien ordenados.

Tomemos una clase cualquiera de acontecimientos α y sea $R(\alpha)$ la clase de aquellos acontecimientos que son co-puntuales con α . Tendremos entonces, por definición, que α es un punto, si $\alpha = R(\alpha)$. La condición necesaria y suficiente para que todos los miembros de α tengan un punto en común es que α se encuentre contenida en $R(\alpha)$. Esta condición es necesaria, porque si δ es un punto α está contenida en δ , se sigue que $R(\delta)$ está contenida en $R(\alpha)$ y que $\delta = R(\delta)$, de modo que α está contenida en $R(\alpha)$. La demostración de que es suficiente es más larga; a continuación la exponemos.

Si $\alpha = R(\alpha)$, α será un punto. En caso contrario indiquemos con $S(\alpha)$ la parte de $R(\alpha)$ que está fuera de α . Utilizando otra vez la serie P de todos los acontecimientos, sean:

z_1 = el primer miembro de $S(\alpha)$ en el orden P .

$\zeta_1 = \alpha$ en unión de z_1 .

z_2 el primer miembro de $S(\zeta_1)$ en el orden P .

$\zeta_2 = \zeta_1$ en unión de z_2 .

$\zeta_\omega = \alpha$ en unión de todas las z finitas.

z_ω = el primer miembro de $S(\zeta_\omega)$ en el orden P .

y así sucesivamente, hasta donde sea posible. Si $\mu < \nu$, z_μ precederá a z_ν en el orden P . De aquí que, como antes, deba llegar un extremo en que no sea posible de construir ninguna nueva z . Si ζ es la clase formada de α y de todas las z , que el método nos ha producido, ζ será un punto. Porque:

1.º todos los quintetos en ζ son co-puntuales por construcción; 2.º un término co-puntual con todos los cuartetos de ζ no puede ser posterior a todas las ζ , porque si existiera un término que lo fuese nos sería posible construir más z ; 3.º un término tal no puede ser anterior a cualquier miembro de ζ porque, si lo fuera, hubiera sido escogido como z al llegar a este punto de la construcción. Por tanto, ningún acontecimiento, fuera de ζ , es co-puntual con cada uno de los cuartetos de ζ . Por consiguiente, ζ es un punto.

Decir que un conjunto de acontecimientos tiene un punto en común equivale a afirmar que el referido conjunto es una parte (o la totalidad) de la clase que es el punto. Inversamente, un conjunto de acontecimientos puede contener una subclase que es un punto; la condición necesaria y suficiente para ello es que $R(x)$ esté contenida en α , siendo α el conjunto en cuestión. La demostración se hace, exactamente, como antes, haciendo ahora que $S(\alpha)$ signifique la parte de α que no está contenida en $R(x)$.

Se dice que un grupo de acontecimientos α es "co-puntual", si α está contenida en $R(x)$ y un "punto" será un grupo co-puntual cuando no pueda aplicarse sin dejar de ser co-puntual.

Debemos señalar algunas propiedades puramente lógicas de los puntos. Dadas dos clases cualesquiera α y β , si α está contenida en β , $R(\beta)$ está contenida en $R(\alpha)$. De aquí que si α y β son puntos y α está contenida en β , α y β serán idénticos, porque en este caso $R(\beta)$ y $R(\alpha)$ son respectivamente idénticos a β y α y por ello si α está contenida en β , β está también contenida en α y en consecuencia α y β serán idénticos.

Todo grupo co-puntual de acontecimientos contiene, por lo menos, un punto. Esto ha sido ya demostrado, puesto que decir que α es un grupo co-puntual equivale a decir que α está contenida en $R(x)$.

Conviene tener en cuenta que, en general, existe un cierto número de puntos, de los cuales cualquier aconte-

cimiento dado es miembro. Tales conjuntos de puntos llenarán una "región", pero no toda región constará del conjunto de puntos a los cuales puede pertenecer cualquier acontecimiento. Este tema, sin embargo, no puede ser abordado, hasta que hayamos estudiado el orden de espacio-tiempo.

CAPÍTULO XXIX

EL ORDEN DE ESPACIO-TIEMPO

En el presente capítulo me propongo exponer el modo de desarrollar el orden de espacio-tiempo, en el sentido en que lo supone la teoría general de la relatividad, sin recurrir a ningún otro elemento, fuera de los utilizados en el capítulo precedente y aparte de unas pocas hipótesis del tipo de las que pueden formularse en el *analysis situs*.

Las transformaciones de coordenadas, que son admisibles en el análisis de tensores, no son ilimitadas; son solamente aquellas que dejan sin cambio alguno las relaciones de cercanía (1). Es decir, que un pequeño desplazamiento en un sistema de coordenadas debe corresponder a un pequeño desplazamiento en cualquier otro. Esto obliga a que, independientemente de consideraciones métricas, los acontecimientos en el espacio-tiempo tengan ciertas relaciones de orden. Debe ser posible, en ciertas circunstancias, decir que A está más cerca de B que de C , sin presuponer ninguna medida cuantitativa de distancia. Debe ser posible construir líneas a lo largo de las cuales exista un orden definido, pero debe ser imposible distinguir ciertas líneas como "rectas". Una curva cerrada podrá distinguirse de otra abierta; pero dos curvas abiertas no serán distingui-

(1) Para una geometría basada en la "cercanía", véase Hausdorff, *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig, 1914, cap. VII y VIII.

bles entre sí, siempre que no tengan singularidades. Generalmente podremos establecer de todos modos, proposiciones pertenecientes al *analysis situs* en una región suficientemente pequeña. Pero las proposiciones sobre una configuración, en la geometría que vamos a construir, serán solamente aquellas que permanecerían verdaderas, si dicha configuración se sometiera a cualquier género de deformación, que no infringiera la continuidad. Es esta geometría preordenada la que nos ocupará en el presente capítulo.

El orden que vamos a introducir es de dos clases: macroscópico y microscópico. Trataremos ante todo del primero.

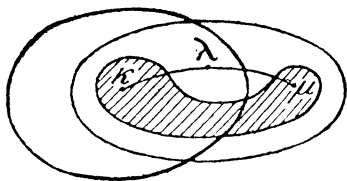
Observemos, para empezar, que los acontecimientos pueden dividirse en zonas con respecto a un acontecimiento dado. Primero están aquellos que son co-presentes con este último; después aquellos que no son co-presentes con él, pero sí con un acontecimiento co-presente con él, y así sucesivamente. La n -ésima zona constará de acontecimientos que pueden alcanzarse en n etapas, pero no en $n-1$, tomándose como "etapa" el paso de un acontecimiento a otro que es co-presente con él. Diremos que dos puntos están "conectados", cuando existe un acontecimiento que es miembro de ambos. El paso de un acontecimiento a otro por la relación de co-presencia puede ser sustituido por el paso de un punto a otro por medio de la relación de conexión. Así, pues, los puntos pueden agruparse también en zonas. Si hay un mínimo en la magnitud de los acontecimientos podemos suponer que es siempre posible pasar de un acontecimiento a otro por un número finito de "etapas". En este caso debe haber un número mínimo de etapas por las cuales se pueda realizar el paso; así, todo acontecimiento pertenecerá a alguna zona definida con respecto a un acontecimiento dado. Esto es útil indicarlo para la introducción del orden, porque podemos convenir en que la zona m -ésima debe estar más cercana al origen que la n -ésima, si $m < n$ de modo que sólo resta introducir el orden entre los miembros de una zona dada. E incluso en

este caso sólo deseamos establecer este orden, en la medida en que el *analysis situs* lo implica, no en aquella otra, más rígida, que viene implicada, por ejemplo, en la geometría proyectiva.

Cuando un acontecimiento puede alcanzarse, partiendo de otro, en n etapas, pero no en $n-1$, podemos considerar los acontecimientos intermedios como si formaran una especie de ruta geodésica cuantizada entre dichos dos acontecimientos.

En virtud de la precedente división en zonas, que puede efectuarse con respecto a cualquier punto como origen, podemos definir una región relativamente pequeña del espacio tiempo por medio de cuatro enteros, representantes del número de etapas en las cuales puede alcanzarse cualquier punto de la región, partiendo de cuatro puntos dados. Solamente dentro de una pequeña región de este tipo necesitamos, por tanto, hacer uso de métodos muy delicados, de orden microscópico, de los cuales trataremos ahora.

Dados dos puntos κ y λ designemos por " $\kappa \lambda$ " su producto lógico, es decir, los acontecimientos que son miembros de ambos o, dicho en lenguaje geométrico, los acontecimientos que se contienen en ambos. Es evidente que, si adoptamos sobre los acontecimientos los puntos de vista expuestos al principio del capítulo anterior, $\kappa \lambda$ será cero, a menos que κ y λ estén bastante próximos entre sí.



Según hemos establecido precedentemente, decimos que κ y λ están "conectados" cuando $\kappa \lambda$ no es cero. El orden microscópico se refiere sólo a puntos conectados. De todos modos empezaremos con el estudio de los mismos.

Diremos, pues, que " λ está entre κ y μ ", cuando se verifique que " κ, λ, μ sean puntos tales que $\kappa \mu$ no sea cero y constituya una parte integrante de $\kappa \lambda$ ". He aquí otra definición equivalente: " κ, λ, μ han de ser puntos tales que $\kappa \mu$ no

sea cero y esté contenida en λ , pero $\kappa\lambda$ no ha de estar contenida en μ ". Con ayuda de axiomas apropiados, el "entre", así definido, puede hacerse que conduzca al orden espacio-temporal, que la teoría general de la relatividad presupone, al hacer uso de coordenadas. Lo que nos dice la definición, traducido al lenguaje geométrico, es que todo acontecimiento, que contenga a la vez κ y μ , contiene λ , pero que no todo acontecimiento que contenga a la vez κ y λ , ha de contener μ .

No debemos creer que todos los puntos existentes entre otros dos estén situados en una línea; cada uno de ellos estará situado en *alguna* ruta corta, que una los puntos extremos, y entendiendo por ruta "corta" aquella que está compuesta totalmente de puntos entre los dos terminales; pero ninguno de aquéllos estará situado en *todas* las rutas cortas.

Antes de desarrollar las consecuencias formales de esta definición, será bueno considerar el sentido geométrico de la misma. En la figura que se acompaña, λ será el acontecimiento situado entre κ y μ , si existen acontecimientos que contienen a los tres, pero no habrá ninguno que contenga a κ y a μ sin contener a λ (representamos los acontecimientos por áreas). Ahora bien, si los acontecimientos pueden afectar a menudo formas irregulares, como el área rayada de la figura, parece que no hay probabilidades de que exista siempre un acontecimiento entre otros dos, según la definición dada. Supondré por tanto que podemos dibujar los acontecimientos sin ángulos entrantes u otras singularidades. Yo los imagino como si fueran todos ovals, pero formalmente sería exactamente lo mismo si todos fueran cubos cuatridimensionales, cualesquiera que fueran sus dimensiones, siempre que no difieran mucho entre sí y se encontraran todos por encima de un cierto mínimo. Estas representaciones gráficas se realizan más bien por la *importancia* de la teoría, que se está desarrollando, que por la exactitud de interpretación, que a ella pudieran aportar. En el capítulo anterior supusimos que los acontecimientos son tales que pueden representarse todos como esferas según un métrico posible. Formalmente podría-

mos haber supuesto igualmente bien que existe un métrico en que aquéllos son todos cubos. Es necesario, según vimos, admitir algún supuesto de esta clase, para que resulte adecuada nuestra definición de puntos. Las otras hipótesis, que se necesitan para asentar su veracidad, las formularemos explícitamente a medida que necesitemos introducirlas. Las introducidas hasta ahora en este capítulo y en el precedente son:

1.º La co-presencia es simétrica.

2.º Si definimos los “acontecimientos” como campos de co-presencia, todo acontecimiento será co-presente consigo mismo.

3.º Los acontecimientos pueden ser bien ordenados; o por lo menos, aquellos que son compresentes con un acontecimiento dado.

4.º Dos acontecimientos cualesquiera tienen una relación, que es una potencia finita de la co-presencia. (Esto es necesario para la división del espacio-tiempo en zonas.) En otras palabras, la relación ancestral, derivada de la co-presencia está conectada.

Diremos ahora que un grupo de puntos es “colineal”, si todo par del mismo está conectado y si toda triada α , β , γ tiene la propiedad de que o bien $\alpha \beta$ está contenida en γ o bien $\alpha \gamma$ está contenida en β . Diremos que un conjunto de puntos forma una “línea” cuando: 1.º sea colineal, 2.º no esté contenido en cualquier otro grupo colineal más amplio, que tenga las mismas extremidades. Se observará que esta definición es análoga a la de los puntos. Diremos que un grupo de acontecimientos es “co-puntual”, cuando todo quinteto del grupo es co-puntual y podemos definir entonces un grupo de acontecimientos diciendo que es un “punto” cuando: 1.º sea co-puntual, 2.º no esté contenido en cualquier otro grupo co-puntual más amplio. Este modo de establecer nuestras definiciones previas de “puntos” pone de manifiesto la analogía.

Las “líneas” que estamos definiendo no debe suponerse que sean “rectas”; esta cualidad es una noción totalmente

extraña a la geometría que estamos desarrollando. Quizá sería mejor llamarlas “rutas”; pero no hay inconveniente alguno en llamarlas “líneas”, siempre que recordemos que no se supone que sean rectas. Por el momento, no hemos de tratar de las líneas, sino solamente de grupos colineales de puntos.

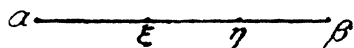
Llamaremos “ α -colineal” a un grupo de puntos si: 1.º todo par del grupo está conectado; 2.º dados dos cualesquiera, ξ , η , o bien ξ se encuentra entre α y η o bien η se encuentra entre α y ξ . Hemos de necesitar estos axiomas para demostrar que un grupo de puntos, como el que acabamos de describir, es colineal, no meramente α -colineal y que su orden es independiente de α . Es evidente que si ponemos ξ antes que η , en toda ocasión en que ξ está entre α y η , obtendremos un orden de serie para cualquier grupo de puntos que sea α -colineal. Pero para asegurarnos de que dicho orden será independiente de α , necesitamos establecer los tres axiomas siguientes:

1.º Si α , β , ξ , η son puntos y $\alpha\beta$ está contenida en $\xi\eta$ y $\alpha\eta$ está contenida en ξ , y ξ y η son diferentes, $\beta\eta$ no estará contenida en ξ .

2.º Si $\alpha\eta$ está contenida en ξ y $\beta\xi$ está contenida en η , $\alpha\beta$ está contenida en la suma de ξ y η . (Se sigue, desde luego que $\alpha\beta$ estará contenida en $\xi\eta$.)

3.º Si $\alpha\beta$ está contenida en η y $\alpha\eta$ está contenida en ξ , $\beta\xi$ estará contenida en la suma de α y η . (Se sigue, desde luego, que $\beta\xi$ estará contenida en η .)

Los efectos prácticos de estos tres axiomas son:



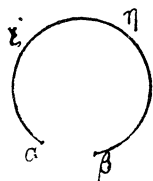
1.º Si ξ y η están entre α y β y ξ está entre α y η , ξ no estará entre β y η .

2.º Si ξ está entre $\alpha\eta$ y η está entre $\beta\xi$, ξ y η estarán entre α y β .

3.º Si η está entre α y ξ y β , y β está entre α y η , η estará entre β y ξ .

De estos axiomas podemos deducir que un grupo de puntos que es α -colineal es colineal. Y también que, dado un grupo de puntos α -colineales, si γ es uno de ellos, los puntos del grupo que se encuentren más allá de γ , partiendo de α , son γ -colineales y conservan el mismo orden, cuando se disponen con referencia a γ que cuando estaban dispuestos con referencia a α . Asimismo que, si β forma parte de un grupo de puntos α -colineales, aquellos puntos del grupo que estén entre α y β serán β colineales y tendrán, al disponerse con referencia a β , el orden inverso al que habían tenido cuando estaban dispuestos con referencia a α . Estas proposiciones muestran que disponemos de una definición satisfactoria de orden entre los puntos de un grupo colineal.

Los precedentes axiomas son lógicamente adecuados; pero mirados bajo el aspecto de afirmaciones de verdades físicas sobre los acontecimientos, podrán, quizá, parecer más o menos dudosos. Hemos de recordar que nuestras líneas no son rectas y pueden, por tanto, volver sobre sí mismas. No obstante, las rutas de muy grande curvatura están excluidas por nuestra definición de colinealidad. Tomemos, por ejemplo, una ruta como la representada en la figura. Podemos suponer que α , β , ξ , η , están todos conectados, pero que ξ y η no estarán entre α y β , según la definición, porque, evidentemente, un acontecimiento puede contener a α y β sin contener a ξ y a η . Así, pues, si queremos considerar la ruta precedente desde α β como si fuera, en *cierto sentido*, una línea, tendrá que serlo también en otro sentido más amplio, a saber: en el de que podrá dividirse en un cierto número de pequeñas partes finitas, cada una de las cuales es una línea. Y podrá considerarse que un grupo de puntos es colineal, en sentido general, si es capaz de admitir un orden de serie tal que cualquier trozo consecutivo de la serie, suficientemente pequeño, sea un grupo colineal, siempre que un trozo tal contenga no menos de cuatro puntos.



Con ayuda de otro axioma más, podremos ahora demos-

trar que cualquier progresión de puntos colineales, situados todos ellos entre otros dos puntos α y β debe tener un límite.

Sea nuestro grupo de puntos $x = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots \xi_n, \dots)$ situados todos ellos en una línea entre α y β en un orden de α a β . Sea σ la suma de todos los puntos en x (es decir, la clase de los miembros de x) y sea ω su producto, esto es: los acontecimientos que pertenecen a todos los miembros de x . Tendremos entonces que ω no será cero, porque $\alpha\beta$ está contenida en ella y α y β están conectadas (en virtud de la definición de colinealidad).

Supongamos que x_1 consta de todas las ξ excepto ξ_1, ξ_2 de todas las x_1 excepto ξ_2 , etc. Designemos por ω_1 los acontecimientos pertenecientes a todos los miembros de x_1 ; y sea λ la suma de todas las ω . Entonces λ constará de todos aquellos acontecimientos, que pertenecen a todas las ξ suficientemente lejanas, esto es: que decir que un acontecimiento es un miembro de λ es decir que existe una n tal, que el acontecimiento es un miembro de $\xi_n + m$ para todos los valores de m .

Se observará que $x_n + m$ está contenida en x_n y, por tanto, ω_n estará también contenida en $\omega_n + m$. De aquí se sigue que, si z, z' son dos miembros de λ , ha de existir una n tal que z, z' sean miembros de ω_n . Por tanto, serán ambos igualmente miembros de $\xi_n + 1$. Por tanto, cinco miembros de λ , cualesquiera que sean, serán co-puntuales y, por consiguiente, hay por lo menos un punto, que contiene la totalidad de λ , puesto que λ está contenida en $R(\lambda)$.

Para que exista un límite, por ejemplo, δ , para la serie de ξ , se necesitará:

1.º Que δ esté más allá de todas las ξ , es decir, que para cualquier n y m tengamos $\delta \xi_n$ contenida en $\xi_n + m$, es decir que tengamos $\delta\sigma$ contenida en λ .

2.º Que no haya ningún punto más allá de todas las ξ , si no es entre ellas y δ , es decir que si η es un punto cualquiera, tal que $\eta\sigma$ está contenido en λ , $\eta\sigma$ estará contenido en δ .

Por tanto, una condición suficiente es la de que $\delta\sigma = \lambda$.

Si existe algún punto δ , que satisfaga a dicha condición, éste será el límite buscado.

Si existe algún acontecimiento z , tal que todo cuarteto de λ sea co-puntual con z , y todo cuarteto de σ que sea co-puntual con z , sea una parte de λ , existirá un punto δ , que contiene a λ y tiene a z como miembro y este punto será tal que $\delta \sigma = \lambda$, de modo que será el límite buscado. Pero si no existe ningún acontecimiento z deberemos proceder de modo diferente.

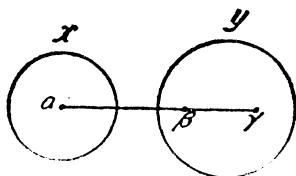
En este caso precisamos introducir un nuevo axioma, a saber:

Si β está entre α y γ y x es un miembro de α , pero no de β , existirá un cuarteto que estará contenido en β y γ , pero que no será co-puntual con x .

En la figura, y representa un miembro de dicho cuarteto.

Dado este axioma, procedemos como sigue:

Puesto que $\xi_n + 1$ está situado entre ξ_n y β , si x es un miembro de ξ_n pero no de $\xi_n + 1$, existe un cuarteto que está contenido en β y $\xi_n + 1$, pero que



no es co-puntual con x . Ahora bien: $\beta \xi_n + 1$ está contenida en λ ; por consiguiente existe un cuarteto que forma parte de λ , pero que no es co-puntual con x . De aquí se sigue, por transposición, que si x es un miembro de ξ_n y todo cuarteto de λ es co-puntual con x , x será un miembro de $\xi_n + 1$. Se deduce de esto que x es un miembro de $\xi_n + 2$, $\xi_n + 3$, ... de modo que x es un miembro de λ . De aquí que, como ξ_n puede ser cualquier miembro de x , cualquier miembro de σ , que sea co-puntual con la totalidad de λ , será un miembro de λ . Ahora bien, los términos co-puntuales con la totalidad de λ constituyen la clase $R(\lambda)$. Por tanto, la parte común de σ y $R(\lambda)$ estará contenida en λ y será, en consecuencia, igual a λ , puesto que λ está contenida en σ y $R(\lambda)$.

Ahora bien, si δ es un punto que contiene λ , δ estará contenida en $R(\lambda)$; por tanto, $\delta \sigma$ estará contenida en λ y será,

en consecuencia, igual a λ , puesto que λ está contenida en δ y en σ . Por tanto, δ es el límite buscado.

De ello se deduce que una serie compacta de puntos, contenida en un segmento de puntos co-lineales, es continua. De ello no se sigue que existan series compactas de puntos; esto requeriría la formulación de axiomas de existencia, que no tendría objeto introducir, puesto que no sabemos si el espacio-tiempo es o no continuo. Es, sin embargo, interesante observar que basta una base inicial de $\aleph_0$ acontecimientos para engendrar un espacio-tiempo continuo de puntos, por medio de las relaciones de co-puntualidad e inclusión lógica.

El desarrollo ulterior de nuestra geometría, en forma que comprenda superficies, volúmenes y regiones cuatridimensionales, no presenta, evidentemente, ninguna dificultad de principio y no me propongo extenderme sobre él. Haré observar únicamente que es posible generalizar el método, por el cual hemos definido los puntos y las líneas, de modo que lleguemos a obtener algo que podamos llamar superficies y regiones, aunque no lo sean exactamente, según el sentido corriente. Probablemente hay varios caminos para llegar a este resultado; el que aquí sugiero es el siguiente:

Una clase de líneas se llamará “co-superficial” cuando dos cualesquiera de ellas se corten, pero sin que exista punto común a todas las líneas de la clase.

Una “superficie” es una clase “co-superficial” de líneas que no puede ampliarse sin dejar de ser co-superficial.

Se dice que una clase de superficies es “co-regional” cuando dos cualesquiera de ellas tienen una línea común, pero no existe ninguna línea común a todas las superficies de la clase.

Una “región” es una clase co-regional de superficies, que no puede ampliarse sin dejar de ser co-regional.

Es evidente que este método lo podríamos extender a un número cualquiera de dimensiones y también que precisa de limitaciones y generalizaciones. Pero creemos innecesario proseguir más adelante en este tema, puesto que es obvio que

tenemos ya todo lo que necesitamos para la geometría pre-coordenada del espacio-tiempo.

Permítasenos comparar ahora el espacio-tiempo, que hemos construido, con el múltiple espacial del *analysis situs*. En el capítulo precedente citamos la definición que daba Hausdorff del espacio “topológico” y vimos cómo, para probar las proposiciones corrientes sobre límites, es necesario que el número total de cercanías sea $\aleph_0$. Definamos ahora como “cercanía” de un punto x , cualquier conjunto de puntos cada uno de los cuales contiene, como sub-clase, una cierta clase co-puntual finita de acontecimientos, que es una sub-clase de x . Es decir: si x es una clase co-puntual de acontecimientos, cada uno de los cuales es un miembro de x , el conjunto de todos los puntos, del cual x es sub-clase, será una cercanía de x . Con esta definición de “cercanía” es evidente que nuestro espacio tiene las cuatro características por las cuales Hausdorff (*loc. cit.*, pág. 213) define un espacio topológico. Para asegurarnos de que nuestro espacio satisface también su segundo axioma denumerativo (*loc. cit.*, página 263) es necesario y suficiente suponer que el número total de acontecimientos es $\aleph_0$. Supuesto esto, los teoremas del *analysis situs* resultan aplicables a nuestro espacio-tiempo de puntos.

Falta decir unas palabras acerca de las dimensiones. Hasta ahora no hemos hecho indagación alguna explícita sobre el asunto, aunque nuestra introducción primera de la co-puntualidad, como relación de cinco términos, puede sólo resultar satisfactoria en un espacio de cuatro dimensiones. La definición más apropiada de las dimensiones, desde nuestro punto de vista, es la de Poincaré, que es inductiva. Este autor define un espacio M como uni-dimensional, cuando, dados dos puntos cualesquiera P, Q , existe un grupo aislado de puntos X , tal que ninguna parte conectada de M no X contiene a la vez P y Q . Y dice que el espacio M tiene n dimensiones cuando, dados dos puntos cualesquiera P, Q , existe un grupo de puntos de $(n-1)$ dimensiones X tal que ninguna parte conectada de M no X contiene a la vez P y Q . Haciendo uso de

esta definición, o de cualquier otra que sea puramente topológica, podemos sentar el axioma de que nuestro espacio-tiempo topológico debe ser cuatridimensional (1). Ello completa el material necesario para abordar el estudio del espacio-tiempo topológico.

(1) Un resumen de la teoría moderna sobre las dimensiones puede verse en Karl Menger, "Bericht über die Dimensionstheorie", *Jahresbericht der deutschen Mathematiker, Vereinigung*, 35, pp. 130-150 (1926).

CAPÍTULO XXX

LINEAS CAUSALES

La noción de causalidad ha'quedado grandemente modificada, al hacer la sustitución del espacio y del tiempo por el espacio-tiempo. Podemos definir la causalidad, en su sentido más amplio, abrazando todas las leyes, que relacionan acontecimientos en diferentes tiempos o, para adaptar nuestra terminología a las necesidades modernas, acontecimientos separados por intervalos son pseudo-tiempos. Ahora, debido al hecho de que la fórmula para ds^2 es formalmente la misma para los intervalos de pseudo-tiempo y para los de pseudo-espacio, no existe ya la diferencia que antes había entre las relaciones causales y las geométricas. La geodésicas son geométricas, pero son asimismo las huellas de partículas materiales. Es poco correcto decir que una partícula *se mueve* en una geodésica; más lo sería decir que una partícula *es* una geodésica (aunque no todas las geodésicas sean partículas). Decir que una partícula se mueve en una geodésica es hacer uso de un lenguaje apropiado a la concepción de un espacio, que persiste a través del tiempo, implicando la noción de una posición que puede ser ocupada en un tiempo o en otro. Creemos, por ejemplo, que es posible moverse de A a B o de B a A, pero tal idea es incompatible con la teoría del espacio-tiempo. Según dicha teoría, toda posición de un cuerpo tiene una fecha, y es imposible ocupar la misma posición en otra fecha diferente, puesto que la fecha es una de las coor-

denadas de la posición. Cuando nos trasladamos de A a B la fecha avanza continuamente; el recorrido de vuelta, como tiene diferentes fechas, no cubre el mismo camino. Así, la geometría y la causalidad resultan inextricablemente entrelazadas.

El doctor A. A. Robb insiste en el hecho de que cuando dos acontecimientos tienen un intervalo de pseudo-espacio, no puede haber relación causal directa entre ellos. Esto quiere decir que dos acontecimientos como los indicados, A y B, si es posible hacer alguna deducción sobre uno de ellos, partiendo del otro, tiene que ser por el camino de un antepasado común. Dos hombres pueden ver el sol en el mismo momento, de modo que el intervalo entre sus percepciones respectivas sea un pseudo-espacio; la deducción de que tal persona está viendo el sol en este momento procede de nuestro conocimiento de la radiación y precisa que refiramos su percepción y la nuestra a un origen común en el sol. Por esta razón podemos distinguir los intervalos de pseudo-tiempo de los pseudo-espacio, diciendo que los primeros se producen allí donde existe alguna relación causal directa, en tanto que los últimos se producen cuando los dos acontecimientos están relacionados con un predecesor común o con un común descendiente. Y posiblemente podrá derivarse la magnitud del intervalo de la magnitud de la relación causal. Pero para que esto sea posible es necesario lograr una considerable precisión en lo que queremos significar al hablar de relaciones causales.

Según vimos en la segunda parte, la percepción, como fuente de conocimiento referente a los objetos físicos, sería imposible si no existieran en el mundo físico cadenas causales semi-independientes o líneas causales, como pudiéramos llamarles. La luz que llega a nosotros desde una página impresa conserva la estructura de la página; si no fuera así, la lectura resultaría imposible. La mencionada conservación es sólo aproximada y cesa de existir a cierta distancia del libro. Y cesa de existir en el ojo, si tenemos el órgano visual defectuoso. Pero, en cuanto ocurre esto, la percepción

se acaba, o, mejor, se desvanece, a medida que se acentúa la falta de conservación de la estructura. Así, pues, es esencial para la percepción, como fuente de conocimiento, que existan en el mundo series causales que sean, dentro de ciertos límites, independientes del resto del mundo.

Del estudio de la percepción se deriva otro problema relativo a la causalidad. Un cierto número de percepciones simultáneas; por ejemplo: las letras de una palabra que leemos de una ojeada deben considerarse como “co-puntuales” en el sentido indicado en los dos capítulos precedentes. Cada una de estas percepciones tiene sus propios antecedentes causales, diferentes de los de las otras percepciones. Cierto es que puede haber modificaciones mutuas; por ejemplo: un color parece diferente en la cercanía de otro color que puesto sobre un fondo negro. Pero esto reconocemos que es una “modificación”, esto es, un cambio efectuado respecto a una norma, que puede conservarse dentro de ciertos límites si la percepción ha de resultar satisfactoria. Así, el percipiente es el lugar de encuentro de un cierto número de series causales, más o menos independientes —tantas, por lo menos, como elementos distinguibles haya en su campo perceptual momentáneo total—. Pero aunque estas líneas converjan en él más o menos independientemente, la totalidad de sus percepciones constituye ahora una unidad causal, según se ve en los fenómenos mnemotécnicos. Dado un cierto número de percepciones simultáneas, una percepción muy semejante a una de ellas, produciéndose en un tiempo ulterior, recuerda algo semejante de las otras o, por lo menos, puede recordarlo; aquí la co-puntualidad de las percepciones es esencial para el carácter de su efecto total.

En el mundo físico puede suponerse que ocurre la misma especie de fenómeno, aunque en un grado menos acentuado. Según la teoría expuesta en el capítulo XXVIII, cualquier acontecimiento que tiene lugar en el mundo físico ocupa una región finita de espacio-tiempo, cuya finitud consiste en el hecho de que dicho acontecimiento es co-presente con

acontecimientos que no son co-presentes entre sí. Análogamente a lo que ocurre con los fenómenos mnemotécnicos, un grupo de acontecimientos co-puntuales puede tener efectos que serían imposibles si dichos acontecimientos no fueran co-puntuales. Esta es la razón por la cual la física se ve obligada a recurrir a los puntos, al establecer sus leyes causales. Mientras no tengamos un grupo completo de acontecimientos co-puntuales, por ejemplo, un punto, no podremos estar completamente seguros del efecto que se seguirá de cualquiera de dichos acontecimientos; el conocimiento que podamos tener sobre ello será más o menos aproximado.

Son estas dos leyes opuestas: la de las líneas causales aproximadamente separables, por una parte, y la de las interacciones de acontecimientos co-puntuales, por otra, las que forman la trama y urdimbre del mundo, tanto físico como mental. En el presente capítulo me propongo aportar mayores precisiones respecto a las líneas causales separables.

La posibilidad de percepción, según hemos visto ya, depende de la producción, en el mundo físico, de procesos que pudiéramos llamar “radiaciones”, siempre que demos a esta palabra una acepción algo más amplia que lo acostumbrado. Los procesos llamados comúnmente radiaciones son, naturalmente, los ejemplos más característicos. En aquéllas, cuando no sufren perturbación, tenemos un estado que se transmite hacia afuera partiendo de un centro, cambiando de un modo aparentemente continuo, según se mueve. Puede encontrarse con algo en el camino que altere la ley de cambio o incluso detenga por completo la radiación en determinada dirección; pero, en ausencia de obstáculos, el proceso se desarrolla de acuerdo con sus propias leyes intrínsecas. Los sentidos públicos—vista, oído y olfato—dependen de radiaciones, en sentido generalizado en el caso del olfato. Los sentidos corporales, incluyendo el tacto, son más análogos a las corrientes eléctricas por su forma de propagación; se transmiten a lo largo de los nervios, pero no por el aire ni por el espacio vacío. También los sentidos públicos se transmiten a lo largo de los nervios, pero la perturbación que pro-

ducen en éstos es una prolongación, con alteraciones de un proceso, que tiene lugar en el mundo exterior al cuerpo del percipiente, lo cual no es el caso cuando se trata de los sentidos corporales. Gracias a la existencia de radiaciones, vivimos en un mundo común, puesto que este carácter depende del hecho de que percipientes vecinos reciban estímulos semejantes al mismo tiempo aproximadamente. La importancia física de las radiaciones es, sin embargo, muy diferente, según los distintos casos. En el caso del olfato, la teoría de la emisión está universalmente aceptada; olemos un cuerpo porque hay partes de él que se trasladan desde él mismo a nuestra nariz. En el caso del sonido, lo que se transmite es solamente un proceso, no verdadera materia; pero el proceso tiene lugar en la materia. En el caso de la luz, si aceptamos la teoría ondulatoria, el proceso consiste en una vibración transversal, que puede decirse que tiene lugar en el éter, si ello aporta comodidad para la explicación, pero que, ciertamente, no tiene lugar en la materia ordinaria. Si pudiéramos aceptar la teoría de los *quanta* de luz, podríamos también suponer que existe algún proceso periódico tal, que la acción durante un período es h (constante de Planck); la luz constaría (por decirlo así) de átomos, cada uno de los cuales es uno de dichos procesos. Hay una gran diferencia de importancia física entre estos tres casos del olor, el sonido y la luz; el primero carece por completo de importancia físicamente; el segundo significa un desarrollo algo avanzado de principios más fundamentales; la tercera, una piedra angular de la teoría física.

En el caso ideal de una radiación, bastan unas pocas observaciones para determinar su centro, y entonces, siéndonos conocidas sus leyes, podemos deducir el sistema total concertado de acontecimientos que la constituyen en todo lo que de los acontecimientos pueda entrar en las leyes físicas. El caso de la luz procedente de una estrella fija realiza muy aproximadamente el ideal apuntado. Los lugares en el universo en que la luz tropieza con obstáculos son muy escasos, aunque desgraciadamente estén comprendidos entre

ellos los lugares en que vivimos. Gracias a que este ejemplo de luz, *in vacuo*, se encuentra tan cerca de lo perfecto, sabemos tanto de astronomía.

La radiación independiente de la materia es, sin embargo, solamente una forma de los procesos causales en el mundo físico. Aparte de los cambios de *quanta*, hay, por lo menos, otros dos, que son de gran importancia: uno es el movimiento de la materia y el otro la transmisión de un proceso por la materia. La diferencia entre ambos puede referirse, esencialmente, a las leyes causales: un tipo de conexión causal entre acontecimientos nos hace considerar a unos como parte de la historia de un trozo de materia y a otros no; pero no hay una más íntima conexión entre un electrón en un tiempo dado y el mismo electrón en otro tiempo, que entre dos partes de un rayo de luz. Permítasenos considerar por un momento la naturaleza de las leyes causales que definen un trozo de materia.

Una diferencia *prima facie* es que la propagación de la luz es esférica (o cónica en el caso de un haz dirigido), mientras que el movimiento de la materia es lineal. La historia de un trozo de materia es una "línea de universo"; la historia de una onda luminosa no lo es. Esta diferencia no existiría ya, si fuera posible hacer alguna adaptación satisfactoria de la teoría de los *quanta* de luz a nuestro caso; pero si a esto se llegara, encontraríamos que la diferencia entre luz y materia habría disminuido grandemente. Otra diferencia es la indestructibilidad relativa de la materia. Una forma de energía puede convertirse en otra, pero la energía representada por la masa propia de un electrón o protón *no se sabe* que se convierta en otras formas y, a lo que parece, nunca lo hace en las condiciones terrestres; no radia, en absoluto, en ninguna de las circunstancias que podemos provocar u observar. Además, existe el hecho de que la velocidad de un cuerpo, relativamente a un observador cualquiera, es siempre menor que la de la luz. Pero, a pesar de la duda referente a los *quanta* de luz, el distintivo principal de las leyes causales que constituyen la materia parece ser

su carácter lineal más bien que esférico. Es esto lo que nos permite localizar un trozo dado de materia en un tiempo también dado. La luz emitida por un relámpago se difunde, en un momento dado, sobre la superficie de una esfera; pero un electrón está tan concentrado en un tiempo como en otro y no tiende a esparcirse. La unidad de materia podría, por tanto, ser definida adecuadamente como una "línea causal".

Antes de proseguir en este tema, sin embargo, convendrá tratar de la otra clase de procesos causales de que no hemos hecho mención hasta ahora, a saber: la transmisión de un proceso por la materia. Esta puede ser de dos clases, de las que pueden servir de ejemplos el sonido y la conducción de una corriente eléctrica, respectivamente. En el caso del sonido tenemos una radiación: en el otro nos encontramos con un proceso más o menos lineal. En ambos, no obstante, se mueven trozos reales de materia y causan el movimiento de otros. El primero se relaciona con la noción de "línea causal", de la cual volveremos a tratar dentro de un momento. El segundo se relaciona con las leyes causales en lo que éstas se refieren a interacciones entre diferentes porciones de materia, de lo cual no deseamos tratar hasta que hayamos anunciado las leyes causales intrínsecas que constituyen la definición de un trozo de materia. Dichas leyes, según hemos visto, han quedado algo oscurecidas por la noción de sustancias, que autoriza a dar como supuesta la existencia de ciertas conexiones entre los acontecimientos que se producen en diferentes tiempos, conexiones que, para nosotros, son causales y requieren un reconocimiento explícito. Lo que nos proponemos estudiar ahora son, precisamente, estas leyes intrínsecas, que reemplazan a la sustancia, dejando para más adelante el estudio de las interacciones entre las distintas porciones de materia.

¿Qué es, pues, lo que constituye una "línea causal"? En otras palabras, ¿qué es lo que constituye un electrón? Antes de preguntarnos qué es lo que hace que identifiquemos un electrón en un tiempo dado con un electrón en otro

tiempo diferente, haciéndonos decir que es el mismo, conviene que nos formulemos esta otra pregunta: ¿Qué es lo que constituye un electrón en un momento dado?

Es necesario que encontremos alguna realidad en el electrón, o, de lo contrario, el mundo físico se nos escapará de entre los dedos. Hay, sin embargo, las mismas razones para no considerar a un electrón como particularidad última, que las que había para atribuir este carácter a un punto de espacio-tiempo. El electrón tiene propiedades muy convenientes a nuestro objeto, y, por tanto, es probablemente una estructura lógica, en la que concentramos nuestra atención, precisamente a causa de dichas propiedades. Un conjunto, probablemente causal de particularidades puede ser capaz de ser distribuido en grupos, cada uno de los cuales tenga propiedades matemáticas uniformes convenientes; pero no tenemos el derecho de suponer la naturaleza tan devota del matemático como para crear particularidades con las mismas propiedades exactamente que fuera deseable encontrar. Se nos presenta, pues, la siguiente interrogación: ¿Podemos construir un electrón, fuera de los acontecimientos, de la misma manera que construimos puntos de espacio-tiempo? A este problema necesitamos consagrarnos ahora, limitándonos por el momento al electrón en un instante dado.

Cuanto en este estudio se dice de los "electrons", podemos considerarlo generalizado a los "protones", ya que todo lo que se afirme de los unos podría afirmarse igualmente de los otros.

No sabemos mucho sobre el contenido de cualquier parte del mundo, excepto nuestras propias cabezas; nuestro conocimiento de las otras regiones, según hemos visto, es totalmente abstracto. Pero conocemos de un modo más íntimo nuestras percepciones, pensamientos y sentimientos. Todo el que acepte la teoría causal de la percepción se ve obligado a aceptar la conclusión de que las percepciones están en nuestras cabezas, porque vienen al final de una cadena causal de acontecimientos físicos, que se produce, espacialmente, entre el objeto y el cerebro del percipiente. No podemos

admitir que, al final de este proceso, el último efecto salte súbitamente hacia atrás hasta el punto de partida, como una cuerda tirante que vuelve a su posición primera cuando se suelta. Y con la teoría del espacio-tiempo, como estructura de los acontecimientos, según la desarrollamos en los dos capítulos precedentes, no hay razón alguna para no considerar que la percepción está en la cabeza del percipiente. Supondremos, por tanto, que éste es el caso cuando hablemos de localización física, no sensible.

Se sigue de esto que lo que el fisiólogo ve cuando examina un cerebro está en el mismo fisiólogo, no en la cabeza que está examinando. Confieso no poder decir lo que se encuentra en el cerebro al tiempo en que examina el fisiólogo si dicho cerebro está muerto, pero en tanto que pertenece a un ser viviente, parte, por lo menos, de su contenido consiste en sus percepciones, en sus pensamientos y sentimientos. Puesto que su cerebro consta también de electrones, nos vemos obligados a concluir que un electrón es una agrupación de acontecimientos y que si el electrón se encuentra en un cerebro humano, algunos de los acontecimientos que lo componen son, probablemente, algunos de los “estados mentales” del hombre a quien el cerebro en cuestión pertenece. O, de todos modos, son, probablemente, partes de dichos “estados mentales”, porque no debe suponerse que una parte de un estado mental deba ser un estado mental. No deseo tratar de lo que debe entenderse por “estado mental”, siendo lo principal para nosotros que en dicho término se incluyan las percepciones. Así, pues, una percepción es un acontecimiento o un grupo de acontecimientos, cada uno de los cuales pertenece a uno o más grupos de los que constituyen los electrones en el cerebro. Esta, según mi opinión, es la más concreta afirmación que puede hacerse sobre los electrones; todo lo demás que se agregue será más o menos abstracto y matemático.

Hemos llegado a la conclusión de que un electrón es un instante dado, es una agrupación de acontecimientos. La cuestión es: ¿de qué clase de agrupación se trata? Eviden-

temente, comprende todos los acontecimientos que ocurren allí donde se encuentra el electrón. Si podemos considerar el electrón como un punto material, los acontecimientos que lo constituyen tendrán las dos propiedades características de los puntos, a saber: cinco cualesquiera de ellos son co-puntuales, y no todas las sub-clases de cuatro acontecimientos son co-puntuales con un acontecimiento cualquiera fuera del grupo. No sé si hay alguna base firme para suponer que un electrón tiene una magnitud finita; ninguno de los argumentos corrientes parece concluyente, puesto que sólo muestra las fuerzas que se desarrollan en las cercanías de un electrón. Sin embargo, se acostumbra a admitir una magnitud finita, y para nosotros el asunto carece de importancia. Si suponemos una magnitud finita, los acontecimientos que pertenecen al electrón pueden agruparse en muchos puntos, no en uno solamente; en este caso, el electrón es un grupo de puntos, es decir, una clase de clases de acontecimientos. Sólo para evitar circunlocuciones hablaremos del electrón como si fuera un punto, dejando al lector que introduzca las necesarias alteraciones verbales para hacer la adaptación a la hipótesis de la magnitud finita. Pero debe recordarse que en la teoría de Heisenberg el electrón no es un punto, ni tampoco tiene magnitud finita, puesto que las concepciones espaciales ordinarias no son aplicables a él. Por el momento nos atendremos, sin embargo, a la antigua teoría del electrón.

Si el electrón es un punto, es un punto *material*, y, por tanto, difiere de los puntos en el espacio vacío. Esta diferencia, en mi opinión, no consiste en nada característico del electrón en un instante dado, sino en sus leyes causales. Lo que distingue un punto material de un punto del espacio-tiempo vacío es que podemos reconocer una serie de puntos materiales anteriores y posteriores como partes, todos ellos, de la historia de un electrón. En la teoría newtoniana puede decirse lo mismo de un punto del espacio absoluto, pero con el abandono del espacio absoluto quedamos imposibilitados de considerar un punto en un momento dado como el mismo, en cualquier sentido, que otro en otro momento, excepto en

el caso de un punto *material*. La existencia de esta relación puede tomarse como definición de "materia", y, evidentemente, dicha conexión es causal.

Para desenvolver más este tema necesitamos volver a la idea que apuntamos al tratar de la percepción, a saber: que los acontecimientos están agrupados alrededor de centros. Estos centros pueden considerarse que son los lugares en que hay materia. Se encuentra que, dado un cierto número de acontecimientos agrupados alrededor de un centro, en un momento determinado, existen generalmente acontecimientos semejantes agrupados alrededor de centros cercanos al anterior, en tiempos ligeramente anteriores o posteriores. Tomando muy pequeño el centro y disminuyendo el pseudo-tiempo en cuestión de un modo continuo, la proposición anterior puede hacerse que se aproxime cada vez más a la verdad; en el límite, cuando hemos llegado a emplear el lenguaje de las diferenciales, *puede* ser exactamente verdadera, excepto cuando se trata de fenómenos de *quanta*. En este último caso la continuidad no es el criterio útil; al menos la continuidad en todos los aspectos. Hay continuidad en ciertos aspectos, y en otros hay un salto de magnitud determinada, relacionada con la teoría de los *quanta*. Este caso demuestra, sin embargo, que la continuidad no es la esencia de la identidad material; la esencia es la facultad de poder deducir un grupo de fenómenos en un tiempo dado, partiendo de otro grupo en otro tiempo, cuando ambos grupos se encuentran dispuestos alrededor de centros (1). El tiempo tiene que ser muy corto y la deducción es solamente aproximada, excepto en el límite, cuando el tiempo tiende hacia cero. Además, el tiempo del grupo no es ninguno de los tiempos en que se producen los distintos miembros del gru-

(1) En este caso, sin embargo, si tiene razón Heisenberg, no podemos identificar un electrón en un momento dado con otro electrón en otro momento. Esto constituiría una dificultad, si el electrón estuviera concebido como sustancia, pero para nosotros es meramente una limitación empírica de la concepción empírica de una línea causal.

po, sino el tiempo en que se calcula que el grupo comienza a propagarse desde el centro. En el centro es “donde está la pieza de materia”, y la ruta de ésta viene determinada por las ecuaciones diferenciales, que resultan del principio anterior. Pero en lo que se refiere a cómo son los acontecimientos reales en el centro, no sabemos nada, excepto lo que se sigue del hecho de que nuestras percepciones y “estados mentales” se encuentran entre los acontecimientos que constituyen la materia de nuestros cerebros.

Así, cada unidad material es una línea causal, cuyos puntos cercanos están conectados entre sí por medio de una ley diferencial intrínseca. La forma más sencilla de esta ley es la primera ley del movimiento, de la que se deduce que si un cuerpo recorre una determinada distancia en un tiempo muy corto, recorrerá una distancia muy aproximada a la anterior en el siguiente intervalo de tiempo, igualmente muy corto. Yo creo, aunque esto sea sólo conjetural, que dado un acontecimiento cualquiera, situado en cualquier región del espacio-tiempo, existe, generalmente, algún acontecimiento cualitativamente muy semejante en una región cercana del espacio-tiempo, y que si existe alguna relación mensurable entre los dos acontecimientos, la “velocidad” del cambio varía de un modo continuo, de tal manera que en un tercer punto cercano habrá otro acontecimiento, que diferirá del segundo en casi la misma magnitud que la que diferenciaba el segundo del primero, siempre que el intervalo entre el segundo y el tercer punto sea igual al existente entre el primero y el segundo. Esto, junto con el hecho de que los acontecimientos pueden agruparse alrededor de centros, según la clase de leyes que hemos llamado “perspectiva”, parece explicar la utilidad de la materia para el establecimiento de las leyes causales del mundo físico. Pero es preciso actuar con precaución, debido a los fenómenos de los *quanta*, según quedó explicado en el párrafo precedente. La regla es la continuidad, pero puede haber excepciones. En tanto que estas últimas estén sujetas a leyes descubribles, no obligarán a desechar la totalidad del sistema.

Hasta ahora no hemos dicho nada acerca de las leyes causales extrínsecas, esto es, de aquellas que consideramos naturalmente que rigen la influencia de un trozo de materia sobre otro. La teoría de la gravitación de Einstein ha arrojado sobre ellas una nueva luz. Pero esto constituye el objeto del próximo capítulo.

LAS LEYES CAUSALES EXTRINSECAS

Llamamos ley causal “extrínseca” a cualquier fórmula en que aparezca una porción de materia ejerciendo su influjo sobre el comportamiento de otra. La gravitación newtoniana nos da un perfecto ejemplo de ley causal extrínseca, pero no así, *prima facie*, la gravitación einsteiniana. El problema que me propongo estudiar es: ¿podemos, en último análisis, hacer por completo caso omiso de estas leyes y considerar que cada porción de materia está completamente auto-determinada?, o bien: ¿debemos admitirlas?, y en este caso, ¿en qué forma?, y ¿qué hemos de decir de cuestiones tales como la emisión o absorción de la luz?

Consideremos primeramente la gravitación einsteiniana. La teoría consiste en atribuir a cada región del espacio-tiempo una estructura métrica, que se obtiene (hablando vulgarmente) por la superposición de un cierto número de estructuras, que son simétricas respecto a determinados centros, siendo estos últimos porciones de materia; además, dada la estructura, cada trozo de materia se mueve en una geodésica o, mejor, es una geodésica. No es muy fácil ver qué es lo que esto significa, cuando se traduce del lenguaje técnico de la física teórica al lenguaje de los grupos de acontecimientos. No obstante, debemos intentarlo.

Para empezar: ¿podemos convertir la “materia” en una simple ley, de acuerdo con la cual ocurren los acontecimientos

tos en los lugares donde no hay materia? La cuestión es análoga a la del fenomenalismo, que discutimos en el capítulo XX. Allí examinamos la posibilidad de considerar las "cosas" que no percibimos, como leyes que afectan al comportamiento de las "cosas" que percibimos. Análogamente, podemos estudiar los acontecimientos que se producen en el espacio vacío y encontrar que están sujetos a leyes simétricas respecto a centros, definiendo cada una de estas leyes como un trozo de materia situado en el centro. Inversamente, podemos considerar los supuestos acontecimientos que tienen lugar en el espacio vacío, como meras leyes que conectan los acontecimientos que tienen lugar en las diferentes porciones de materia; esto lleva al fenomenalismo, si confinamos las porciones de materia en los cerebros humanos. Hay muchos modos posibles de convertir algunas cosas, consideradas hasta ahora como "reales", en simples leyes que afectan a las otras cosas. Evidentemente, debe existir un límite para este proceso, porque, de lo contrario, en todas las cosas del mundo cada una sería meramente un aspecto de otra. Pero el único límite final evidente es el trazado por el fenomenalismo; quizá sería mejor decir por el solipsismo. Si hemos admitido una vez la existencia de acontecimientos no percibidos, no existe ninguna razón demasiado evidente para escoger o hacer una selección entre los que la física nos lleva a inferir.

Este argumento, sin embargo, apenas nos da garantía cuando tratamos de los acontecimientos que tienen lugar dentro de un electrón. Si se trata de un electrón del tipo de Rutherford, hemos de aclarar que si algo tiene lugar en su interior, nosotros no podemos saber nada de ello. Ningún proceso físico se realiza a través de un electrón, de modo que el interior de éste, si existe, es como una prisión de la que nada puede escapar. Ningún acontecimiento de dentro de un electrón puede ser co-presente con otro de fuera; en consecuencia, y según la teoría expuesta en el capítulo XXIX, ninguna línea puede atravesar el contorno de un electrón. Lo que ocurre dentro, si algo ocurre, carece de importancia

para el resto del universo, y no está realmente en el mismo espacio-tiempo que lo que pase en el exterior. Ahora bien, el mundo de la física se admite que está causalmente interconectado, y tiene que ser así, o, de lo contrario, no pasaría de cuentos de hadas, sin base alguna, puesto que nuestras deducciones dependen de leyes causales. Por tanto, si ocurre algo que se encuentra causalmente aislado, no podrá incluirse en la física. Carecemos por completo de fundamento para decir que no hay nada que se encuentre causalmente aislado, pero nunca podremos decir tampoco que existen tales y tales acontecimientos causalmente aislados. El mundo físico es aquel que es causalmente continuo con las percepciones, y lo que no tiene esta continuidad cae fuera de la física. Así, si ocurre algo dentro del electrón, lo que ocurra no pertenece al mundo de la física. Parece deducirse de aquí que si el electrón ha de tener una posición definida en el espacio-tiempo, debe de ser o un punto, o un agujero. Lo primero, sin embargo, no resultaría físicamente satisfactorio, y lo segundo apenas parece susceptible de una interpretación inteligible. Así, pues, vemos que el tipo de electrón de Rutherford plantea bastantes problemas: es necesario, a pesar de ello, estudiarlo.

El electrón de Heisenberg no ofrece tales dificultades. Este electrón no ocupa un lugar determinado, y nada ocurre en su interior. Esencialmente es un conjunto de radiaciones observables en otros sitios que en aquel en que primeramente se consideraba que estaba el electrón. Así, este último se reduce a una ley que rige los acontecimientos que se producen en una cierta región. No podemos, pues, decir, si admitimos esta teoría, que un electrón es un punto o que es una región determinada o que es un agujero; es, por decirlo así, algo de un tipo lógico diferente, relacionado con una determinada región, por el hecho de que las radiaciones en cuestión tienen una intensidad decreciente, a medida que nos alejamos de aquélla, pero que no es susceptible de guardar una correlación *exacta* con una región o un punto. Así, según esta

teoría, la materia consiste simplemente en leyes que rigen los acontecimientos que se producen en el espacio "vacío".

Debido al hecho de que un electrón en un tiempo dado resulta imposible de identificar con un electrón en otro tiempo distinto, en cuanto hacemos intervenir los cambios de *quanta*, el concepto de movimiento pierde su carácter definido en cuanto lo aplicamos a los electrones. No obstante, esto suscita dificultades solamente cuando nos referimos a fenómenos de muy pequeña magnitud, como son aquellos que tienen lugar dentro de un átomo. Para fenómenos de más amplia escala, tales como los que estudia la astronomía, podemos seguir considerando el electrón como persistiendo y moviéndose en el espacio-tiempo.

Podemos volver ahora a la teoría einsteiniana de la gravitación, que precisaba de esta larga digresión para ser abordada. Según esta teoría, cada electrón está asociado a una ondulación que se hace menos marcada a medida que nos alejamos del electrón, pero que teóricamente se extiende a través del espacio. La estructura métrica real del espacio-tiempo en una región cualquiera se obtiene (vulgarmente hablando) por la superposición de todas estas ondulaciones. Ahora bien, las propiedades métricas del espacio-tiempo no son sino un método para formular las leyes causales. En el caso de la gravitación estas leyes tienen que ver con el modo según el cual está relacionado el movimiento de un electrón con las posiciones de los demás electrones. Debemos admitir que la fórmula del intervalo significa algo en relación con lo que ocurre en cada lugar, y que los cuerpos, abandonados a sí mismos, se mueven según geodésicas y que, en tanto que no se consideren los fenómenos electromagnéticos, la fórmula del intervalo, en un lugar cualquiera, puede encontrarse aproximadamente superponiendo un cierto número de fórmulas esféricamente simétricas, cada una de las cuales corresponde a un electrón en su región central. Al llegar aquí es natural preguntarse si el intervalo tiene una realidad física mayor que la fuerza. Pero no es nuestro deseo tratar de esta cuestión todavía, porque nos proponemos estu-

diarla en posteriores capítulos. Por el momento, podemos decir: (a) que nos es posible reconocer regiones particulares en el espacio-tiempo, que son aquellas que podrían considerarse naturalmente como las cercanías inmediatas a la materia; (b) que la fórmula del intervalo en un lugar cualquiera es una función de las distancias geodésicas desde este lugar a las porciones cercanas de materia, y (c) que los trozos de materia se mueven según geodésicas.

La discusión de si en esta teoría existe “acción a distancia” es meramente una cuestión de palabras. La fórmula por la cual determinamos qué es lo que acontece en una región dada, contendrá referencias a otras regiones distantes y puede decirse que esto es todo lo que podemos significar al hablar de “acción a distancia”. Querer significar más pudiera decirse que es considerar la causalidad como algo más que una correlación, y esto no hay ninguna razón que lo apoye. Si lo que ocurre en un lugar se correlaciona con lo que ocurre en otro, esto y nada más puede imaginarse en lo que respecta a una acción a distancia. Pero no es esto lo que en realidad ocurre. Lo que acontece en un lugar no se correlaciona con *lo que acontece* en otro, sino con este otro, que es diferente. Las diferentes cercanías tienen distintos caracteres, y las diferencias pueden representarse por una combinación de fórmulas, que son esféricamente simétricas. No hay acción *a* distancia, sino acción *de acuerdo con* una distancia; nada hay que propiamente pueda llamarse efecto de una cosa sobre otra, situada a distancia de la primera. Hasta ahora, pues, pendientes de la discusión del intervalo, no hemos encontrado nada que pueda describirse propiamente como ley causal extrínseca.

Si aceptamos la teoría de Weyl, los fenómenos electromagnéticos no difieren grandemente de la gravitación en lo que se refiere a nuestro problema actual. Un campo electromagnético se representará por relaciones de medida entre puntos próximos y no habrá fundamento alguno para suponer que un trozo de materia ejerce influencia sobre otro; todo lo que podemos afirmar es que cada trozo de materia

corresponde a un estado métrico de situaciones, que hace que las geodésicas sean diferentes de como serían en otro caso. El movimiento de un electrón o protón se debe, pues, a las particularidades del estado métrico en el lugar en que dicho movimiento se encuentra, no a ninguna otra cosa, aunque estuviera tan cercana como el núcleo del hidrógeno lo está de su electrón planetario.

Pero ¿qué debemos decir acerca de la emisión y de la absorción de la luz? Es obvio que donde quiera que percibimos luz la absorbemos, es decir, que la energía existente en las ondas luminosas (o en los *quanta* de luz) que hieren el ojo se transforma en una clase de energía diferente, aunque no podamos concretar de qué clase se trata. Por tanto, todas las percepciones visuales implican este proceso de absorción de luz. Y si la percepción puede ser alguna vez una fuente de conocimiento de las cosas existentes fuera del cuerpo del percipiente, debe haber leyes causales que relacionen lo que le ocurre al percipiente con lo que acontece fuera. Es evidente, desde luego, que dichas leyes existen; no podemos resucitar las mónadas herméticas de Leibnitz. El proceso de absorción y emisión de luz nos servirá como caso especial, del que poseemos un extenso conocimiento y en el cual podemos detenernos para analizar exactamente lo que acontece.

Tomemos, para mayor sencillez, dos átomos de hidrógeno de los cuales uno emite la energía que el otro absorbe. Pero para la teoría de los *quanta* y para fenómenos tales como el efecto fotoeléctrico, esta suposición sería inadmisibles. Si la energía que radia en forma de luz un átomo de hidrógeno tiene realmente la forma de una onda esférica, es imposible que la totalidad de ella sea absorbida por el otro átomo, del mismo modo que la totalidad de la luz emitida por el sol no puede caer sobre la tierra. Pero si la luz emitida por un simple átomo se propaga siguiendo una línea recta (aproximadamente) como una partícula material, puede darse el caso de que caiga en otro átomo y sea absorbida en su totalidad, exactamente como Jonás hubiera podido ser

tragado por otra ballena. Tendremos que suponer en nuestro caso que la distribución esférica de la luz alrededor de un cuerpo radiante es un fenómeno estadístico, como las balas disparadas desde un fuerte en todas las direcciones. Esto sugiere la hipótesis ya indicada en el capítulo XIII, según la cual no ocurre nada en absoluto entre la emisión de luz por un cuerpo y su absorción por otro. En tal caso, el espacio vacío se desvanece como antes el electrón, y sólo queda la superficie de este último. Esto, sin embargo, apenas parece sostenible. El espacio intermedio puede describirse como no-existente, desde un punto de vista métrico, puesto que el intervalo entre la emisión y la absorción de un rayo de luz es cero; pero no puede hacerse lo mismo desde el punto de vista ordinal, puesto que si A y B son dos puntos de un rayo de luz, podemos distinguir el caso de que el rayo vaya de A a B de aquel en que vaya de B a A. Esta diferencia puede expresarse en términos métricos. Por ejemplo: tomemos como coordenada de tiempo el tiempo propio de cualquier cuerpo; cualquiera que sea el cuerpo que elijamos, A será antes que B, o bien: cualquier cuerpo que escojamos, B será antes que A. Ahora supongamos que en A y B hay espejos que reflejan una parte del rayo de tal modo que un observador O puede verlos ambos reflejados. Entonces, todo observador que se encuentre en este caso, o bien podrá ver la reflexión de A antes que la de B, o bien la de B antes que la de A. Podemos eximirnos de esta dependencia de un observador por el siguiente método de exposición: Sea A' un punto en el rayo reflejado de A, y B' un punto en el rayo reflejado de B, escogidos de tal manera que el intervalo entre A' y B' sea un pseudo-tiempo. En este caso, cualquiera que sea el modo como hayamos escogido A' y B', o bien A' estará siempre antes que B' o bien B' estará siempre antes que A'. Esto está expresado en el lenguaje de la teoría especial, pero es también valedero *mutatis mutandis* para la teoría general. Así, pues, cuando decimos que el intervalo entre dos puntos sobre un rayo luminoso es cero, no negamos por ello que exista un sentido im-

portante según el cual uno de aquéllos precede al otro y en el cual uno de ellos puede considerarse como causa y el otro como efecto. Esto indica que el intervalo cero no es, ni mucho menos, tan significativo como pudiera parecer, y ello me impide aceptar la opinión de que no existen acontecimientos a lo largo del camino recorrido por un rayo luminoso en el espacio vacío.

Volvamos ahora a la emisión de la luz, dejando de lado, por el momento, la absorción, y continuemos con el ejemplo del simple átomo de hidrógeno. Se nos dice que supongamos que el electrón gira alrededor del protón durante un cierto tiempo, describiendo una órbita circular, cuatro veces tan grande, por ejemplo, como la órbita mínima; después súbitamente, decide girar según dicha órbita mínima. Cuando se produce este cambio, el átomo pierde una cierta cantidad de energía, que se transforma en luz, cuya frecuencia se obtiene dividiendo la pérdida de energía por h (constante de Planck). En el estado presente del conocimiento físico es necesario dejar abierta la cuestión de si la luz se transmite en una sola dirección o si lo hace según una onda esférica. Pero sí tenemos que admitir que hay algo que se transmite saliendo del electrón, y que si la luz es absorbida por otro átomo, dicha luz ha recorrido una ruta desde su lugar o sus lugares de origen. Admitimos también que la luz tiene una frecuencia, es decir, que lo que se transmite es un proceso periódico. Cuando la luz es absorbida, deja de existir como luz, aunque puede reaparecer (en la fluorescencia). Pero frecuentemente su energía existe en formas descubribles—formas químicas, en la clorofila, por ejemplo. En cambio, cuando la energía existe en forma de un movimiento estable del electrón en su órbita, no es descubrible hasta que se produce un cambio de órbita. Si dispusiéramos de microscopios suficientemente poderosos, podríamos ver un gas incandescente resolverse en un número comparativamente pequeño de focos de luz, en tanto que los átomos en movimiento estable permanecerían invisibles. Así, pues, parece poder sacarse la conclusión de que las leyes causales que efectivamente co-

nectan un trozo de materia a otro son leyes de *quanta* en que existen varias etapas: primeramente, un proceso periódico que no produce ningún efecto exterior; segundo, una disrupción súbita de la energía de este proceso en dos partes, siendo una de ellas un nuevo proceso periódico en el cuerpo original, y la otra un proceso periódico que se transmite en el espacio vacío; tercero, la llegada de este último proceso a otro cuerpo; cuarto, un cambio de *quanta* en este otro cuerpo, que implica la absorción de la energía radiante para la producción de un nuevo estado estable en el cuerpo absorbente. Podemos suponer que todas las relaciones causales efectivas entre cuerpos diferentes implican este proceso de pérdida súbita de energía por uno de los cuerpos y, posteriormente, adquisición súbita por otro. Las antiguas leyes físicas, al ser nuevamente interpretadas por la relatividad, pueden, aparentemente, formularse de modo que dejen los cuerpos independientes entre sí, pero no veo cómo podrían formularse en este sentido las leyes de *quanta*.

Si pudiéramos adoptar lo que pudiera llamarse teoría de radiación de “paquetes postales”, según la cual cuando la energía abandona un átomo lo hace teniendo ya un punto de destino definido, podríamos simplificar nuestra idea de la materia. En tal caso, los átomos vivirían, la mayoría de las veces, una vida contenida en ellos mismos, “el mundo que se olvida por el mundo olvidado”. Pero a veces ellos entregan una parte de energía al cartero y a veces reciben otra de él. El cartero (que quizá no es un abstemio) se tambalea de un lado a otro mientras viaja, y cuanto mayor es el paquete, más de prisa se tambalea. Pero viaja a la misma velocidad cuando su paquete es grande que cuando es pequeño, y es el único lazo de comunicación entre el átomo y el resto del mundo.

Por el momento no pretendemos suponer que la cuestión es tan sencilla como en el ejemplo de los paquetes postales que acabamos de exponer. La energía (según admite la teoría ortodoxa) puede perderse por radiación en el vacío: quiero decir perderse, no matemáticamente, sino prácticamente.

La dificultad es que no podemos situar ningún instrumento en el vacío para ver lo que en él ocurre; el intento sería análogo al de tratar de ir y ver qué cosas tienen aspecto análogo a las de otro lugar en que no hay ojos que las contemplen. Todo nuestro conocimiento actual se relaciona con las superficies de separación de la materia y del espacio vacío; lo que se encuentra dentro y fuera de estas superficies es hipotético. No puedo creer que sea posible ningún esquema lógico de la física mucho más sencillo que cualquiera de los ya expuestos, y creo que dicha simplificación es mucho más probable que venga cuando se haya renunciado al intento de hacer que el espacio físico se asemeje al espacio de las percepciones, de lo cual la *mecánica cuántica* de Heisenberg parece ser el comienzo. La teoría del espacio-tiempo expuesta en los capítulos XXVIII y XXIX era quizá indebidamente ortodoxa y poco imaginativa. Es posible que pueda prescindirse de gran parte de la construcción, si conseguimos libertarnos de la creencia de que es preciso conservar en la física las características que encontramos en el espacio y tiempo psicológicos. De este tema vamos a tratar en el próximo capítulo.

ESPACIO-TIEMPO FISICO Y PERCEPTUAL

En la segunda parte de este libro, al estudiar la transición de la percepción a la física, tomamos del sentido común ciertas toscas aproximaciones que, en el punto que ahora alcanzamos, conviene tratar de reemplazar por algo más exacto. Queremos ahora hacer una segunda aproximación: habiendo deducido de nuestras percepciones un cierto tipo de mundo físico, podemos hacer uso de las propiedades de este mundo inferido para reinterpretar la relación de las percepciones con el mundo exterior, inquiriendo con más cuidado si alguna de las propiedades que asignábamos al mundo exterior la admitimos sin razón suficiente y meramente porque eran como las que creemos encontrar en el mundo perceptual. Se concibe que el problema es difícil y que no es fácil separar los diferentes grados de deducción, pero es importante que emprendamos esta labor.

Partiendo de la percepción, observamos que los diferentes individuos tienen percepciones semejantes, cuyas diferencias se rigen aproximadamente por las leyes de la perspectiva. El primer cuadro que nos ofrece el mundo físico, cuando éste se hace derivar de una comparación de percepciones (partiendo de una lógica desarrollada, no del sentido común), muestra que existen grupos de acontecimientos más o menos semejantes, distribuidos alrededor de centros; que las leyes de primer orden que rigen las diferencias entre aconte-

cimientos de un mismo grupo son simétricas esféricamente respecto al centro del grupo, y que las leyes de segundo orden se obtienen combinando un cierto número de leyes de “distorsión”, cada una de las cuales tiene su propio centro. En este cuadro del mundo hacemos uso de un espacio físico, que está derivado de y también correlacionado con el espacio de las percepciones, en la forma expuesta cuando discutimos el fenomenalismo en el capítulo XX. Aquí repetiremos y ampliaremos nuestra construcción con vistas a sugerir modificaciones de ella, derivadas de la física.

Es imposible eliminar totalmente el factor subjetivo en nuestro conocimiento del mundo, puesto que no podemos averiguar experimentalmente qué aspecto ofrece el mundo desde un punto en que no haya nadie para verlo. Pero sí podemos hacer que el factor subjetivo se mantenga aproximadamente constante y convencernos razonablemente así de que las diferencias que subsisten son debidas a causas no subjetivas. Supondremos, por tanto, que en un momento dado se toma un cierto número de fotografías del mismo objeto, por ejemplo, de una silla o de una mesa, desde puntos diferentes, con cámaras y placas tan semejantes entre sí como sea posible. Supondremos también que las fotografías sufran una comparación por una persona sentada inmóvil, que las coloca sucesivamente en un soporte fijo ante ella. Es entonces razonable suponer que las diferencias entre sus percepciones de las distintas fotografías se deben a causas físicas, y también, dentro de ciertos límites, que las semejanzas entre ellas son debidas a semejanzas en los estímulos de las placas fotográficas. Encontramos que las diferencias entre las fotografías están de acuerdo con ciertas leyes que llamamos de perspectiva; estas leyes guardan correlación con las diferencias entre las apariencias de las diferentes cámaras, para un observador que las vea todas en el momento en que se impresionan las fotografías, y así sucesivamente. En realidad, todas ellas pueden expresarse como funciones de las “coordenadas” de las cámaras y las partes de la mesa en que las “coordenadas” pueden definirse con relación a un

solo observador. Este puede hacer, por ejemplo, que otro hombre vaya llevando el extremo de una cinta métrica extendida hasta cada una de las cámaras mientras que el primero sujeta la otra extremidad; podrá así leer la longitud r que marca la cinta métrica y observar, en escalas adecuadas, las coordenadas angulares θ , φ de la referida cinta. Estos hechos nos llevan a atribuir un cierto grado de objetividad a nuestras coordenadas, puesto que, aunque todas ellas son observadas por nosotros desde nuestro propio punto de vista, determinan la clase de fotografía que una cámara dada nos podrá proporcionar. Asimismo, nos conducen a la idea de que alrededor de la mesa o la silla que se está fotografiando existen acontecimientos relacionados entre sí según las leyes de perspectiva formuladas en relación con un determinado centro según se define por nuestras coordenadas polares. Las de nuestro observador: r , θ , φ son hechos relativos a sus propias percepciones y, sin embargo, bastan matemáticamente para determinar las "percepciones" de las cámaras; por tanto, deben tener cierta significación que no sea puramente privada del individuo.

Este argumento desarrollado y generalizado en formas evidentes nos da una base para suponer que nuestro espacio perceptual tiene alguna contrapartida objetiva, es decir, que existe cierta relación entre la cámara y la mesa, correspondiendo a la relación entre las coordenadas y nuestras percepciones de ellas. (Doy siempre por admitida la teoría causal de la percepción.) Si ahora utilizamos una sola cámara para hacer una fotografía que abarque varios objetos, nos encontraremos nuevamente con que las relaciones espaciales de las representaciones de los objetos en la fotografía son las mismas que hubiéramos podido calcular partiendo de las coordenadas de los objetos y de la cámara. No podemos conocer la cualidad intrínseca de los acontecimientos que en la cámara produce la fotografía, pero podemos inferir una cierta semejanza de estructura entre dichos acontecimientos y nuestra percepción de la fotografía. Todo esto nos lleva a la noción de grupos de acontecimientos dispuestos al-

rededor de centros, teniendo estos últimos entre sí relaciones cuyas propiedades causales pueden deducirse de las relaciones existentes entre algunas de nuestras percepciones. Es decir: dado un grupo G , del cual la percepción p es uno de sus miembros, y otro grupo G' , del cual la percepción p' es uno de sus miembros, si r, θ, φ son las coordenadas de p , y r', θ', φ' , las de p' , existe una relación entre G y G' que puede deducirse de r, θ, φ y r', θ', φ' . Estos hechos constituyen el fundamento para considerar que el espacio es objetivo, aunque, incluso basándose en ellos, el espacio que sea objetivo no será idéntico al espacio de la percepción, sino únicamente correlacionado con él.

Los acontecimientos que producen una fotografía tienen lugar, evidentemente, en la superficie de la placa fotográfica; lo que ocurre entre ésta y el objeto fotografiado está constituido por antecedentes causales, no por la causa inmediata. Y la fotografía resultante está en la placa, no en el objeto. Análogamente, los acontecimientos que constituyen los antecedentes causales inmediatos de nuestra percepción se encuentran en el ojo y en el nervio óptico, y la percepción está en nosotros, no en el mundo exterior, cuando nos referimos al espacio físico. La totalidad de nuestro mundo perceptual se encuentra, para la física, en nuestras mismas cabezas, puesto que, de lo contrario, habría un salto espacio-temporal entre el estímulo y la percepción que resultaría completamente ininteligible. Dos acontecimientos cualesquiera que experimentamos conjuntamente—por ejemplo, un ruido y un color que percibimos simultáneamente—son “co-presentes”. No diríamos, sin embargo, que dos percepciones, no siendo las dos “conscientes”, *deben* ser co-presentes. Dos acontecimientos son co-presentes cuando forman conjuntamente una unidad causal o parte de una—ésta es una condición suficiente, pero quizá no necesaria—. Cuando se experimentan juntamente dos percepciones están, por tanto, causalmente unidas, pero si alguna de ellas es “inconsciente”, pueden no estarlo y, por consiguiente, no podemos tener la seguridad de que son co-presentes. No es necesario, por consecuencia,

suponer que nuestra mente ocupa un punto sólo en el espacio físico.

Ahora es necesario puntualizar las limitaciones que hay que poner a la exactitud de las afirmaciones precedentes. En primer lugar, existen desviaciones de las leyes de perspectiva que pueden fácilmente encajarse en ellas—cuerpos opacos, prismas, lentes, ecos, etc—. Estos casos son fáciles, porque la desviación de la normalidad, en cuanto se refiere a un sentido, va acompañada de la evidencia, aportada por otro, de la existencia de un objeto físico en el centro de la perturbación o en el vértice, si la perturbación es cónica, como ocurre con las sombras. Después, hay casos en que un objeto físico puede deducirse de la existencia de una perturbación, aunque no haya evidencia directa de la existencia del mismo. Pero nada de esto reviste una importancia real. Los dos puntos importantes son: 1.º Las dificultades referentes a la medición; 2.º la diferencia entre una percepción, según se nos presenta, y un estímulo, según es deducido.

1.º Las dificultades referentes a la medición han sido ya estudiadas, pero ahora debemos intentar formular las conclusiones que de nuestro estudio se derivan. Según se ha indicado ya, toda medición, aunque sea inexacta, registra un hecho, aunque éste no sea siempre el que se pretende registrar. Vimos hace un momento que si medimos las coordenadas r , θ , φ de un objeto que ha de fotografiarse y las de un cierto número de cámaras, podemos establecer deducciones referentes a las imágenes que las distintas cámaras nos darán del objeto. Hemos deducido que las coordenadas representaban relaciones con nuestro cuerpo que tenían ciertas propiedades especiales, del tipo que llamamos geométrico, en el sentido de que cuando conocemos las coordenadas de los cuerpos relativamente a nosotros, nos es posible deducir las coordenadas de cada uno de ellos relativamente al otro. Todo esto es aproximadamente verdadero si nuestras mediciones se hacen sin suficiente cuidado; en tal caso, cuando pretendemos haber descubierto relaciones intrínsecas, solamente hemos descubierto relaciones muy complicadas en que intervie-

nen nuestros órganos sensoriales, y quizá incluso nuestros deseos. Hemos buscado una técnica que nos permita eliminar todas las circunstancias, excepto aquellas a que deseamos dedicar nuestro estudio, y lo hemos conseguido en gran parte. Pero la relatividad nos informa de que hay en las mediciones un residuo de variabilidad que no puede ser eliminado, porque, en realidad, las relaciones que tratamos de medir son parcialmente inexistentes. O, más exactamente, son relaciones que comprenden más términos de los que habíamos pensado. Supusimos que las coordenadas representaban ciertas relaciones con los ejes. Pero si tuviéramos dos sistemas de ejes, momentáneamente coincidentes, al moverse uno de ellos relativamente al otro, las coordenadas de un mismo acontecimiento no serían, en general, las mismas en los dos sistemas. Incluso no nos es posible descubrir, en un sentido estricto cualquiera, ninguna relación exacta entre puntos distantes que pueda dar algún significado físico a las coordenadas. La apariencia de lo contrario es solamente una verdad aproximada, que es imposible hacer más precisa.

Todo esto representa una falta de correspondencia entre el espacio-tiempo físico y el espacio y tiempo perceptuales. Si suponemos que el cuerpo humano se mueve según una geodésica, el tiempo perceptual puede identificarse con la integral de ds a lo largo de dicha geodésica, en tanto que el espacio perceptual consiste en ciertas relaciones existentes entre percepciones simultáneas (la palabra "simultánea" no puede provocar dificultad alguna, ya que todas las percepciones residen en nuestras cabezas), en parte perceptuales también, en parte deducidas, pero todas existentes por sí mismas, sea lo que quiera lo que la física diga. Hay ciertos aspectos en que nos es posible modificar el espacio perceptual, para adaptarlo a la física, y otros en que esto es imposible. Podemos, por ejemplo, inferir que las percepciones están constituidas por partes imperceptibles, si la física nos da algún fundamento para creerlo. Pero en cuanto percibimos la existencia de alguna relación entre percepciones, no nos es posible negar que dicha relación existe, sea lo que fuere lo que

la física admita que subsiste entre los objetos que decimos percibir. La norma es: que podemos admitir una mayor complejidad de la estructura de las percepciones, si la física lo requiere, pero aunque toda la física lo demande no podemos admitir una complejidad *menor* de la que pide el estudio de las percepciones, desde su propio punto de vista. En el mundo de las percepciones existe realmente la distinción entre espacio y tiempo, y el espacio posee realmente también algunas de las propiedades que la relatividad niega al espacio físico. Así, pues, al llegar a este extremo, se rompe la correspondencia entre el espacio físico y el perceptual, y la medición, que ante todo debe referirse a las percepciones, es impotente para darnos datos tan dignos de confianza como esperábamos obtener por deducciones, partiendo del mundo físico.

2.º Vengamos ahora a la diferencia entre una percepción, tal como se nos aparece, y un estímulo, tal como lo deducimos. Pero no es ésta la envergadura total del problema que hemos de estudiar. La palabra "percepción" implica la relación a un objeto físico; nosotros suponemos "percibir" una silla o una mesa o una persona. Si la física es exacta, la relación de una percepción a un objeto físico es muy remota y curiosa. En los casos ordinarios vemos los objetos gracias a la luz que se refleja o dispersa, lo que aumenta aún más la complicación. Para tomar el caso más sencillo posible, supongamos que estamos viendo un gas en estado incandescente. La percepción parece consistir en una mancha de color brillante, de determinada forma, sensiblemente continua en el espacio perceptual y aproximadamente constante en el tiempo perceptual. La percepción nos suministra el conocimiento solamente en tanto que lo que percibimos corresponde a lo que realmente tiene lugar en el gas. Ahora bien, si la física es verdadera, existen grandes diferencias entre la estructura aparente de lo percibido y la estructura real de lo que se produce en el gas. (Podemos dar por ignoradas las diferencias que no se refieran a la estructura.) En lugar de algo estable y continuo, tal como parece ser lo

que percibimos, se admite que el proceso que tiene lugar en el gas consiste en un gran número de cataclismos separados, súbitos y discretos. Verdad es que hay importantes semejanzas entre lo percibido y el acontecimiento físico. La forma de lo percibido corresponde a la forma de la región en la que tienen lugar los cataclismos, con las limitaciones de que acabamos de hacer mención, al hablar de mediciones. El color de lo percibido corresponde a la cantidad de energía que pierde cada átomo en un acontecimiento. La constancia de lo percibido corresponde a la constancia estadística, según la cual se producen los cataclismos en cualquier porción del gas no demasiadamente pequeña. Así, pues, todo en lo percibido representa un hecho estadístico concerniente al gas, con la excepción del color, que se admite representa un hecho concerniente a cada uno de los átomos. Esto, entre paréntesis, no es otra cosa que un notable retorno al aforismo de Locke sobre las cualidades secundarias: el color es el más objetivo de todos los elementos de lo percibido.

Estas diferencias, en cierto sentido, pertenecen todas a una misma clase, pues atribuyen una *mayor* estructura al acontecimiento físico que a lo percibido. Esto concuerda con el principio general de que la relación de las apariencias distantes a las cercanas es uni-múltiple, de modo que las diferencias en la percepción implican diferencias en el objeto, pero no viceversa. La más fina estructura del objeto puede, en su totalidad, en último análisis, ser deducida de la estructura más gruesa de lo percibido, pero ello implica la comparación de muchas percepciones y la busca de leyes causales invariables en la forma que vimos en la Segunda Parte. No existe, por tanto, inconsistencia alguna en la hipótesis de que el acontecimiento físico difiere de lo percibido en el modo admitido por la física, puesto que la diferencia consiste en atribuir mayor estructura al acontecimiento físico, no en negarle aquellos elementos de estructura que posee lo percibido.

Escogiendo convenientemente, es posible atribuir a lo percibido la misma estructura que la que posee el acontecimen-

to físico o, mejor dicho, la misma estructura que la que posee el estímulo externo inmediato. No podría demostrarse que esta hipótesis es falsa, pero es menos útil de lo que podría suponerse, porque solamente aquello que se *conoce* sobre las percepciones es epistemológicamente importante, y una estructura tal, si existe, permanece ciertamente no percibida. Lo que solamente descubrimos acerca de las percepciones por medio de la deducción no pertenece a aquella parte que suministra premisas a la ciencia, sino que ocupa, desde el punto de vista de la teoría del conocimiento, la misma posición que los acontecimientos en el mundo exterior. Por tanto, aunque las percepciones puedan tener una estructura que no percibimos, ello no disminuye lo significativo del hecho de que la estructura *que percibimos* en las percepciones tiene solamente una relación uni-múltiple con la de su estímulo.

La cuestión podría plantearse así: ¿Es quizá el espacio-tiempo físico mucho más disemejante al espacio y tiempo de la percepción de lo que hemos expuesto? ¿Hemos sido víctimas de pereza imaginativa con nuestras modificaciones puramente fragmentarias a los prejuicios del sentido común? Categóricamente, el doctor Whitehead no se ha hecho acreedor a tal reproche; su “falacia de la localización única”, una vez salvada, nos conduce a una estructura del mundo completamente diferente de la del sentido común y de la ciencia primitiva. Pero esta estructura depende de una lógica que nos es imposible admitir, a saber: la lógica que supone que los “aspectos” pueden no ser completamente semejantes y que, no obstante, pueden ser en cierto sentido numéricamente únicos. Para mí, esta hipótesis, si se acepta seriamente, es incompatible con la ciencia, e implica un panteísmo místico. Pero no seguiremos ahora por este camino, habiendo ya tratado del problema en ocasiones anteriores. La pregunta que deseo formular es: sin adoptar medidas heroicas, ¿qué podríamos admitir sobre el espacio-tiempo físico si deseáramos conservar todo lo que es probablemente verdadero en física, pero no tuviéramos el mismo deseo de mantenernos

tan cerca como fuese posible del sentido común? En particular, ¿puede ser atómico el espacio-tiempo en sí mismo, según parece sugerir la existencia de la unidad de acción h ? Y ante todo, ¿como deberemos concebir la “acción”?

La acción se define, generalmente, como la integral temporal de la energía, puesto que la energía puede ser identificada con la masa, la “acción” puede definirse también como la masa multiplicada por el tiempo. La masa gravitatoria es una longitud; por ejemplo: la masa del sol es 1,47 kilómetros (1). Como la masa gravitatoria y la inerte son iguales, podemos considerar la acción como longitud multiplicada por tiempo. El doctor Jeans (*Atomicity and Quanta*, página 8) dice:

“Difícilmente puede haber una atomicidad en el continuo mismo, porque si así fuese, la totalidad de la ciencia física debería estar ocupada por una constante universal de las dimensiones físicas del espacio multiplicadas por el tiempo. Nada semejante puede sospecharse que tenga lugar ni, en lo que yo sé, ha sido jamás ni siquiera supuesto. Así, pues, la ciencia puede hoy proclamar con firme confianza que tanto el espacio como el tiempo son continuos.”

En este pasaje creo que lo de “firme confianza” va algo más allá de lo que podría sostenerse. Si hubiera alguna ventaja científica en concebir una estructura atómica para el espacio-tiempo, no creo que ningún argumento teórico en sentido contrario pudiera oponer un veto. Los argumentos tomados de las dimensiones, como los que emplea el doctor Jeans, carecen ya del carácter definitivo que tenían antes de la teoría de la relatividad. Según acabamos de ver, nosotros *podríamos* definir la “acción” de modo que sus dimensiones fueran una longitud multiplicada por un tiempo. Ahora bien, hay una constante universal de acción, a saber: h . Quizá si fuéramos a tomar la acción como una de las concepciones básicas de la física, podríamos construir una física que fuera atomística en su totalidad y que, sin embargo,

(1) Eddington, *op. cit.*, p. 87

contuviera todo cuanto es comprobable. Yo no "proclamo con firme confianza" que esto sea posible; solamente atraigo la atención hacia la hipótesis, como digna de ser estudiada por la posibilidad de que proporcione una simplificación del aparato conceptual de la física. En los siguientes capítulos debe tenerse muy en cuenta esta hipótesis.

PERIODICIDAD Y SERIES CUALITATIVAS

El carácter periódico de muchos fenómenos físicos ha sido siempre evidente, desde que el hombre observó su propia respiración y la alternancia de noches y días. Pero ha adquirido una importancia completamente nueva con el descubrimiento de los *quanta*. El *quantum* caracteriza un período completo de un rápido proceso periódico, no un momento particular del período; así, pues, obliga a considerar el período como un todo, y en cierto modo invierte el rumbo que hasta ahora habían tomado las leyes físicas, a saber: el de proceder partiendo de las integrales hacia las diferenciales. Se recordará que el principio de los *quanta*, según lo han enunciado Wilson y Sommerfeld, dice: Dado un proceso periódico o casi periódico, cuya energía cinética ha sido expresada por medio de coordenadas “separadas” si q_k es una cualquiera de estas coordenadas y E_{kin} es la energía cinética, se tendrá:

$$\int \frac{\delta E_{kin}}{\delta q_k} dq_k = n_k h$$

en donde la integración debe hacerse a lo largo de un período completo de q_k y siendo n_k un número entero pequeño, que es el número *quantum* asociado a q_k . Esta ley se refiere esencialmente a un período total y hace así que la periodicidad

dad sea algo fundamental en la física, de un modo completamente nuevo.

Antes de pasar adelante será conveniente estudiar en qué proporción conserva esta importancia la periodicidad en la reciente mecánica de *quanta*, inaugurada por Heisenberg. Para este objeto tenemos que concentrar la atención en la única ecuación fundamental en que figura h en el nuevo sistema. Esta ecuación toma la forma siguiente (1):

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i} I$$

en que p y q son matrices, siendo q una coordenada hamiltoniana, según el nuevo sentido, y p el "impulso" correspondiente, también en el nuevo sentido, en tanto que I es la matriz unitaria. Se admite que esta ecuación se verifica para *todos* los movimientos, y no sólo para aquellos que son periódicos. Pero en el caso de los movimientos no periódicos, da un resultado que se aproxima al de la mecánica clásica. Nos encontramos, pues, con que la nueva mecánica sólo resulta necesaria para los movimientos periódicos, aunque sea técnicamente posible encontrar un principio de *quanta* que resulte también aplicable a los movimientos no-periódicos. De aquí se deduce que la importancia de la periodicidad permanece intacta, desde un punto de vista empírico, aunque quede algo disminuida desde el punto de vista de la afirmación de las leyes fundamentales. En todo caso, su importancia persiste en proporción suficiente para requerir una discusión separada.

Tradicionalmente, en la física la periodicidad ha sido cuestión del movimiento: un cuerpo describe el mismo recorrido en el espacio una y otra vez. Con la venida de la relatividad se ha hecho necesario modificar algo esta concep-

(1) M. Born y P. Jordan: "Zur Quantenmechanik", *Zeitschrift für Physik*, 34, pág. 871. Y también M. Born, W. Heisenberg y P. Jordan, *ib.*, 35, pág. 362.

ción. En el espacio-tiempo todos los puntos tienen una fecha y no pueden ser ocupados por segunda vez; ni la tierra ni un electrón pueden describir nuevamente la órbita que recorrieron en una ocasión precedente. Y la periodicidad se referirá a un sistema dado de coordenadas: aunque, en un sistema, una coordenada vuelva a adquirir repetidamente una determinada serie de valores y siempre en tiempos iguales, puede ocurrir que en otro sistema, incluso si se trata de una coordenada oscilatoria, sus períodos no sean iguales. Un cambio de ejes puede traer como consecuencia hasta la desaparición de todo rastro de carácter periódico en un proceso. No obstante, teniendo en cuenta que el principio de los *quanta* nos obliga a considerar la periodicidad como algo físicamente importante, parece que debemos considerar ésta como un carácter perteneciente a un proceso, cuando se refiere a ejes que se mueven con él, puesto que de este modo salvaríamos las dificultades que provoca la relatividad. Si, en algunos casos, este método no lo podemos seguir, necesitaremos buscar algún otro que evite igualmente las dificultades apuntadas. Pero siempre que se trate de procesos relacionados con la materia (en oposición a los procesos electromagnéticos) no encontraremos, en mi opinión, otra posibilidad que la de adoptar ejes que se muevan con la materia en cuestión. Pero ello hace imposible el considerar la periodicidad como un carácter fundamental que se revela en el movimiento, puesto que hemos reducido a la quietud al cuerpo en que tiene lugar el proceso periódico. Lo que sobre esto debo sugerir es que, esencialmente, la periodicidad está constituida por la reaparición de *cualidades*.

En el presente capítulo me propongo estudiar qué es lo que debe entenderse por “cualidad” de un acontecimiento; trataré también de investigar la relación de la cualidad con la causalidad, el movimiento y la periodicidad.

La física ignora tradicionalmente la cualidad y reduce el mundo físico a materia en movimiento. Este concepto no es ya adecuado. La energía ha adquirido mayor importancia que la materia, y la luz posee muchas propiedades, por ejem-

plo, la gravitación, que se consideraban antes como características de la materia. La sustitución del espacio y del tiempo por el espacio-tiempo ha hecho natural el considerar los acontecimientos, más que como sustancias persistentes, como la materia prima de la física. Los fenómenos cuánticos han hecho surgir la duda sobre la continuidad del movimiento. Esta y otras razones han hecho desaparecer la antigua sencillez.

Cuando partimos de la percepción, en lugar de hacerlo de la física matemática, nos encontramos con que los acontecimientos que nos son mejor conocidos poseen "cualidades" por medio de las cuales pueden ordenarse en clases y series. Todos los colores tienen un algo de común de que carecen los sonidos. Dos colores pueden ser tan semejantes que resulten casi o completamente indistinguibles, pero pueden ser también muy desemejantes. Como subraya la "psicología de la figura", las formas se perciben cualitativamente, no analíticamente, como sistema de partes relacionadas entre sí. Pero esta concepción total de la cualidad, que tan amplia parte desempeña en nuestra vida perceptual, se encuentra totalmente ausente de la física tradicional. Los colores, los sonidos, las temperaturas, todo se ha creído que era causado por distintas clases de movimientos. Nada puede objetarse a esto mientras responde a su objeto; pero cuando (y allí donde) demuestra su insuficiencia, nada podrá objetarse tampoco a que se vuelvan a introducir las diferencias cualitativas en el mundo físico.

Hay, sin embargo, una limitación esencial. Podemos encontrar razones para suponer la existencia de diferencias cualitativas, con objeto de poder construir el tipo de estructura que hemos deducido, pero no podemos tener medio alguno de conocer cuáles son las cualidades que difieren. Este punto fue ya discutido en la Segunda Parte, y no precisa que nos detengamos más en él.

Lo que hasta ahora hemos admitido, aparte de las cualidades, es la co-puntalidad, la causa-y-efecto y las leyes de *quanta*. Digo causa-y-efecto porque es necesario poder dis-

tinguir el acontecimiento anterior del subsiguiente en una transacción, y esto representa una suposición de menor importancia que la de una serie causal. Las nociones precedentes son suficientes, excepto para un objeto: el de definir la "repetición". La posibilidad de repetición se encuentra en el fondo de la distinción de sentido común entre espacio y tiempo; podría suponerse que la sustitución de éstos por el espacio-tiempo hiciera la repetición imposible, y, sin embargo, todo lo que distingue la física cuántica y las teorías de la luz y del sonido, para no mencionar otras materias, depende de la periodicidad que implica la repetición. Mientras no hemos tenido más que bolas de billar moviéndose en un espacio que no sufría cambios, hemos podido contentarnos con la repetición de la configuración. Pero ahora la distancia espacial, que es esencial para la configuración, necesita ser analizada según una complicada relación indirecta, que depende de la existencia de ascendientes o descendientes causales comunes. Necesitamos, por tanto, poder distinguir entre los acontecimientos por medios adicionales a sus relaciones de espacio-tiempo.

Existe, sin embargo, una dificultad de importancia al encontrar las leyes que rigen lo que llamamos "cualidades". En un mundo de procesos continuos podríamos decir que las cualidades tienen que cambiar gradualmente. Pero en los procesos en que intervienen los *quanta*, cambian, al parecer, súbitamente. Es posible, sin embargo, que este carácter repentino no exista en un proceso rítmico estable, o quizá, aunque exista, puede implicar únicamente cambios pequeños que den el carácter de serie a las cualidades sucesivas. Tomemos por ejemplo la revolución de un electrón alrededor de un núcleo. En la más reciente teoría de los *quanta*, esto no ocurre en realidad, pero podemos ver cómo podríamos interpretar el hecho si fuera necesario admitirlo. Hagamos una hipótesis fantástica únicamente para aclarar el caso: supongamos que el electrón y el núcleo pueden contemplarse entre sí y que ninguno de los dos gira alrededor de su eje. Entonces, cada uno de ellos tendrá vistas del otro, que irán

variando en toda una revolución, y a cada una de éstas se repetirá el ciclo de cambios. Ahora permítasenos invertir la hipótesis y empezar por suponer la serie periódica de vistas. De ella podemos deducir la revolución del electrón, siempre que seamos libres de construir el espacio en la forma que deseemos, aunque con sujeción a ciertas leyes formales. Ahora bien, en realidad nosotros gozamos de esta libertad; el “espacio” en que gira el electrón necesita solamente tener algunas propiedades matemáticas abstractas, y con tal de que las posea puede construirse con cualquier material disponible. Mientras el electrón continúa en una misma órbita, podemos concebir, de todos modos, y como simplificación esquemática, que existe un acontecimiento persistente E, que puede tomarse como representativo de aquél, y, del mismo modo, que existe otro acontecimiento persistente P, representativo del protón. Ahora supongamos que se dan compresentes con E, pero no entre sí, acontecimientos sucesivos: $p_1, p_2, p_3, \dots$ que podrían considerarse como “aspectos” del protón y están relacionados entre sí poco más o menos en la misma forma en que lo estarían las vistas del protón desde distintos puntos, si el electrón pudiera verlo. Análogamente, supongamos una serie de acontecimientos, $e_1, e_2, e_3, \dots$, compresentes con P, pero no entre sí, análogos a lo que serían las vistas del electrón para el protón, si este último pudiera ver. Y supongamos también que después de un cierto número de estos acontecimientos vuelve a producirse otra serie de ellos exactamente semejante a la anterior, o por lo menos aproximada a ella. Estos supuestos nos proveen de todo el material necesario para un movimiento relativo periódico. Por tanto, diremos no que las perspectivas difieren porque cambian las relaciones espaciales, sino que el cambio en las relaciones espaciales consiste en una alteración sistemática de las perspectivas. Tal hipótesis es admisible, pero da un carácter esencial a la semejanza y diferencia de cualidad. Y deja de ser fantástica si prescindimos de la analogía con la visión, excepto en lo que se refiere a las características puramente formales.

Adelantemos ahora, en el análisis de un proceso periódico-

dico, teniendo en cuenta lo que antecede y poniéndolo en relación con la construcción de puntos expuesta en el capítulo XXVIII. Supongamos, para empezar, que el proceso es discreto; esta hipótesis podrá suprimirse luego, pero simplifica el razonamiento inicial. Supongamos, a título de ejemplo, que se dan diez cualidades: $q_0, q_1, q_2, \dots, q_9$, y que existen acontecimientos

$$a_{10}, a_{11}, a_{12}, \dots, a_{19}, a_{20}, a_{21}, \dots, a_{29}, a_{30}, \dots$$

sujetos a las siguientes condiciones:

- 1.º $a_{10}, a_{20}, a_{30}, \dots$ tienen la cualidad q_0 ; $a_{11}, a_{21}, a_{31}, \dots$ tienen la cualidad q_1 , etc.
- 2.º Cada una de las a es co-presente con los términos inmediatos a derecha e izquierda, pero no con ninguna de las otras a .
- 3.º Si $m < n$, cualquier punto del espacio-tiempo de que sea a_m , pero no a_n , miembro tiene un intervalo de pseudo-tiempo con cualquier punto de que a_n , pero no a_m , sea miembro.

En este caso, las series de a constituyen un proceso periódico que tiene diez a en cada período. El último dígito del sufijo de una a indica la cualidad de la a ; esto es: si el último dígito es r , la cualidad es q_r , en tanto que los dígitos restantes indican el número del período.

Si todas las a son acontecimientos de la historia de un trozo de materia, ésta se encuentra sujeta a un proceso periódico. Si existe una serie correlativa de b en otro trozo de materia, los dos procesos periódicos componen conjuntamente un movimiento relativo de carácter periódico, tal como la revolución de un electrón alrededor de un protón.

Generalizando lo que precede, sigamos suponiendo que el proceso es discreto, pero admitamos que tenemos r cualidades: $q_1, q_2, \dots, q_r$ y un conjunto de acontecimientos:

$$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1r}, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2r}, a_{31}, \dots$$

en que, como antes, el último sufijo indica la cualidad, esto es: que a_{mn} tiene la cualidad q_n ($n \leq r$). Supongamos tam-

bién que cada a es co-presente con p de sus predecesoras y p de sus sucesoras, siendo $2p + 1 < r$; pero que ninguna a es co-presente con otras a , excepto las indicadas. Los restantes supuestos serán los mismos que antes. Entonces obtendremos nuevamente un ritmo, que puede considerarse como un análisis de los procesos periódicos en la física.

Si suponemos que las a no son co-presentes con ningún acontecimiento, excepto las otras a ya especificadas, el grupo de a con el que una a dada es co-presente constituye un punto que puede tomarse como punto medio en la duración de la a en cuestión. Podemos tomar este punto como representativo de la referida a , puesto que su relación es unilateral. Así, pues, la a en cuestión va asociada a un punto, a pesar de que perdura durante un tiempo finito, esto es: es co-presente con acontecimientos no co-presentes entre sí.

Debe observarse que, según la teoría del espacio-tiempo, expuesta en los capítulos XXVIII y XXIX, es perfectamente posible que ciertas partes del espacio-tiempo sean continuas y que otras sean discretas. Supongo, en este momento, que nos estamos refiriendo a un proceso periódico que se produce en una de las partes discretas del espacio-tiempo; ello no implica la hipótesis de que *todo* el espacio-tiempo sea discreto.

Si las a de un proceso periódico, según supusimos hace un momento, no son co-presentes con ningún acontecimiento, salvo ciertas a próximas (que deben ser menos de las que componen la totalidad de un período), el número de puntos de un período es el mismo que el número de a , y cualquiera de los dos nos da la medida de la duración del período, medido por su propio tiempo. Es evidente que en una parte discreta del espacio-tiempo, la medida natural de la distancia será el número de puntos intermedios. Vemos también cómo el tiempo propio de un proceso puede diferir del de otro. Supongamos que nuestras a forman un proceso "aislado" (es decir, no co-presente con nada, excepto las otras a) salvo en el principio y en el final; la primera y

última a tienen que ser co-presentes con el primero y último término de otro proceso periódico compuesto de b , que también está aislado salvo en sus extremos. Entonces el tiempo propio del proceso b vendrá medido por el número de b existente entre los dos extremos, que no necesita tener ninguna relación con el número de a . Esto aclara lo que, desde luego, se deduce de la relatividad, el hecho de que la periodicidad tenga que ser medida por unidades intrínsecas al proceso de que se trata, no por las apropiadas a otros procesos periódicos. Estas observaciones quizá no fueran necesarias, salvo por el hecho de que la relatividad y la teoría de los *quanta* se mantienen al presente apartadas una de otra y no han podido ser fundidas en una sola por los físicos.

Lo que precede podría ser expuesto en el lenguaje de la lógica matemática, haciendo con ello más claro el carácter de las suposiciones y muy fácil la generalización a los procesos continuos. Sea Q la serie de cualidades y A la serie de acontecimientos en el proceso rítmico. Imaginemos los acontecimientos dispuestos en filas y columnas, de modo que cada fila comprenda un período y cada columna comprenda todos los acontecimientos que poseen una cualidad dada. Supongamos una relación uni-múltiple S , cuyo dominio es todo el campo de Q y cuyo dominio recíproco es todo el campo de A . Cuando q tiene la relación S con a , decimos “ a tiene la cualidad q ”. Si a es un término cualquiera comprendido en el campo de A , sea q el término que tiene la relación S con a ; entonces el siguiente término debajo de a en la misma columna (es decir, la a correspondiente en el período siguiente) es el primer término a en la serie A que está después de a y con la que q tiene la relación S . La “fila de a ” consta de todas las a , que preceden a a' y no anteceden a a . La “columna de a ” consta de todas las a , con las que q tiene la relación S . Suponemos que S , con su dominio recíproco limitado a una fila, es unilateral, de modo que cada fila (esto es, cada período) es una serie que es semejante (en el sentido técnico) a la serie Q .

$$\begin{array}{ccccccc}
 q_1 & q_2 & & & & q_r & \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \rightarrow Q \\
 S \downarrow & \downarrow S & & & & \downarrow S & \\
 a & & & & & & \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \rightarrow A \\
 a' \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \rightarrow A \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \rightarrow A
 \end{array}$$

No hay dificultad para adaptar el análisis precedente de la periodicidad a los procesos continuos. En vez de una serie enumerada de cualidades: $q_1, q_2, \dots$ tendremos que tomar alguna serie continua de ellas, tal como los colores del arco-iris o las notas producidas por un violín al pasar arriba y abajo un dedo por las cuerdas. El número de acontecimientos co-presentes con otro dado tiene ahora que ser infinito, pero aún debe ser menor que la totalidad de los de un período (ignorando los acontecimientos exteriores al proceso estudiado). El número de puntos en un período o en cualquier porción finita de él es ahora infinito y no puede, por tanto, ser utilizado como medida de distancia. Así, pues, en lo que se refiere a propiedades métricas, existen diferencias importantes entre los procesos continuos y los discretos. No obstante, no nos detendremos en estos últimos, siendo nuestro propósito estudiar el análisis del "intervalo" en otro capítulo.

Hasta ahora hemos venido considerando los procesos que puede decirse que tienen lugar en la materia, o que, de todos modos, no se mueven con la velocidad de la luz. Pero también la luz se toma corrientemente, como si consistiera en un proceso periódico. Aceptando la teoría ondulatoria de la luz, vamos a proceder a analizar su carácter periódico. Encontraremos que difiere en importantes puntos del de los procesos periódicos en la materia.

El carácter periódico de una onda luminosa no existe desde su propio punto de vista, sino solamente desde el de la materia que encuentra o desde aquella de donde radia. Podemos suponer que cuando la luz radia desde un átomo, en el

momento de producirse un cambio de *quanta*, hay, desde el punto de vista del átomo, una serie temporal de lo que podríamos llamar “acontecimientos luminosos”, y que esta serie es periódica en el sentido que hemos venido considerando. Cada período de uno de estos acontecimientos luminosos constituye la emisión de una onda luminosa. Si suponemos que la luz es absorbida por otro átomo, podemos suponer que cada uno de los acontecimientos luminosos es copresente con ciertos acontecimientos en el átomo absorbente, así como con otros acontecimientos determinados en el átomo emisor.

Con respecto a los tiempos propios de los átomos, el orden de tiempo de los acontecimientos luminosos es el mismo para los dos átomos. Pero desde el punto de vista de los mismos acontecimientos luminosos no existe la periodicidad. Mientras la luz no tropieza con la materia, consiste en acontecimientos separados, que todo lo más se “tocan” con otro acontecimiento, en sus contornos respectivos; el viajero que acompañase a uno de los acontecimientos podría no tener conocimiento de ninguno de los acontecimientos restantes, puesto que éstos no pueden alcanzarse entre sí. Si pudiéramos imaginar un homúnculo flotando en la cresta de una onda luminosa, no tendría él mismo medio alguno de descubrir que se producía ningún proceso periódico, puesto que no podría “ver” las partes restantes de la onda. Las diferentes partes de una onda luminosa no pueden, en resumen, actuar unas sobre otras en ninguna forma, porque ninguna acción causal puede viajar con más rapidez que la luz.

Ni siquiera podemos hablar propiamente de una periodicidad en la onda luminosa para un observador que la observa pasar. Sólo podemos ver la luz deteniéndola. Esto se aplica a aquellos fenómenos, tales como la interferencia, que sólo se hacen visibles, obligando a la luz a que se encuentre con la materia. Ciertamente es que la interferencia nos da una base para inferir la estructura: dos procesos pueden neutralizarse entre sí, pero dos “cosas” no. Si *A* debe una libra a *B*, y *B* una cantidad igual a *A*, el resultado es cero; pero si *A* tiene una

libra en su mano para dársela a B y B otra en la suya para dársela a A , el resultado son dos libras. Siempre que la suma de dos ocurrencias pueda ser cero, aquéllas deben tener el carácter de una relación. Así es justificado suponer, por hechos tales como los que la interferencia nos muestra, que cuando la luz cae sobre un cuerpo éste experimenta una serie de cambios, cuyos efectos sobre él son de clases opuestas, como si hubiera alguien que empujase en un sentido y otro que empujase en el opuesto. Pero todo esto se entiende desde el punto de vista del cuerpo, no de la luz. Así, la frecuencia de la luz es una característica que existe para un cuerpo que emite luz y para un cuerpo que la absorbe (por ejemplo, el cuerpo de un observador científico), pero no para la luz propiamente dicha, mientras se encuentra *in vacuo*.

Por tanto, siempre que la luz es emitida y absorbida, podemos suponer que lo que acontece se produce de acuerdo con el esquema siguiente. Tenemos una serie temporal de acontecimientos en el cuerpo emisor y, co-presentes con cada uno de éstos, un acontecimiento luminoso. Estos últimos, distribuidos según el orden temporal de los acontecimientos co-presentes en el cuerpo emisor, forman un proceso periódico en el sentido ya indicado. Cada uno de los acontecimientos luminosos es también co-presente con algún otro acontecimiento en el cuerpo absorbente. El orden de tiempo de los acontecimientos en el cuerpo absorbente es el mismo que el de los acontecimientos en el cuerpo emisor; esto es, que si e , e' son acontecimientos en el cuerpo emisor co-presentes respectivamente con l , l' , dos acontecimientos luminosos, y si l , l' son respectivamente co-presentes con a , a' , dos acontecimientos en el cuerpo absorbente, tendremos que si e precede a e' , a precederá a a' . No podemos decir lo que les ocurre a las ondas luminosas que son emitidas y no reabsorbidas, puesto que por la naturaleza del caso no puede haber nunca ninguna evidencia concebible acerca del mismo.

De acuerdo con lo anterior, la frecuencia de una onda luminosa es una característica que ésta tiene en relación con la materia, no en relación consigo misma. En esto difiere,

por ejemplo, de la periodicidad en la revolución de un electrón que puede suponerse existe por el electrón mismo.

El punto capital de la hipótesis expuesta es la sugestión de que los “acontecimientos luminosos” aislados se extienden desde el cuerpo emisor al cuerpo absorbente. No afirmamos esto más que como una posible hipótesis. Uno de sus objetos principales es responder al hecho de que el intervalo entre dos partes de un rayo de luz es cero. Pero de esto último nos ocuparemos en el próximo capítulo.

TIPOS DE ACONTECIMIENTOS FISICOS

En este capítulo me propongo justificar la división de los acontecimientos físicos en tres tipos, que llamaré respectivamente acontecimientos fijos, ritmos y trans-acciones. La frase “acontecimientos fijos” se ha formado por analogía con los “movimientos fijos”, aunque no se suponga que los acontecimientos en cuestión son movimientos. Los ritmos son procesos periódicos como los que hemos venido estudiando en el capítulo anterior. Las trans-acciones son los cambios de *quanta* en que la energía pasa de un sistema a otro. Las leyes que rigen estos diferentes tipos de acontecimientos son también diferentes, y es necesario distinguirlas antes de emprender la discusión general de la causalidad física.

La idea tradicional de que la física trata exclusivamente de la materia en movimiento no puede ya ser mantenida por varias razones. En primer lugar, el éter, aunque se diga que existe, difícilmente puede admitirse que tenga una estructura granular, y los acontecimientos que se producen en él, tales como el peso de la luz, no pueden explicarse como movimientos de las partículas de éter. En segundo lugar, los cambios de *quanta*, si en realidad son súbitos, violan la continuidad de la materia y destruyen así sus ventajas como representación imaginativa. En tercer lugar, y éste es filosóficamente el punto más importante, el concepto de movimiento depende del de las sustancias materiales persistentes,

las que, según hemos visto, hay razón para considerar solamente como una generalización empírica aproximada. Antes de que podamos decir que un trozo de materia se ha movido, debemos admitir que dos acontecimientos en tiempos diferentes pertenecen a una "biografía", y una "biografía" se define por determinadas leyes causales, no por la persistencia de la sustancia. En consecuencia, el movimiento es algo que se construye de acuerdo con las leyes de la física o—como podríamos decir—como una convención para formularlas; no puede ser uno de los conceptos fundamentales de la física. Por último, hay un argumento que es difícil formular de una manera precisa, pero que, a pesar de ello, tiene cierto peso. Para Newton el movimiento era absoluto y un cuerpo en movimiento debía admitirse que se encontraba en un estado diferente que un cuerpo en reposo. Pero cuando se ha reconocido que el movimiento era sólo relativo, las leyes del movimiento se han convertido en leyes, en cuanto relaciones entre los cuerpos más o menos distantes. Así, ellas han llegado a implicar algo parecido a la acción a distancia, aunque ello venga desfigurado por la utilización de ecuaciones diferenciales, no siempre interpretadas según los rígidos métodos de Weierstrass. Si queremos evitar la acción a distancia, nuestras leyes fundamentales deberán referirse a términos que posean una extensión espacio-temporal finita, capaces, por tanto, de entrar en contacto y solaparse; en una palabra, a acontecimientos más bien que a partículas o a unidades materiales impenetrables. Ello implica una nueva interpretación del movimiento, según se da en la física, de la cual trataremos en otro capítulo. Por el momento nos limitaremos a los materiales que serán necesarios para tal objeto y para la interpretación de otros fenómenos físicos.

Un "acontecimiento fijo", en el sentido que damos aquí a esta frase, es algo que está desprovisto de estructura física y es co-presente con acontecimientos que no son co-presentes entre sí, pero siendo uno anterior y el otro posterior; en otras palabras, el acontecimiento fijo es un miembro de dos puntos por lo menos, que tienen un intervalo de pseudo-

tiempo. Cuando un acontecimiento fijo se contrasta con un ritmo, se supone que el primero no forma parte de ningún proceso periódico, pero es imposible dar como cierto que no haya ningún acontecimiento elemental que no forme parte de un proceso de esta clase. Puede ocurrir que todos los cambios no periódicos se produzcan por medio de transacciones, pero éste no es un problema resuelto en el estado actual de nuestro conocimiento.

Un “ritmo”, según hemos explicado ya, es un ciclo repetido de acontecimientos en el cual hay una semejanza cualitativa entre los miembros correspondientes de los distintos períodos. El ritmo puede tener un período, consistente en un número finito de acontecimientos, o uno consistente en un número infinito; puede ser discreto o continuo. Si es discreto, el tiempo propio de un período se mide por el número de acontecimientos que existe en este último, y la “frecuencia” del proceso es el recíproco de este número. Pero aquí estamos hablando de la frecuencia medida por el tiempo propio del período; si se mide por un tiempo distinto, la frecuencia puede ser completamente diferente. Lo que comúnmente se llama frecuencia de una onda luminosa es su frecuencia con relación a ejes fijados relativamente al cuerpo emisor. Su frecuencia con relación a ejes que se muevan con aquélla es cero; esto es colamente el efecto Doppler llevado al extremo. Hay quizá alguna falta de consecuencia en la costumbre de estudiar los cuerpos por medio de ejes que se muevan con ellos, en tanto que la luz se trata siempre con referencia a ejes materiales. Si queremos comprender la luz en sí misma, no en su relación con la materia, debemos dejar que nuestros ejes viajen con ella. En este caso su periodicidad es espacial, no temporal; es como la del hierro ondulado. Desde el punto de vista de la luz en sí misma, cada parte de onda luminosa es un acontecimiento fijo, en el sentido que acabamos de definir.

Uno de los más fundamentales procesos rítmicos será la revolución de un electrón alrededor de un núcleo, a menos que aceptemos las ideas de la nueva mecánica de *quanta*, se-

gún la cual no hay razón para suponer que esto es en realidad lo que ocurre. En la teoría de Bohr-Sommerfeld, esta revolución se realiza por sí misma, hasta que resulta alterada ya por un cambio de *quanta* o ya por alguna acción química o eléctrica más convencional. La cuestión planteada es: ¿por qué hemos de suponer que existe un proceso, cualquiera que sea? ¿Por qué no suponer que hay un acontecimiento uniforme, poseedor de una cierta cantidad de energía, que es reemplazado, en un cambio de *quanta*, por otro acontecimiento uniforme poseedor de una cantidad de energía diferente, siendo la diferencia con la anterior radiada o absorbida? Ciertamente, atrae esta hipótesis, porque el átomo no da indicación externa de su presencia, en tanto que el supuesto proceso continúa y, por tanto, no puede haber evidencia directa de que se producen cambios como los que supone un movimiento fijo. En todo caso, si un electrón gira alrededor de un protón, describiendo un círculo, y ambos son esféricamente simétricos, no es fácil ver, desde un punto de vista relativista, qué es lo que se entiende exactamente al decir que el electrón gira. Esta dificultad no se resuelve acudiendo a la hipótesis de los electrones rotatorios. Tenemos las mismas dificultades que en el caso de la rotación absoluta y del péndulo de Foucault, a saber: las dificultades que Newton expuso para probar la necesidad del movimiento absoluto. Dentro del sistema consistente en un electrón y un protón solamente, nada cambia mientras el electrón gira en su órbita circular; el cambio sólo existe con referencia a otros cuerpos. ¿Por qué no mirar este estado de cosas como estático, pero poseedor de una cierta cantidad de energía? La energía puede ser alterada en cantidad por un cambio de ejes, y no es una propiedad invariante del sistema; pero aquí la referencia al mundo exterior es menos importante, puesto que el único objeto a que sirve la energía del átomo es proveedor a la física de algo que pueda ser radiado hacia el mundo exterior o absorbido desde él. Es decir, que la energía sólo se requiere en el sentido de algo cuyos cambios rigen las relaciones causales del

átomo con el mundo exterior. Este punto de vista es, en esencia, el de la teoría de Heisenberg.

Hay varias dificultades que se presentan a primera vista en esta hipótesis. En primer lugar, la fórmula de la energía, obtenida bajo el supuesto de que el electrón gira, nos da exactamente los cambios de energía que precisamos para explicar los fenómenos espectroscópicos; la teoría de Bohr-Sommerfeld concuerda con la observación de un modo tan exacto que es preciso aceptar la fórmula que nos da para la energía. Desde luego, podríamos decir que la energía resulta ser exactamente igual a la que resultaría de que el electrón girase en una de las órbitas *cuánticas*, pero esto parecería una coincidencia casi milagrosa. Ello, sin embargo, no constituye el argumento más fuerte siendo éste el que se deriva del principio de los *quanta*. El principio de los *quanta*, en su forma primitiva, puede aplicarse solamente a los procesos periódicos; si lo aplicamos, como encontramos que en efecto se hace, al intercambio de energía entre la luz y el átomo, necesitamos admitir, si aceptamos la teoría primitiva, que dentro del átomo hay algo que podría denominarse “frecuencia”, esto es, que es periódico, lo cual nos obliga a admitir que dentro de un átomo, en un estado de estabilidad, hay un proceso que se repite, cuyas propiedades formales son aquellas que podrían atribuirse a una revolución del electrón, y quizá también a una rotación

Si nos adherimos a la teoría de Bohr, ¿qué es lo que podemos admitir que realmente ocurre? Si solamente tuviera lugar el movimiento relativo, necesitaríamos: o bien encontrar una interpretación para el electrón rotatorio, o bien decir que, tomando ejes fijos relativamente a cualquier cuerpo de gran magnitud, la línea que une el electrón al protón gira rápidamente; ningún cuerpo de gran magnitud podrá hacer esto, puesto que ninguno gira con una velocidad angular comparable a la del electrón. Pero ¿por qué tiene el electrón que estar afectado por este hecho? ¿Por qué ha de estar relacionada con él su capacidad para emitir luz? Debe ocurrir algo allí en donde el electrón se encuentra, si el proceso ha

de ser inteligible. Esto nos retrotrae a las ecuaciones de Maxwell como rectoras de lo que ocurre en el medio. Y tiene que haber un carácter rítmico en los acontecimientos que se producen donde está el electrón, si queremos evitar las complicaciones que supone el admitir la acción a distancia.

En consecuencia, suponemos que en todo un campo magnético se producen acontecimientos cuyas propiedades formales conocemos más o menos, y que ellas, y no el cambio de la configuración espacial, son las causas *inmediatas* de cuanto ocurre. Esto nos conduce de nuevo al ciclo de acontecimientos que utilizamos en el capítulo anterior para definir un ritmo. La cuestión es que un ritmo nunca puede consistir meramente en cambios periódicos de la relación espacial entre dos o más cuerpos, sino que debe comprender ciclos cualitativos de acontecimientos. Nosotros adquirimos la experiencia de estos ciclos cuando contemplamos un acontecimiento periódico de gran escala, tal como el movimiento del péndulo. Todo lo que nos ocurre *a* nosotros durante el ciclo, ocurre *en* nosotros, no en un cierto número de lugares diferentes, y no hay ningún efecto sobre nosotros que dependa de lo que nos ocurre *a* nosotros. Creo que esto es una analogía adecuada para comprender cómo afecta al electrón un movimiento periódico.

Vengamos ahora a lo que hemos llamado “trans-acciones” por las cuales entiendo cambios de *quanta*. Las llamamos “trans-acciones” porque en ellas se realiza un cambio de energía entre diferentes procesos. Estos tienen que ser periódicos puesto que de otro modo el principio de los *quanta* es innecesario. En el caso más sencillo, cual es el de la emisión de luz por un átomo de hidrógeno, tenemos como antecedente, hablando el lenguaje de la primitiva teoría de los *quanta*, un proceso periódico (la revolución del electrón en una órbita distinta de la mínima) y como consecuencia dos procesos, a saber: 1.º la revolución del electrón en una órbita más pequeña; 2.º una onda luminosa. Esta última, según hemos explicado ya, solamente

es periódica en determinado sentido. La energía del antecedente es la suma de las energías de los consecuentes. La cantidad de acción durante un período del antecedente es un múltiplo de h y lo mismo las cantidades de acción de los consecuentes durante un período de cada uno de ellos. Lo inverso exactamente ocurre cuando la luz es absorbida por un átomo de hidrógeno. En otros casos, tanto el antecedente como el consecuente pueden constar de dos o más ritmos, pero siempre existirá la conservación de la energía y cada ritmo contendrá una cantidad de acción, múltiplo de h .

Hasta ahora todo lo que se refiere a los *quanta* es más o menos misterioso, aunque la teoría de Heisenberg haya reducido algo el misterio. No sabemos si los cambios de *quanta* son efectivamente súbitos o no; no sabemos si el espacio encerrado en la estructura atómica es continuo o discreto. Si los electrones se movieran siempre describiendo círculos, como en la primitiva forma de la teoría de Bohr, podríamos contentarnos con un espacio discreto granular y suponer que las órbitas intermedias son geoméricamente inexistentes. Pero esta hipótesis tropieza con dificultades, si aceptamos las órbitas elípticas de la interpretación que de la teoría hace Sommerfeld. Y en los átomos con muchos electrones planetarios se supone que las órbitas de algunos de estos se cruzan con las de otros. A pesar de estas dificultades no desespero, sin embargo, de que resulte aceptable la hipótesis de que el espacio-tiempo es discreto. La primitiva teoría de los *quanta* hace uso de las concepciones tradicionales de la física y se refiere a órbitas geométricas en un espacio constante. La teoría de Heisenberg, por el contrario, introduce una cinemática completamente nueva según la cual las órbitas no-cuantizadas (si hemos de hablar aún de órbitas) son geoméricamente imposibles. Es difícil, actualmente, traducir esta teoría a un lenguaje extraño a su forma técnica. Pero incluso ateniéndonos a la teoría primitiva puede verse que es posible admitir un espacio-tiempo discreto. Porque cuando pensamos en la ma-

teria, refiriéndola al espacio-tiempo, nos hacemos cargo de que la geometría de las proximidades del átomo puede ser diferente en tiempos diferentes. Si un electrón se mueve en una clase de órbita en un tiempo y en otra clase de órbita en otro, no se sigue de ello que cada una de ellas sea geométricamente posible en el tiempo en que se está describiendo la otra. Quizá no sea superfluo explicar qué es lo que entendemos al decir que una órbita es “geométricamente posible” aunque no físicamente actual. Lo que se quiere decir es lo siguiente: hay una serie de grupos de acontecimientos, cada uno de cuyos grupos es un punto, siendo la serie tal que en ella todos los intervalos de puntos son pseudo-tiempos, y en la cual, si se asigna un valor constante a una de las coordenadas, las tres restantes nos dan una curva, en un espacio tridimensional, que tiene las propiedades geométricas de la órbita en cuestión. Siempre que hablemos geométricamente de una órbita damos por supuesta la posibilidad de distinguir una de las coordenadas como “tiempo”, darle un valor constante y estudiar las relaciones de las tres coordenadas restantes. Ahora bien, puede siempre darse el caso de que este procedimiento implique una falacia, puesto que puede ocurrir que las relaciones geométricas, que estamos considerando, no puedan existir entre puntos “simultáneos”. Además, en la teoría general de la relatividad puede resultar imposible distinguir una de las coordenadas como más representativa del tiempo que las otras.

Aunque desde un punto de vista tradicional, dos órbitas se crucen entre sí, esto no ocurre ya desde un punto de vista relativista. Es decir, que no podemos admitir que exista un punto desde el cual sea posible emprender dos caminos diferentes. Dos electrones no chocan nunca realmente. Cuando se dice que sus órbitas se cruzan, todo lo que se entiende con ello es que en el sistema de coordenadas, que hemos adoptado, hay un punto (x, y, z, t) , que forma parte de la historia de un electrón y otro punto (x, y, z, t') , que forma parte de la historia de otro. En otro siste-

ma de coordenadas igualmente legítimo estos dos puntos no tendrían tres de sus coordenadas idénticas. Y el hecho de que una cierta órbita pase por (x, y, z, t) en una cierta dirección, no implica el que haya otra órbita que pase por (x, y, z, t') en una dirección, que es la misma que la anterior en lo que se refiere a x, y, z . Se ve, pues, que las aparentes dificultades para admitir un espacio discreto no son necesariamente insuperables.

Desde nuestro punto de vista es una dificultad del principio de los *quanta* la de venir formulado en una forma que implica la energía, lo cual, desde un punto de vista relativista requiere una nueva interpretación. También es una dificultad la de nuestro desconocimiento de las leyes que determinan *cuándo* tiene lugar una trans-acción y que no sepamos si ésta es o no realmente súbita. Por todas estas razones nos vemos obligados a ser muy circunspectos al filosofar. Quiero, sin embargo, repetir los resultados que hemos deducido de este capítulo, tales cuales son.

En cierto modo, la teoría de los puntos de espacio-tiempo, como grupos de acontecimientos, requiere que todo cambio sea discontinuo. Un acontecimiento e es miembro de un cierto grupo de puntos de espacio-tiempo y no de otros; los límites de la región constituida por este grupo son los mismos límites de e , de modo que éste comienza a existir súbitamente y cesa de existir también de pronto. No obstante podemos, si es preciso, llegar a admitir la continuidad dentro de este esquema. Supongamos una serie continua de cualidades tal como la de los colores del arco-iris; supongamos que, en un cierto proceso, cada uno de ellos es copresente con sus inmediatos en una cierta distancia en cada dirección, pero no lo es con los otros miembros más distantes de la serie. Entonces el grupo de cualidades existentes en un punto dado cambiará de un modo continuo, aunque cada cualidad, separadamente, lo haga de un modo discontinuo. Podemos suponer que esto constituye la naturaleza del cambio entre trans-acciones y en particular durante un ritmo. No hay ninguna prueba de que el cambio

sea siempre continuo, pero tampoco la hay de que no lo sea. Por el momento supondremos que el cambio entre transacciones es continuo en el sentido anteriormente indicado, pero que las transacciones son discontinuas. Este supuesto lo hacemos únicamente para la mayor brevedad de exposición; no se afirma que sea verdadero, ni siquiera que tenga para serlo más probabilidades que el supuesto contrario.

Si adoptamos los precedentes puntos de vista tendremos tres clases de cosas que considerar en la física; transacciones, acontecimientos fijos y ritmos. Las transacciones están regidas por las leyes de *quanta*. Los acontecimientos fijos pasan, sin cambio interno, desde una transacción a la siguiente o a través de una determinada porción de un cambio continuo; las percepciones son acontecimientos fijos o, mejor aún, sistemas de acontecimientos fijos. La relación entre un acontecimiento fijo y un ritmo puede concebirse recurriendo a una analogía musical: es la de una nota larga de violín ejecutada mientras se toca una serie de acordes repetidos en el piano. Toda nuestra vida va acompañada del ritmo respiratorio y de los latidos del corazón, lo que nos proporciona un reloj fisiológico con el cual podemos calcular aproximadamente el tiempo. Yo imagino, quizá caprichosamente, que hay algo vagamente análogo a un acompañamiento que acompaña a cada acontecimiento fijo. Existen leyes que relacionan el acontecimiento fijo con el ritmo; estas son las leyes de la armonía. Existen leyes que regulan las transacciones; estas son las leyes del contrapunto.

Hemos de suponer la periodicidad como una característica del lugar donde se producen los acontecimientos fijos, puesto que sin ello no podemos establecer el principio de los *quanta*. Necesitamos encontrar un significado para la "frecuencia", a fin de poder relacionar la energía con h . No es del todo fácil hallar un modo de comparar una frecuencia con otra. En el caso de la luz podemos hacer una estimación de la distancia entre la cresta de una onda y la de la siguiente. Conociendo la velocidad de la luz, deduciremos de aquélla el número de ondas que pasan por un

punto dado durante un segundo. Pero aquí la periodicidad existe para el observador exterior; para un observador que viajara en la cresta de una onda dada, no existiría proceso ni periodicidad. Para un observador exterior existe un proceso en el movimiento de la onda luminosa, pero aquel otro que viaja sobre la onda se considera a sí mismo en reposo y, probablemente, no ve los objetos flotando detrás de él. Así para él la periodicidad de una onda luminosa es más bien espacial que temporal. Una onda luminosa consistirá en una serie: $e_{11}, e_{12}, e_{13}, \dots, e_{1n} \dots$ de acontecimientos fijos, entre los cuales, los intervalos son de pseudo-espacio. La onda siguiente consistirá en otra serie: $e_{21}, e_{22}, \dots, e_{2n} \dots$, teniendo también intervalos de pseudo-espacio entre sí y con los de la serie precedente; e_{1n} y e_{2n} tendrán una semejanza de cualidad que no tendrán ni con e_{1m} ni con e_{2m} (siendo m diferente de n). Cada uno de estos acontecimientos se supone que continúa en tanto que lo hace la onda luminosa, es decir, hasta que se hace una trans-acción. Dado un acontecimiento cualquiera e relacionado con la materia, puede éste ser co-presente con $e_{11}, e_{12}, \dots, e_{1n}, \dots, e_{21}, e_{22}, \dots, e_{2n}$, sucesivamente, pero no con todos a la vez. Esto es lo que ocurre cuando una onda luminosa encuentra a un observador o a un trozo de materia cualquiera. Todos los acontecimientos que constituyen una onda luminosa se encuentran inseparablemente asociados, en el sentido de que, cuando se da uno de ellos, se encontrarán los otros en todo el espacio cubierto por la onda. Análogamente, la serie de acontecimientos (si alguno existe) que implica la revolución de un electrón está inseparablemente asociada, pero con esta diferencia: que estos acontecimientos forman una serie temporal, desde el punto de vista del electrón, en tanto que los acontecimientos que constituyen una onda luminosa forman una serie espacial desde el punto de vista de la onda luminosa.

Las dificultades que en la teoría anterior se presentan pueden resolverse de varias maneras, pero no sabemos cuál de ellas escoger. ¿Qué diremos, por ejemplo, sobre la trans-acción que consiste en la absorción de la energía de una onda

luminosa por un átomo? La concepción correcta se admite que es, en este caso, la de que un electrón planetario pasa súbitamente de una órbita más pequeña a otra mayor. Pero si aceptamos que una onda luminosa consista en un cierto número de acontecimientos $e_{11}, e_{12} \dots e_{1n} \dots$, debe esperarse que sea por lo menos necesaria una onda total para producir un efecto definido, y que una parte de la onda produzca solamente una parte del efecto, si hay alguno. Pero una onda total precisa de un tiempo finito para llegar al átomo. Esta misma dificultad existirá también para cualquier explicación, que considere la luz como consistente en ondas y las transiciones de *quanta* como súbitas, pero puede ser obviada si se prescinde de una de estas dos suposiciones. Podemos, por tanto, considerar esta cuestión como un aspecto del problema general, aún sin resolver, de la relación entre la energía radiante y la energía asociada a la materia. Este problema, aunque de interés para el filósofo, pertenece al dominio de la física, y sólo puede ser estudiado con provecho por el físico. Por tanto, deberemos en este terreno contentarnos con esperar los descubrimientos de los otros.

Por lo que respecta a los *quanta*, permítasenos examinar una vez más lo que encierra el hecho de existencia de la importante constante h . En primer lugar, h existe solamente o, por lo menos, solamente es importante en el caso de procesos periódicos, y es una característica de un período completo. En segundo lugar, solamente se producen múltiplos enteros de h . En tercer lugar, cuando una transacción implica la pérdida por un sistema de un cierto múltiplo de h , otro sistema puede adquirir otro múltiplo de h ; lo que siempre se transmite en magnitud inalterada es la energía. Estas parecen ser las características más significativas de h .

Parece imposible resistir al pensamiento de que h representa algo de importancia fundamental en el mundo físico, lo que, recíprocamente, implica la conclusión de que la periodicidad es un elemento de las leyes físicas, y que un período de un proceso periódico debe considerarse, en cierto sentido, como una unidad. Esto se deduce del hecho de que los pro-

cesos se disponen a sí mismos, de modo que aseguren al período una propiedad importante. Esta propiedad es de sencillez máxima en el caso de una onda luminosa: la energía de una onda luminosa, multiplicada por el tiempo que tarda en pasar por un punto material dado es h . Si tomamos la velocidad de la luz como unidad, el tiempo que tarda una onda luminosa en pasar por un punto dado, es igual a la distancia espacial entre el comienzo y el final de la onda; por tanto, esta distancia, multiplicada por la energía, será h . Esta forma de proposición quizá parezca preferible para nuestro objeto, porque no encierra referencia alguna a un punto material exterior. Por lo menos no implica *de modo evidente* dicha referencia, pero es posible que ésta se encuentre incluida en el proceso de estimación de la distancia espacial. Hemos visto que este proceso tiene que ser directo: una parte de la onda luminosa no podrá alcanzar a la otra, de modo que el intervalo de pseudo-espacio entre ellas sólo podrá estimarse recurriendo a algún proceso que tenga lugar en la materia.

Si se encontrara alguna vez que los fenómenos *cuánticos* no son fundamentales físicamente, mucho de lo que hemos dicho en este capítulo resultaría innecesario. Es de notar, sin embargo, que la relatividad tiende a preparar nuestras inteligencias para la forma más extraña de la teoría de los *quanta*, a saber: para la existencia de leyes causales que implican períodos completos. La unidad causal, en la teoría relativista, debe esperarse que ocupe una pequeña región de espacio-tiempo, no solamente de espacio; por tanto, no puede ser instantánea como en la dinámica pre-relativista. Si combinamos esta concepción con la hipótesis de un espacio-tiempo discreto, podremos imaginar una física teórica, que suprimiría el aspecto sorprendente de la existencia de los *quanta*.

He de confesar, a pesar mío, que la teoría desarrollada en el presente capítulo, aunque inadecuada, es la mejor que conozco en relación con el problema de los *quanta*. Quizá, antes de mucho, el progreso de la física permita establecer una mejor filosofía sobre el mismo. Entretanto encomiendo el tema a la consideración del lector.

CAUSALIDAD E INTERVALO

El concepto de “intervalo”, de que depende la teoría matemática de la relatividad, es muy difícil de traducir, incluso aproximadamente, a un lenguaje no técnico. No obstante es difícil resistir a la convicción de que tiene cierta relación con la causalidad. Es posible que una teoría discontinua del intervalo disminuyera los obstáculos para dicha interpretación. Permítasenos tratar de descubrir si esto es así.

La idea que naturalmente se nos sugiere como punto de partida es algo parecido a ésta: dados dos grupos de acontecimientos co-puntuales, puede ocurrir que, por lo menos un miembro de uno de los grupos tenga una relación causal con un miembro, por lo menos, del otro; en tal caso, el intervalo entre los dos grupos es un pseudo-tiempo. Si la causalidad corresponde a transiciones discontinuas pudiera esperarse que la magnitud del intervalo admitiera el ser medida por el número de transiciones intermedias. Puede ocurrir también que no haya ningún miembro de uno de los grupos, que tenga relación causal con ningún miembro del otro, pero que ambos contengan miembros que tengan relaciones causales con un miembro de un tercer grupo. En tal caso el intervalo será de pseudo-espacio y podemos suponer, del mismo modo, que el número de eslabones intermedios determina la magnitud del intervalo.

Todo esto significa lo que debía esperarse; pero en la

forma expuesta resulta indebidamente sencillo y sujeto a evidentes objeciones. Veamos, por tanto, si es posible hallar una respuesta para estas últimas o introducir modificaciones que las eviten.

Ante todo séanos permitido aclarar lo que entendemos por relación causal. Hay una relación causal dondequiera que dos acontecimientos, o dos grupos de acontecimientos, de los cuales uno por lo menos es co-puntual, están relacionados por medio de una ley que permite, partiendo de uno, deducir algo sobre el otro. Antes podría haberse supuesto que todo lo referente al acontecimiento último era factible de deducir de un suficiente número de antecedentes; pero, teniendo en cuenta el carácter explosivo y aparentemente espontáneo de la relatividad y de los cambios de *quanta*, hemos de contentarnos con una definición más modesta en lo que a este punto se refiere. En otro respecto, en cambio, nuestra definición será menos modesta de lo que anteriormente lo hubiera sido. En la dinámica clásica, las leyes causales relacionan aceleraciones con configuraciones, de tal modo que del estado actual de una región pequeña no es posible deducir con seguridad nada de lo que en ella va a producirse después de un tiempo finito. Los *quanta* han alterado todo esto; podemos ahora asociar la luz radiada por un átomo con su origen causal, hasta que aquélla tropiece con otra porción de materia; podemos asociar el estado del átomo después de la emisión de la luz con su estado de antes, hasta que se produzca otro cambio de *quanta*. En efecto, según vimos en el capítulo precedente podemos analizar el curso de la naturaleza en un conjunto de acontecimientos fijos y ritmos con relaciones causales que rijan las “trans-acciones”, en las cuales se producen los cambios de los ritmos sometidos a ellas. La definición anterior se basaba en estas consideraciones previas.

Diremos entonces que todas las relaciones causales consisten en una serie de ritmos o de acontecimientos fijos, separados por “trans-acciones”. Si en una de estas series se relaciona un ritmo o acontecimiento fijo *A* con otro ritmo o

acontecimiento fijo B , diremos que A es el “antepasado causal” de B y que B es el “descendiente causal” de A . En este caso podemos suponer que el número de trans-acciones entre A y B es siempre finito, puesto que se admite que el tiempo entre dos trans-acciones no puede caer por bajo de un cierto mínimo o que, por lo menos, el número de trans-acciones, causalmente relacionadas en un tiempo finito, no puede ser nunca infinito. Quizá podríamos suponer que un ritmo no debe durar lo suficiente para alcanzar una cantidad de acción h ; quizá también podríamos llegar a construir una teoría discreta del tiempo, de la cual se dedujera el indicado resultado. Todo esto, sin embargo, tiene un carácter muy especulativo.

Consideremos ahora el caso inicial de una señal luminosa enviada de A a B y reflejada de B a A . Sólo se producen aquí dos trans-acciones, a saber: la emisión y la reflexión de la luz; quizá deberíamos añadir la trans-acción final, a saber: la re-absorción de la luz por A . En todo caso sólo se necesita que haya dos acontecimientos fijos, uno en el haz luminoso que parte y otro en el que vuelve. Pero el intervalo entre la partida y el retorno de la luz puede tener una magnitud cualquiera. Esto resulta de lo más curioso, porque el intervalo entre la partida de la luz A y su llegada a B es cero y lo mismo el existente entre su partida de B y su retorno a A . Esto nos revela que se han hecho demasiados esfuerzos para considerar al intervalo como análogo a la distancia en la geometría convencional y al tiempo en la cinemática convencional. Supongamos que teniendo un acontecimiento e_1 , que es un antepasado causal de otro e_2 , tomamos todas las rutas causales posibles de e_1 a e_2 y escogemos aquella que contiene el mayor número de acontecimientos; entonces el “intervalo” de e_1 a e_2 se definirá como el número de acontecimientos existentes en la ruta más larga. Es evidente que si transcurre un tiempo mensurable entre la partida de la luz de A y su vuelta al mismo punto, deben haberse producido una variedad de acontecimientos en A entre tanto. Cuando digo “en A ” lo hago como medio de darme a entender

rápidamente, pero por el momento será suficiente hacer observar que dicha expresión implica una herencia causal. Así, pues, podemos atribuir un significado a la proposición de que el intervalo en A es bastante largo y también a la de que el intervalo entre en la partida de la luz A y su llegada a B es cero. Esta última afirmación significa que es exactamente el mismo acontecimiento que parte de A y llega a B y además que no existe ya ninguna ruta causal que relacione las dos trans-acciones de la salida de A y de la llegada a B . A este acontecimiento que parte de A y llega a B lo llamaremos "acontecimiento luminoso".

Pero precisamos tratar de los intervalos de pseudo-espacio antes de poder decir si es posible aceptar la precedente teoría sobre los intervalos de pseudo-tiempo. Debe notarse que los intervalos de pseudo-espacio se obtienen por cálculo basado en los intervalos de pseudo-tiempo. Imaginemos el siguiente experimento ideal. Un astrónomo situado en el sol envía un mensaje para ser recogido por un espejo terrestre y un astrónomo en la tierra envía otro a recoger por un espejo solar. Cada uno de aquellos observa el tiempo de partida y de retorno de su propio mensaje y el de llegada del mensaje del otro. Ambos encontrarán que el mensaje enviado por el otro se recibe a la mitad del tiempo comprendido entre la partida y retorno del propio mensaje. Los dos comparan sus notas y cada uno descubre el mismo hecho en las observaciones del otro. Deducirán pues que, según la cuenta de ambos, los mensajes fueron enviados simultáneamente y que la medida del intervalo de pseudo-espacio entre el despacho de dichos dos mensajes es la mitad del tiempo transcurrido entre el despacho y retorno de cualquiera de ellos; es decir: unos ocho minutos. Podemos ahora formular nuevamente el método general seguido en esta forma: Sean dos trans-acciones S y T conectadas por un cierto número de rutas causales, todas las cuales van directamente de S a T y supongamos que la más larga de ellas consta de n acontecimientos. Supongamos que existe otra trans-acción S' tal que su último acontecimiento se extiende a T y que no hay ruta causal de

S' a T ni ruta causal ninguna de S a S' . Aquí S corresponde al envío de la señal desde la tierra, S' al envío de la señal desde el sol y T a la llegada de la señal solar al observatorio terrestre. La cuestión es: ¿Cuál será el intervalo entre S' y S ? No puede ser una ruta causal de S' a S , porque si existiera podría prolongarse a T y no habría ya más que un único acontecimiento extendiéndose desde S' a T , *contra hyp.* Así, pues, no hay ninguna serie causal que relacione S' y S ; hay una serie causal que conecta S y T y S' es una transacción, que comienza un acontecimiento el cual termina en la transacción T . En estas circunstancias decimos que el intervalo entre S y S' es de una especie distinta que el que existe entre S y T , pero tiene la misma medida numérica que este último. El hecho a que esta definición da lugar es el que se nos aparece como velocidad constante de la luz.

No obstante las dificultades surgen por sí mismas. ¿Qué hemos de decir de la desviación de la luz en un campo gravitatorio? ¿Y qué sobre la teoría, relacionada con el citado hecho, según la cual la velocidad de la luz *in vacuo* no es rigurosamente constante? Hemos intentado considerar el paso de la luz de un cuerpo a otro como un acontecimiento simplemente estático, que no implica ningún cambio dentro de sí mismo y que tiene por tanto como tiempo propio cero, pues el tiempo tiene que medirse por los cambios. Si hemos de admitir que la luz procedente de una estrella altera su dirección al pasar cerca del sol, tendremos que pensar que el viaje de la luz es un proceso, no un mero acontecimiento continuado. No creo, sin embargo, que esta idea pueda considerarse traducción exacta de la influencia de la gravitación sobre la luz. La gravitación consiste en el hecho de que una geodésica es geoméricamente diferente de lo que sería en ausencia del campo gravitatorio; la trayectoria de la luz no resulta "en realidad" desviada, sino que, en cada caso, es "realmente" la más corta geoméricamente posible. De todos modos esta cuestión se plantea en un punto ya avanzado de la teoría de la relatividad y las consideraciones que de ello se derivan son tan numerosas que casi con seguridad sería

posible encontrar una interpretación compatible con nuestra idea, si no existiera para esto ningún otro obstáculo.

Cuando un intervalo es de pseudo-espacio resulta siempre teóricamente posible enviar una señal luminosa desde uno de los acontecimientos en cuestión a un descendiente causal del otro; en consecuencia, nuestra definición de la medida de un intervalo de pseudo-espacio es siempre posible.

Decir que la mayor velocidad de la naturaleza es la de la luz equivale a afirmar que, cuando dos transiciones son el principio y el fin respectivamente de un acontecimiento luminoso, no existe transición que sea descendiente causal de una y antecedente causal de la otra. Decir que una cadena causal de transiciones pertenece a la historia de un trozo de materia equivale a afirmar que no existen dos miembros en la cadena que puedan conectarse por medio de otra cadena más larga que la parte de la que estamos considerando comprendida entre las dos transiciones. Esta es la traducción que podemos hacer de la ley, según la cual la historia de un trozo de materia es una geodésica.

Según la teoría anterior resulta perfectamente previsible el hecho de que el intervalo entre dos puntos de un rayo luminoso sea cero. Porque cuando un acontecimiento tiene extensión temporal, se entiende con esto que otros dos acontecimientos, que sean co-presentes, con él tienen una relación causal entre sí, en tanto que el que un acontecimiento tenga extensión espacial significa que otros dos acontecimientos, que sean co-presentes con él, tienen un antecesor o una posteridad causal común. Ninguna de estas dos cosas ocurre en el caso de un hecho luminoso; el cual, por tanto, carece de extensión temporal y de extensión espacial a pesar de que cubre una región entera de puntos de espacio-tiempo.

Se verá que, según lo que precede, los intervalos son siempre discretos y vienen siempre medidos por números enteros. En lo que se me alcanza no existe evidencia empírica en pro o en contra de esta proposición. Si los números en cuestión fueran muy grandes, el fenómeno sería sensiblemente el mismo que si los intervalos pudieran variar de un modo conti-

nuo. No formulo la teoría porque tenga gran confianza en ella, en su forma actual, sino más bien como sugestión para que los que posean una mayor competencia en física que la mía vean la posibilidad de introducir grandes cambios en nuestro concepto del mundo, sin necesidad de rechazar nada de lo que puede considerarse como probablemente verdadero. Con objeto de esclarecer este punto vamos a desarrollar de nuevo nuestra teoría, sin apelar a justificaciones demostrativas.

Se admite que el mundo consiste en un cierto número de acontecimientos, cada uno de los cuales no experimenta ningún cambio dentro de sí mismo, pero está conectado con el precedente y el siguiente acontecimiento por leyes de *quanta* u otras que nos permitan considerar al antecedente como causa y al subsiguiente como efecto. Llamo “trans-acción” a una transición de *quanta*. Las trans-acciones están sujetas a leyes como la de conservación de la energía y la de acción. Los acontecimientos pueden ser co-presentes y un acontecimiento puede serlo con un cierto número de otros que estén separados entre sí por transiciones; en este caso el primero se dice que dura mucho tiempo. Podemos incluso obtener un tiempo continuo en nuestra teoría, si el número de acontecimientos co-presentes con otro **dado** es infinito y sus comienzos y sus fines no son sincrónicos, es decir: que uno de ellos puede ser co-presente con otros dos, que no son co-presentes entre sí. Pero no veo razón para suponer que el número de acontecimientos co-presentes con otro **dado** sea infinito o para desear una teoría que suponga al tiempo continuo. Por tanto, no insistiré sobre dicha posibilidad.

En una trans-acción o durante un ritmo, el antecedente causal puede consistir en más de un acontecimiento y lo mismo el consiguiente causal; pero en este caso los acontecimientos que constituyen el antecedente o consiguiente causal tienen que ser todos co-puntuales. Cualquiera de los acontecimientos del grupo antecedente recibirá el nombre de “padre” de cualquiera de los del grupo consiguiente. Cuando dos acontecimientos se encuentran relacionados por medio

de una cadena de otros, cada uno de los cuales es padre del siguiente, el primero de dichos dos se llama “antepasado” del segundo y este “descendiente” del primero. Dos acontecimientos pueden estar conectados por medio de muchas cadenas causales, pero todas ellas constarán de un número finito de acontecimientos y se supone que, en el caso de dos acontecimientos dados cualesquiera, existe un máximo en el número de generaciones según las diversas líneas de descendencia que los conectan. Este número máximo es la medida del “intervalo”, cuando éste es un “seudo-tiempo”. Cuando el intervalo lo es de seudo-espacio la definición del mismo es algo más complicada.

Para poder definir los intervalos de seudo-espacio tenemos que decir ante todo algunas palabras acerca de la luz. Cuando un acontecimiento luminoso viaja desde un cuerpo a otro consideramos el todo como un acontecimiento estático que no implica ningún cambio o proceso internos. En consecuencia, desde el punto de vista del acontecimiento en sí mismo, si pudiéramos imaginar un ser de cuya biografía dicho acontecimiento formara parte, no transcurriría tiempo ninguno entre el comienzo y el final de este último. Puesto que no hay nada que viaje con mayor rapidez que la luz, es imposible que dos partes de un mismo acontecimiento luminoso sean co-presentes con dos acontecimientos, de los cuales uno es descendiente causal del otro; por consecuencia, no existe ningún elemento exterior por el cual el acontecimiento luminoso puede averiguar que tiene una determinada duración y, en realidad, carece de significación el decir que tiene una duración cualquiera. Pero cuando decimos que es reflejado y vuelve a su punto de partida, queremos dar a entender que aquél ha entrado en una trans-acción, que ha dado lugar a un nuevo acontecimiento luminoso y que este último es co-presente con descendientes causales de acontecimientos co-presentes con el primero, siendo dichos acontecimientos co-presentes de naturaleza no luminosa sino de las especies de los que van asociados con la materia. Ahora bien, dados dos acontecimientos cualesquiera S y S' , ninguno de

los cuales es antepasado del otro, es posible encontrar un acontecimiento luminoso co-presente con S' y con un descendiente T de S . Diremos entonces que los acontecimientos S y S' tienen una separación pseudo-espacial, cuya medida es la de la separación pseudo-temporal entre S y T .

En la teoría anterior se supone que, en todos los casos en que un proceso o porción material ejerce efecto sobre otro, existe por lo menos un acontecimiento, que es co-presente con ambos. Esta es la forma que adopta aquí la negación de la acción a distancia.

Si suponemos, como lo hemos venido haciendo hasta ahora, que el cambio es discontinuo, un solo período de un ritmo contendrá un cierto número finito de puntos. Supongamos ahora dos ritmos, tales que el acontecimiento inicial del período en uno de ellos es siempre idéntico al acontecimiento inicial del período en el otro, pero que los restantes acontecimientos son distintos y supongamos que el ritmo primero contiene m acontecimientos en un período y que el segundo contiene n . Entonces el período del ritmo primero contendrá m puntos y n el del segundo. Hemos dicho que el "intervalo" entre dos acontecimientos tenía que ser el número de puntos, según la ruta causal más larga desde uno a otro; de aquí que el intervalo entre el principio y el final del período, en cualquiera de los dos ritmos, tenga que venir medido por el mayor de los dos números m y n . Supongamos sea este n . Entonces deberemos considerar que el ritmo m tiene una "velocidad" menor que el n , en tanto que las frecuencias de ambos ritmos serán las mismas. Esto permite, en una cierta clase de casos, la posibilidad de definir la "velocidad" de modo distinto que por el movimiento relativo. No sabemos hasta qué punto las propiedades que resulten de este modo, para la velocidad, concordarán con las resultantes de la definición corriente.

No hay dificultad ninguna para definir lo que se entiende al decir que un acontecimiento fijo "se mueve". Un acontecimiento E ocupa un cierto número de puntos de espacio-tiempo, cuyo conjunto puede imaginarse como un tubo cua-

tridimensional divisible en secciones, tales que todos los puntos de una sección resulten simultáneos y sean todos anteriores o todos posteriores a todos los puntos de otra de las secciones. Consideraremos entonces que nuestro acontecimiento *E* se mueve a lo largo del tubo y va ocupando sucesivamente las diferentes secciones instantáneas. Pero este movimiento no implica ningún proceso o cambio dentro de *E* y sí solamente la existencia de transiciones entre acontecimientos co-presentes con *E*, pero no todos co-presentes entre sí. Parece, por tanto, que todo lo esencial de la física teórica cabe en nuestra teoría.

Según ésta, el movimiento es discontinuo. Pero esta hipótesis se precisa solamente para un objeto, a saber: para la definición de intervalo. Fácil es introducir todos aquellos axiomas que hacen continuo el espacio-tiempo y asegurarse, como en la física ordinaria, de que la discontinuidad queda relegada a los fenómenos de *quanta*, es decir: a lo que hemos llamado “trans-acciones”. Pero si hiciéramos esto, tendríamos que abandonar nuestra definición de intervalo y éste recobraría su carácter misterioso e inaprehensible. No hay ninguna razón lógica que le impida tener este carácter, como lo tienen, según nuestra concepción, las leyes de las trans-acciones. Pero siempre es satisfactorio desde el punto de vista intelectual el poder reducir el número de cosas inexplicables. En lo que se me alcanza no existe adecuado fundamento para suponer que el movimiento es continuo; vale la pena por ello desarrollar una hipótesis discontinua, si con ella podemos aumentar la unidad y disminuir las arbitrariedades en nuestra concepción del mundo físico.

LA GENESIS DEL ESPACIO-TIEMPO

El espacio-tiempo, según aparece en la física matemática, es evidentemente un artefacto, esto es, una estructura en la cual se distribuyen los materiales, que se encuentran en el mundo, en forma que resulte conveniente para el matemático. En el presente capítulo trataremos de reunir lo que sobre este tema hemos dicho en las distintas partes de este libro y de obtener el concepto metafísico resultante de espacio-tiempo.

En la teoría general de la relatividad, el espacio-tiempo aparece de dos maneras: primeramente para proporcionar un orden cuatridimensional y en segundo lugar para permitir establecer el concepto métrico de "intervalo". En ambos casos se trata de relaciones entre puntos, pero matemáticamente se formulan como relaciones diferenciales. Esto plantea ante nosotros la resolución de un puro problema matemático: ¿cuál es la función o proceso que tiende hacia estas relaciones como límite? Esto, en el supuesto de que el espacio-tiempo sea continuo, lo que no sabemos si ocurre realmente. Empecemos aceptando esta hipótesis y luego abordaremos la de que sea discreto. Faltándonos la evidencia es preciso estudiar las dos. Por el momento supondremos, como queda dicho, que el espacio-tiempo es continuo. Ello implica, o por lo menos hace natural, el supuesto de que hay un número infinito de acontecimientos co-presentes con cualquier otro acontecimiento dado; admitiremos también este supuesto, en tanto que admitamos la continuidad.

Se supone que la "co-presencia" es una relación simétrica, que todo término dentro de su dominio tiene con este último y cuyo dominio es capaz de ser bien ordenado. Los grupos de cinco acontecimientos admiten una relación llamada "co-puntualidad", que significa, en realidad, que existe una región común a los cinco. Se dice que un grupo de más de cinco acontecimientos es "co-puntual", cuando lo es cualquier grupo de cinco que pueda escogerse entre los que lo forman. El "punto" se define como grupo co-puntual de acontecimientos que no puede aumentarse sin dejar de ser co-puntual. Los "acontecimientos" se definen como campos en que tienen lugar las relaciones de compresencia. De aquí, por medio de axiomas admisibles, llegamos al orden de espacio-tiempo, que hemos dado por supuesto en la fijación de coordenadas. Esta parte de la teoría es perfectamente clara.

Al llegar al "intervalo" es cuando tropezamos con mayores dificultades. Cuando discutimos el problema de la medición, admitimos, siguiendo a Eddington, que lo que hay que definir es la igualdad de dos intervalos, y que ésta tiene que ser definida como un límite cuando ambos intervalos tienden hacia cero. Para este fin supusimos una relación de cinco puntos: a, b, c, d, d' que expresábamos en la forma siguiente: " $abcd$ " es más aproximadamente un paralelogramo que $abcd'$ ". De aquí, por medio de ciertos axiomas, podíamos obtener todo aquello que parece ser métricamente necesario para la física matemática. Pero el procedimiento es algo artificial. Parece natural suponer que nuestra relación de cinco puntos se obtiene de la manera siguiente: entre dos puntos cualesquiera existe una relación que, por el momento, llamaremos "separación", y la separación entre a y b es más semejante a la que hay entre c y d' que a la que hay entre c y d . Vemos, por tanto, que tenemos que tratar de grados de semejanza entre separaciones de pares de puntos; estas separaciones no pueden existir solamente, sin embargo, para distancias infinitesimales, sino que también existen para distancias finitas, al menos si éstas son suficientemente pequeñas.

Hemos, pues, de plantearnos la pregunta de si puede en-

contrarse algún significado físico a la “separación”, recordando que ésta debe tener en el límite las propiedades de un pequeño intervalo: ds . Esto quiere decir que una separación puede ser de dos clases: de pseudo-espacio y de pseudo-tiempo; además, que la separación entre dos partes de un mismo rayo de luz es cero. Ahora bien, la separación será de pseudo-tiempo si existe en uno de los puntos algún acontecimiento, que sea antepasado causal de otro acontecimiento en el otro punto y la separación será de pseudo-espacio, si hay algún acontecimiento en el primer punto, pero no en el segundo, y algún otro acontecimiento en el segundo punto, pero no en el primero, que tengan un antepasado o descendiente común, pero sin que exista ningún acontecimiento, en uno de los dos puntos, que sea antecedente o descendiente de —o sea idéntico a— otro acontecimiento en el otro punto. Supondremos que todo par de puntos tiene *alguna* relación causal directa o indirecta; es decir, que, dados dos acontecimientos cualesquiera, e_1 y e_2 , existirán, en alguna región del espacio-tiempo, dos acontecimientos co-presentes, de los cuales uno será un antepasado o descendiente de e_1 y el otro lo será de e_2 . Esto no es otra cosa que una definición del “mundo de la física”; porque si hubiera un acontecimiento que no tuviera relación causal, aunque fuera indirecta, con la parte del mundo que nos es conocida, jamás podríamos llegar a inferir su existencia y pertenecería, en realidad, a un universo diferente. De aquí se sigue que si dos puntos diferentes no tienen ni una separación de pseudo-tiempo ni una de pseudo-espacio, existe un acontecimiento que es miembro de ambos, pero no hay nada en ninguno de ellos que sea efecto de nada del otro. Esto ocurre con las distintas partes de un rayo de luz si suponemos, como hasta ahora, que éste consta de acontecimientos fijos, que persisten hasta que el rayo luminoso se transforma en alguna otra forma de energía.

De este modo nos vemos conducidos a admitir que la relación de separación está conectada en alguna forma a la magnitud de acción causal, que se produce entre los dos puntos en cuestión. Fácil nos será dar un significado preciso a

esta idea cuando admitamos el espacio-tiempo directo, pero resulta mucho más difícil hacerlo para un espacio-tiempo continuo. No obstante, quizá no sea completamente imposible.

Para nuestro objeto actual podemos limitar la causalidad a los ritmos y trans-acciones; el mero movimiento relativo, sea acelerado o uniforme, debe admitirse que no implica causalidad en el sentido en que nosotros la entendemos. La causalidad quedará implicada de modo indirecto, puesto que hay un cambio de separación de pseudo-espacio, pero aquélla vendrá referida primariamente a otros acontecimientos, no a aquellos que constituyen las biografías de los cuerpos en movimiento relativo. Al decir esto nos limitamos, según mi opinión, a interpretar la teoría einsteiniana de la gravitación.

En el capítulo anterior, cuando estudiamos el espacio-tiempo discreto, definimos el intervalo de pseudo-tiempo como el número de puntos intermedios existentes sobre la ruta causal más larga de las que unían los dos puntos dados. La forma más natural de generalizar esto, de modo que pudiera aplicarse al espacio-tiempo continuo, sería el considerar el mencionado número de puntos como medida de la distancia geodésica; ello nos permitiría decir que la distancia geodésica recorrida por una unidad de materia mide la cantidad de acción causal que aquélla ha realizado. Si admitimos, además, que para comparar diferentes unidades materiales tenemos que multiplicar por la masa para obtener la medida de la cantidad de acción causal, tendremos que dicha cantidad, en un movimiento finito, vendrá dada por la integral de *m ds*. Pero ésta es la cantidad de "acción" en el sentido técnico (1).

Parece, por tanto, aunque esta sugestión se haga únicamente a título de ensayo, que podemos considerar la separación de pseudo-tiempo como medida de la cantidad máxima de acción causal en las distintas rutas causales que llevan desde un punto a otro. Debe observarse que, puesto que los puntos son clases de acontecimientos, el movimiento de un

(1) Eddington, *op. cit.*, p. 137.

punto a otro consiste en la cesación de ciertos acontecimientos y en la originación de otros; todo cambio de éstos es causal cuando se produce a lo largo de la ruta de un trozo de materia, ya que la unidad de esta última, en diferentes tiempos, se define recurriendo al concepto de ruta causal. No hay, por tanto, en lo que se me alcanza, objeción fundamental alguna para considerar que las separaciones de pseudo-tiempo miden las cantidades de acción causal que en ellas se producen, y que los pequeños intervalos de pseudo-tiempo son los límites de las separaciones. Los intervalos de pseudo-espacio se derivan, según hemos visto, de los intervalos de pseudo-tiempo; por tanto, dependen también de la cantidad de acción causal.

Pasando ahora a la hipótesis de un espacio-tiempo discreto, en que cada punto esté constituido por un número finito de acontecimientos, encontraremos que es posible desarrollar un análisis semejante al que queda expuesto, y, en realidad, es considerablemente más sencillo que cuando suponemos la continuidad. En un espacio-tiempo discreto, si P y P' son dos puntos que contienen acontecimientos pertenecientes a la biografía de una unidad material, el número de puntos en la ruta de esta unidad P y P' es siempre finito. Si hay varias rutas geodésicas que conducen de P a P' existirá un máximo para el número de puntos de tales rutas; este máximo será la medida del intervalo entre P y P' , que será siempre, en consecuencia, un número entero. La ruta más larga significa un número mayor de acontecimientos intermedios y, por tanto, una cantidad mayor de acción causal. Así, pues, en este caso también, el intervalo mide la mayor cantidad de acción causal sobre las distintas rutas causales que van de P a P' . Y dichas rutas causales consisten en una sucesión de ritmos o acontecimientos fijos, separados por trans-acciones.

Se observará que, en nuestra teoría, la distancia espacial no representa directamente ningún hecho físico, sino que es más bien un modo complicado de hablar sobre la posibilidad de una ascendencia o descendencia causal común. Por

ejemplo, en tanto que una onda luminosa se supone viajar por fuera del átomo, carece de relación física con todo lo que pueda ocurrir en el átomo subsecuentemente a su emisión. Puede ocurrir que después de chocar con otro átomo, sea reflejada y vuelva nuevamente al primero, y entonces la mitad del tiempo invertido en el doble viaje (y medido en el primer átomo) recibirá el nombre de distancia espacial entre los dos átomos (tomando como unidad la velocidad de la luz). Pero no hay fundamento adecuado para afirmar que en cualquier momento intermedio el rayo luminoso está a una determinada distancia espacial del átomo; en efecto, la teoría de la relatividad lo impide. No hay, pues, que yo sepa, razón alguna en la física para creer en la continuidad del movimiento, excepto como instrumento simbólico apropiado para tratar de las relaciones temporales de los diferentes cambios discontinuos. Y, ya admitamos que el espacio-tiempo es continuo o que es discontinuo, el movimiento ha de perder su carácter fundamental, siendo reemplazado por sucesiones de acontecimientos pertenecientes a las biografías de los trozos de materia. Ello es inevitable, si hemos de aceptar la relatividad del movimiento y el carácter ficticio de la acción a distancia.

Queda una cuestión que es de algún interés. ¿Puede derivarse el tiempo de la causalidad, o debemos conservar el orden temporal como fundamental y distinguir la causa y el efecto como términos anterior y posterior, respectivamente, de una relación causal? (1). Esta cuestión forma parte del problema de la reversibilidad de los procesos físicos. Si las relaciones causales son simétricas, de tal modo que siempre que *A* y *B* se encuentran relacionados como causa y efecto resulta físicamente posible que, en otra ocasión, *B* y *A* se encuentren relacionados de la misma manera, tendremos que

(1) Este problema (como otros varios) está muy bien discutido en un valioso artículo de Hans Reichenbach, "Kausalstruktur der Welt und der Unterschied von Vergangenheit und Zukunft", *Sitzungsberichte der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung*, 1925. págs. 133-175.

admitir que el orden temporal es algo adicional a la relación causal, no derivado de ella. Por otra parte, si las leyes causales son irreversibles, podremos definir el orden de tiempo recurriendo a ellas y no necesitaremos introducir este último como un factor lógicamente separado. El problema de la reversibilidad está aún *sub-judice* y sería arriesgado aventurar una opinión sobre él. La segunda ley de la termodinámica establece un proceso irreversible, pero es puramente estadístico. Toda la radiación de energía según ondas esféricas es *prima facie* irreversible, pero no sabemos si aquélla tiene lugar en realidad. El doctor Jeans sugiere que es posible que haya también ondas esféricas convergentes y que ellas pudieran ser utilizadas para explicar los fenómenos cuánticos (1). Para él, la reversibilidad es un postulado fundamental (2). No sabemos de qué modo podría demostrar que la expulsión de un electrón o núcleo de helio de un átomo radiactivo es un proceso reversible, pero debe confesarse que si no fuera así, la existencia de elementos radio-activos resultaría un misterio. La teoría de los *quanta* ha aumentado, en conjunto, el número de argumentos en favor de la reversibilidad, pero no puede decirse aún que haya evidencia concluyente en pro o en contra. Debemos, por tanto, dejar sin resolver el problema de si el orden temporal de acontecimientos en una ruta causal puede definirse recurriendo a las leyes causales.

(1) Reichenbach, *op. cit.*, pp. 52-53.

(2) *Ib.*, p. 33.

LA FISICA Y EL MONISMO NEUTRO

En este capítulo me propongo destacar el resultado del análisis que llevamos hecho, en relación con la vieja controversia entre materialismo e idealismo, y dejar bien sentados los puntos en que nuestra teoría difiere de uno y de otro. Si se atribuye a las teorías expuestas en los capítulos precedentes un carácter materialista o idealista, se nos antojarán faltas de consistencia, porque algunas de ellas parecen dirigirse en la primera de estas dos direcciones, en tanto que otras parecen que siguen la segunda. Por ejemplo, cuando digo que mis percepciones están en mi cabeza, expongo un pensamiento materialista; cuando digo que mi cabeza está constituida por mis percepciones, formulo un pensamiento idealista. Y, sin embargo, la primera aserción es una consecuencia lógica de la segunda.

Tanto el materialismo como el idealismo, han incurrido, inconscientemente, y a pesar de sus explícitas protestas, en una confusión al imaginar su concepción de la materia. Han creído que la materia del mundo exterior viene representada por las percepciones del individuo, cuando éste ejercita la vista y el tacto, en tanto que, en realidad, dichas percepciones forman parte de la materia del cerebro del percipiente. El examen de nuestras percepciones nos permite, así lo hemos afirmado, inferir algunas propiedades matemáticas formales de la materia exterior, aunque esta inferencia no pueda ser demostrativa o cierta. Pero estudiando nuestras per-

cepciones obtenemos también un conocimiento que no es puramente formal en lo que se refiere a la materia que constituye nuestros cerebros. Verdad es que este conocimiento es fragmentario, pero en lo que nos ofrece encontramos méritos que sobrepasan los del conocimiento suministrado por la física.

La opinión corriente es que por la psicología adquirimos el conocimiento de nuestras “mentes”, pero que el único modo de adquirirlo sobre nuestros cerebros es hacer examinar estos últimos por un fisiólogo, generalmente después de nuestra muerte, lo que no parece ser muy satisfactorio. Yo diría que lo que ve el fisiólogo cuando examina un cerebro es una parte del suyo propio, no del que está examinando. El aspecto paradójico de esta afirmación podríamos decir que procede de una concepción errónea del espacio. Es verdad que aquello que vemos no está situado donde la percepción de nuestro cerebro estaría localizada si pudiéramos ver este último, pero ésta es una cuestión del espacio perceptual, no del espacio físico. El espacio de la física está relacionado con la causalidad en una forma que nos obliga a sostener que nuestras percepciones se encuentran en nuestros propios cerebros, si es que hemos de aceptar la teoría causal de la percepción, a lo que, según mi opinión, nos encontramos limitados. Decir que dos acontecimientos carecen de separación espacio-temporal equivale a afirmar que son co-presentes; decir que aquéllos tienen una pequeña separación equivale a afirmar que están conectados por cadenas causales, todas las cuales son cortas. La percepción tiene, por tanto, que estar más próxima al órgano sensorial que al objeto físico, más próxima al nervio que al órgano sensorial y más próxima al extremo cerebral del nervio que al otro extremo. Esto es inevitable, a menos que admitamos que la percepción se encuentre por completo fuera del espacio-tiempo. Es corriente afirmar que los “acontecimientos” mentales se encuentran en el tiempo, pero no en el espacio; permítasenos dudar de que haya algún fundamento para esta opinión en lo que se refiere a las percepciones.

La cuestión de si las percepciones se encuentran localizadas en el espacio físico se identifica con la de su conexión causal con los acontecimientos físicos. Si aquéllas pueden ser efectos y causas de estos últimos, nos vemos obligados a asignar a las primeras una posición en el espacio-tiempo físico en todo aquello que se relaciona con el intervalo, puesto que éste ha sido definido en términos causales. Pero el verdadero problema se refiere a la "co-presencia", en el sentido explicado en el capítulo XXVIII. ¿Puede ser un acontecimiento mental co-presente de un acontecimiento físico? En caso de que ello sea posible, el acontecimiento mental tiene que ocupar una posición en el orden de espacio-tiempo; en el caso contrario, no ocupa dicha posición. Esta es, por tanto, la cuestión esencial.

Al sostener que una percepción y un acontecimiento físico pueden ser co-presentes, no queremos decir con ello que la percepción pueda tener la misma clase de relación con un trozo de materia que la que podría tener con esta última otro trozo de materia. La relación de co-presencia tiene lugar entre una percepción y un *acontecimiento* físico, y estos últimos no deben confundirse con los trozos de materia. Un trozo de materia es una estructura lógica, compuesta de acontecimientos; las leyes causales de los acontecimientos en cuestión y las propiedades lógicas abstractas de sus relaciones espacio-temporales son más o menos conocidas, pero su carácter intrínseco es desconocido por completo. Las percepciones entran dentro del mismo esquema causal que los acontecimientos físicos, y no se sabe que tengan ninguna característica intrínseca, que no puedan tener los acontecimientos físicos, ya que no conocemos ningún carácter intrínseco que sea incompatible con las propiedades lógicas que la física asigna a los acontecimientos físicos. No hay, por tanto, base alguna para la suposición de que las percepciones no puedan ser acontecimientos físicos o para la de que aquéllas nunca puedan ser co-presentes con otros acontecimientos físicos.

Tiene gran importancia el hecho de que se admita que los acontecimientos mentales tienen relaciones temporales,

ahora que el tiempo y el espacio son mucho menos diferentes de lo que lo eran antes. Se hace por esto muy difícil el sostener que dichos acontecimientos mentales están en el tiempo, pero no en el espacio. El hecho de que las relaciones que aquéllos mantienen entre sí puedan concebirse como únicamente temporales es compartido con cualquier otro conjunto de acontecimientos que forme la biografía de un trozo de materia. Relativamente a ejes que se muevan con el cerebro del percipiente, el intervalo entre dos percepciones, que no sean co-presentes de aquél, tiene que ser siempre temporal, si las percepciones están en la cabeza del percipiente. Pero el intervalo entre percepciones simultáneas de distintos percipientes es de una clase diferente, y todo el aparato causal que las rodea nos obliga a clasificar este intervalo como de pseudo-espacio. Llegamos, pues, a la conclusión de que no existe fundamento suficiente para excluir las percepciones del mundo físico y que, por el contrario, hay algunas poderosas razones para incluirlas. Las dificultades que a esto último parecen oponerse, creo que son por completo debidas a concepciones erróneas sobre el mundo físico y, más especialmente, sobre el espacio físico. Estas equivocadas concepciones sobre el espacio físico han sido impulsadas por la noción de que las cualidades primarias son objetivas, noción sostenida por la imaginación de muchas personas, las cuales la habrían rechazado de plano si hubiera intentado deslizarse en su pensamiento explícito.

Por todo lo expuesto, afirmamos que dos percepciones simultáneas de un mismo percipiente tienen la relación de co-presencia, fuera de la cual se produce el orden espacio-temporal. Pero casi no puede resistirse al deseo de dar un paso más y decir que dos contenidos mentales cualesquiera percibidos simultáneamente son co-presentes, de modo que todos nuestros estados mentales conscientes están en nuestras cabezas. Veo tan pocas razones contra esta generalización como contra la aserción de que las percepciones pueden ser co-presentes. Puede decirse que una percepción difiere de cualquier otro estado mental solamente por la naturaleza

de su relación causal con el estímulo exterior. Siempre existe, sin duda, alguna relación de esta clase, pero en los otros estados mentales la relación puede ser más indirecta o puede referirse únicamente a un cierto estado del cuerpo, y más especialmente del cerebro. Los acontecimientos mentales "inconscientes" serán "co-presentes" con ciertos otros estados mentales, pero sin dar lugar a aquellos efectos que constituyen lo que se llama conciencia de un estado mental. No me propongo, sin embargo, seguir a la psicología más allá de donde es necesario, y dejaré ahora este tema a fin de volver a los que conciernen más de cerca a la física.

Lo que podemos decir en lo que se refiere a la filosofía de la materia es que los acontecimientos fuera de los cuales hemos venido construyendo el mundo físico son muy diferentes de la materia, tal como ésta se concibe tradicionalmente. Se ha dicho que la materia era impenetrable e indestructible. La materia que nosotros construimos es impenetrable por definición; en efecto, la materia en un lugar cualquiera está constituida por todos los acontecimientos que allí se dan, y en consecuencia, no puede existir en el mismo sitio ningún otro acontecimiento o trozo de materia. Esto es una tautología, no un hecho físico; podía asegurarse igualmente que Londres es impenetrable porque nadie puede vivir en él, excepto sus habitantes. Por otra parte, la indestructibilidad es una propiedad empírica que se cree posee la materia en un grado aproximado, aunque no con exactitud. Entiendo por indestructibilidad, no la conservación de la masa, que se sabe que es solamente aproximada, sino la de electrones y protones. Al presente no se sabe si un electrón y un protón establecen o no a veces un pacto suicida (1), pero no conocemos ciertamente razón alguna por la cual unos y otros tengan que ser indestructibles.

Sin embargo, los electrones y protones no son la materia prima del mundo físico; son, por el contrario, estructuras ló-

(1) Se estima muy probable la afirmativa. Véase Dr. Jeans, "Recent Developments of Cosmical Physics". *Nature*, 4 diciembre, 1926.

gicas complicadas, compuestas de acontecimiento y, en último término, de particularidades en el sentido expuesto en el capítulo XXVII. Respecto a la naturaleza de los acontecimientos que componen el mundo físico, podemos decir que son, en primer lugar, percepciones, y luego todo aquello que puede deducirse de éstas por los métodos expuestos en la Segunda Parte. Pero por razonamientos diversos llegamos a la conclusión de que una percepción en que nos es imposible descubrir estructura alguna, la posee, sin embargo, muy a menudo; esto es, que lo aparentemente simple es, a menudo, complejo. No podemos por ello considerar el *minimum visibile* como una particularidad, porque los hechos, tanto físicos como psicológicos, pueden conducirnos a atribuirle una estructura, no solamente una estructura general, sino tal o cual estructura determinada.

Los acontecimientos no son ni impenetrables, ni indestructibles. El espacio-tiempo está construido recurriendo a la co-puntualidad, que equivale a la interpenetración espacio-temporal. Quizá no sea ocioso aclarar que esta última es algo completamente distinto de la interpenetración lógica, aunque pudiera sospecharse que algunos filósofos se han inclinado en favor de la segunda como resultado de los argumentos existentes en favor de la primera. Estamos acostumbrados a imaginar que la diversidad numérica implica una separación espacio-temporal; ello nos hace tender a la creencia de que si dos entidades distintas ocupan un mismo lugar, no pueden ser totalmente diferentes, sino que, en cierto sentido, tienen que ser una sola. Es esta combinación la que se supone constituir la interpenetración lógica. Por mi parte, no creo que ésta pueda ser definida sin incurrir en una evidente auto-contradicción; Bergson, que la defendía, no la define. El único autor, que yo sepa, que ha afrontado seriamente dichas dificultades es Bradley, el cual, observando la más perfecta consecuencia, se ve conducido a un monismo absoluto, combinado con la confesión de que, al final, toda verdad encierra una contradicción. Entiendo que este último resultado es una refutación de la lógica de que se deduce. Por tanto,

aunque respeto a Bradley más que a cualquier otro defensor de la interpenetración, me parece que, gracias a su habilidad, ha hecho más que ningún otro filósofo en pro de la refutación de su doctrina. Sea cual fuere la conclusión de este punto, la interpenetración espacio-temporal utilizada para la construcción del orden de espacio-tiempo es completamente diferente de la interpenetración lógica. Los filósofos se han mantenido esclavos del espacio y del tiempo al hacer la aplicación ideal de su lógica. Ello se debe, en parte, a los diagramas de Euler, a la noción de que las tradicionales *A*, *E*, *I*, *O* eran formas elementales de proposiciones, y a la confusión de "*x* es una *β*" con "*todas las x* son *β*". Todo esto lleva a la confusión entre clases e individuos, y a la conclusión de que los individuos pueden interpenetrarse, porque las clases se pueden solapar. No me refiero, en realidad, a confusiones explícitas de este tipo, y solamente afirmo que la lógica elemental tradicional que nos enseñaron de jóvenes es una barrera casi infranqueable para explicar el pensamiento que se ha producido en los últimos años, a menos de dedicar mucho tiempo a la adquisición de una nueva técnica.

En lo que se refiere a la cuestión del material que no entra en la construcción del mundo físico, los puntos de vista sostenidos en el presente libro se aproximan quizá más al idealismo que al materialismo. Lo que llamamos acontecimientos "mentales", si hemos estado en lo cierto, forman parte del material de que está constituido el mundo físico, y lo que se encuentra en nuestras cabezas es la mente (con ciertas adiciones), y no lo que el psicólogo ve a través de su microscopio. Verdad es que no hemos pretendido que toda realidad sea mental. Los argumentos positivos en favor de esta última proposición, ya sean los alemanes o los de Berkeley, resultan falaces. El argumento escéptico de los fenomenistas, según el cual, sea lo que fuere lo que en realidad ocurre, nos es imposible conocerlo, parece mucho más digno de consideración. En realidad, hay, si nuestras ideas son acertadas, tres grados de certidumbre. El grado más alto corresponde a nuestras propias percepciones; el segundo, a

las percepciones de los demás; el tercero, a los acontecimientos no percibidos por nadie. Debe observarse, sin embargo, que el segundo grado corresponde únicamente a las percepciones de aquellos que pueden comunicarse con nosotros directa o indirectamente, y de aquellos otros de quienes se sabe que son extraordinariamente semejantes a los que pueden comunicar con nosotros. Las percepciones de otras mentes, si existen tales, que no están relacionadas con la nuestra por comunicación, por ejemplo, las mentes de otros planetas, pueden tener solamente, en el caso más favorable, el tercer grado de certidumbre, esto es, aquel que corresponde al mundo físico, aparentemente sin vida.

Los acontecimientos que no son percibidos por persona alguna que pueda comunicar con nosotros, suponiendo que hayan sido correctamente inferidos, tienen una conexión causal con las percepciones y son deducidos por medio de esta conexión. Se sabe mucho acerca de su estructura, pero nada acerca de su cualidad.

Mientras que en la cuestión de la materia constitutiva del mundo la teoría expuesta en las páginas precedentes tiene ciertas afinidades con el idealismo, por cuanto los acontecimientos mentales forman parte de dicha materia prima y el resto de esta última se parece más a aquéllos que a las tradicionales bolas de billar, la posición que sostenemos en lo que se refiere a las leyes científicas tiene mayor afinidad con el materialismo que con el idealismo. La deducción de un acontecimiento partiendo de otro, cuando es posible, sólo parece adquirir carácter de exactitud cuando puede formularse en términos de leyes físicas. Hay leyes psicológicas, fisiológicas y químicas que no pueden ser reducidas, al presente, a leyes físicas. Pero ninguna de ellas es exacta y sin excepciones; ellas establecen más bien tendencias y medias estadísticas que leyes matemáticas rectoras de los acontecimientos mínimos. Tomemos, por ejemplo, las leyes psicológicas de la memoria. No podemos decir: a las doce cincuenta y cinco del meridiano de Greenwich de tal y tal día, *A* recordará el acontecimiento *e*, a menos, ciertamente, que po-

damos recordárselo en ese momento. Las conocidas leyes de la memoria pertenecen a un primer grado de desarrollo de la ciencia, anterior a las leyes de Kepler o a las de Boyle. Podemos decir que si *A* y *B* han sido experimentados conjuntamente, la repetición de *A* *tiende* a provocar el recuerdo de *B*, pero no podríamos afirmar que ello es seguro o que lo sería en una determinada clase de casos y no en otra. Nos vemos obligados a pensar que para obtener una teoría causal exacta de la memoria sería necesario conocer más de cuanto se refiere a la estructura del cerebro. El ideal a que debemos dirigirnos es el de poder formular una explicación análoga a la que da la física de la fluorescencia, que es un fenómeno por muchos conceptos análogo al de la memoria. En todo el dominio de las leyes causales, por tanto, la física aparece como la suprema entre las ciencias, no sólo entre las que tratan de la materia, sino también entre las que se refieren a la vida y a la mente.

Hay, sin embargo, una limitación importante a lo que acabamos de exponer. Necesitamos conocer en qué circunstancias físicas se produce tal o cual percepción, y no debemos descuidar el perfeccionamiento del conocimiento cualitativo más íntimo que poseamos referente a los acontecimientos mentales. Así quedará una determinada esfera de hechos fuera del mundo físico. Para tomar un ejemplo sencillo: la física debe, teóricamente, poder predecir que en tal determinado momento nuestro ojo recibirá un estímulo de cierta especie; debe poder definir las propiedades físicas de los acontecimientos que, como resultado, se producen en el ojo y en el cerebro, uno de los cuales es, en efecto, la percepción visual; pero no puede darnos por sí misma el conocimiento de que uno de aquéllos es dicha percepción visual. Es evidente que un hombre que puede ver conoce muchas cosas desconocidas para un ciego, pero a este último le es posible conocer la totalidad de la física. Así, pues, el conocimiento que los demás poseen y de que este último carece no forma parte de la física.

Aunque hay, por tanto, como se ve, una esfera de hechos

excluida de la física, ésta última, junto con un “diccionario” adecuado, proporciona, al parecer, todo el conocimiento causal. Puede suponerse que, dadas las características físicas de los acontecimientos que tienen lugar en mi cabeza, el “diccionario” nos indica los acontecimientos “mentales” que se producen en la misma. Esto no es, en modo alguno, consecuencia obligada de lo que precede. Toda la anterior teoría de la física puede ser verdadera sin necesidad de provocar esta consecuencia. En lo que a la física se refiere, puede ser posible para diferentes grupos de acontecimientos que tienen la misma estructura el ocupar también la misma parte en las series causales. Es decir, que, dadas las leyes físicas causales y un conocimiento de un grupo inicial de acontecimientos suficiente para determinar las propiedades puramente físicas de sus efectos, puede darse el caso, sin embargo, de que dichos efectos pertenezcan cualitativamente a clases diferentes. Si fuera así, el determinismo físico no implicaría el determinismo psicológico, puesto que, dadas dos percepciones de estructura idéntica pero de diferente cualidad, nada podemos decir acerca de lo que puede resultar de un estímulo conocido solamente por sus propiedades físicas, esto es, estructurales. Es ésta una consecuencia inevitable del carácter abstracto de la física. Si la física tratara únicamente de la estructura no podría *per se* garantizar las deducciones procedentes de otras propiedades de los acontecimientos que las estructurales. Ahora bien, puede darse el caso de que (por ejemplo) la estructura de las percepciones visuales sea muy diferente de la estructura de las percepciones táctiles, pero no es de creer que tales diferencias puedan establecerse con un rigor y generalidad suficientes para permitirnos afirmar que tal o cual estímulo tiene necesariamente que producir una percepción visual y tal otro una percepción táctil.

En esta cuestión creo que debemos recurrir a la evidencia, que tiene un carácter parcialmente psicológico. Sabemos, ciertamente, que podemos en circunstancias normales deducir más o menos la percepción del estímulo. Si no fuera así, el lenguaje y la escritura serían inútiles. Cuando se lee la

lección todos los concurrentes pueden seguir las palabras en sus propias Biblias. Las diferencias entre sus “pensamientos”, mientras tanto, pueden relacionarse de una manera causal, por lo menos en parte, con diferencias debidas a sus distintas experiencias pasadas, y éstas se supone que resultan efectivas por haber ocasionado diferencias en la estructura de los cerebros. Todo esto parece suficientemente probable para ser aceptado seriamente, pero cae fuera de la física y no se deduce de la autonomía causal de ésta, suponiendo que dicha autonomía pueda establecerse incluso para los cuerpos humanos. Se observará que lo que estamos ahora considerando es lo inverso de lo que se requiere para deducir la física de la percepción. Lo que allí se deseaba era que, dada una percepción, pudiéramos deducir, al menos parcialmente, la estructura del estímulo o, de todos modos, que ello fuera posible cuando se nos diera un número suficiente de percepciones. Lo que ahora queremos, por el contrario, es que, dada la *estructura* del estímulo (que es todo lo que la física puede dar), podamos deducir la *cualidad* de la percepción, con las mismas limitaciones que antes. Cae fuera de la física el decidir si esto es o no posible, pero hay razones para inclinarse por la afirmación.

El deseo de la física, consciente o inconsciente, ha sido siempre el descubrir lo que podríamos llamar el esqueleto causal del mundo. Es quizá sorprendente que pueda existir tal esqueleto, pero la física parece tender a probarlo, especialmente cuando se toma juntamente con la evidencia de que las percepciones vienen determinadas por el carácter físico de sus estímulos. Hay razones, aunque no muy concluyentes, para considerar la física como causalmente dominante, en el sentido de que, dada la estructura física del mundo, las cualidades de sus acontecimientos, en lo que éstos nos son conocidos, pueden ser deducidos por medio de correlaciones. Tenemos así, en efecto, un paralelismo psico-cerebral, aunque la interpretación que a éste debe atribuirse no sea la corriente. Suponemos que, dado un conocimiento suficiente, podemos deducir las cualidades de los acontecimiento que

se producen en nuestras cabezas, partiendo de las propiedades físicas de aquéllos. Esto es lo que se quiere significar, realmente, cuando se dice, vagamente, que el estado de la mente puede deducirse del estado del cerebro. Aunque creo que esto tiene probabilidades de ser verdadero, me encuentro menos dispuesto a aceptarlo que a afirmar otra cosa que me parece mucho más cierta, cual es que aquella verdad no se deduce de la autonomía causal de la física o del determinismo físico aplicado a toda la materia, incluyendo la de los cuerpos vivos.

Este último resultado deriva del carácter abstracto de la física y pertenece a la filosofía de ésta. La otra proposición, si es realmente verdadera, no puede establecerse por la consideración única de la física, sino por el estudio de las percepciones en sí mismas y como fin, lo cual corresponde a la psicología. La física estudia las percepciones solamente bajo su aspecto cognoscitivo, y los aspectos restantes quedan fuera de su alcance.

Incluso aunque rechazemos la idea de que la cualidad de los acontecimientos en nuestras cabezas puede ser deducida de la estructura de los mismos, la teoría según la cual el determinismo físico es aplicable a los cuerpos humanos nos lleva muy lejos del materialismo. La física puede ser incapaz de decirnos qué es lo que vamos a oír, a ver o “pensar”, pero puede decirnos, si se aceptan las tesis expuestas en estas páginas, qué es lo que diremos o escribiremos, a dónde iremos, si cometeremos un asesinato o un robo, etc. Porque todos éstos son movimientos corporales y entran, por tanto, dentro del dominio de las leyes físicas. Se nos pide a menudo que admitamos que las bellezas de la poesía o de la música no pueden ser resultantes de las leyes físicas. Puede admitirse, en efecto, que la belleza no sea una resultante de la física, puesto que aquélla depende en parte de la cualidad intrínseca; si se tratara, como pretenden algunos escritores de estética, de una cuestión de forma únicamente, entraría de lleno dentro del dominio de la física, pero entiendo que dichos autores no se percatan del carácter de abstracción

que la condiciona. Admitiríamos también que los *pensamientos* de Shakespeare o de Bach no entran dentro de la esfera de la física. Pero dichos pensamientos carecen de importancia para nosotros; su eficiencia social reside totalmente en ciertas rayas negras que aquéllos trazaron en el papel blanco. Ahora bien, no parece que haya razón para suponer que la física no pueda aplicarse al hecho del trazado de estas rayas, el cual era un movimiento material tan real como la resolución de la tierra en su órbita. De todas maneras, es innegable que la parte socialmente importante del pensamiento de los referidos artistas tiene una relación unilateral con ciertos acontecimientos puramente físicos, a saber: la producción de signos negros sobre el papel blanco. Y nadie puede dudar de que las causas de nuestras emociones, cuando leemos a Shakespeare u oímos a Bach, sean puramente físicas. Así, pues, es imposible evadirse de la universalidad de la causalidad física.

Esto, sin embargo, quizá no sea la última palabra sobre el asunto. Hemos visto que, basándonos en la física misma, podemos llegar a la conclusión de que existen límites para el determinismo físico. Desconocemos las leyes que rigen los momentos en que tienen lugar las trans-acciones de los *quanta* o la desintegración del átomo radiactivo. Sabemos bastante bien que esas cosas ocurrirán, *si* se dan determinadas circunstancias, y conocemos, asimismo, medias estadísticas que bastan para determinar los fenómenos macroscópicos. Pero si la mente y el cerebro se encuentran interconectados causalmente, las diferencias cerebrales, aunque sean muy pequeñas, deben corresponderse con diferencias mentales apreciables. De ello se sigue que quizá nos veamos obligados a descender a la región en que tienen lugar las trans-acciones cuánticas y abandonar la magnitud macroscópica en que se obtienen las medias estadísticas. Es posible que el electrón dé un salto cuando quiere; es posible también que los fenómenos de muy pequeña escala que se producen en el cerebro y que son los que introducen todas las diferencias entre los fenómenos mentales, pertenezcan al dominio en donde

las leyes físicas no determinan ya de un modo definitivo lo que tiene que ocurrir. Esto, desde luego, es solamente una posibilidad especulativa, pero así y todo interpone un veto a cualquier dogmatismo materialista. Puede ocurrir, por último, que el progreso de la física decida el asunto en un sentido o en otro; por ahora, en él, como en tantas otras cosas, el filósofo debe contentarse con aguardar los avances de la ciencia.

RESUMEN Y CONCLUSION

En el actual estado de la física hay muchas preguntas de importancia filosófica considerable que no pueden ser contestadas, aunque sean de aquellas a que la ciencia tiene la esperanza de poder responder algún día, y a muchas de las cuales se creyó durante algún tiempo haber encontrado una respuesta satisfactoria. Esto es lo que hace más difícil la labor del filósofo; es necesario, en efecto, dejar establecidas varias hipótesis, en espera de la decisión a que pueda llegar la ciencia. Hay, ciertamente, algunas cosas a las cuales puede atribuirse la certidumbre con carácter definitivo; éstas, en lo que atañe a la filosofía, fueron ya estudiadas en la primera parte de este libro. Claro es que, en cierto sentido, hay electrones y protones, y no sería legítimo dudar, en esencia, de la exactitud en la estimación de sus masas y cargas eléctricas. Es decir, que estas constantes representan, evidentemente, algo importante en el mundo físico, aunque sería arriesgado afirmar que representen exactamente lo que actualmente se supone. De modo análogo no parece que pueda razonablemente dudarse de que hay una constante h cuyas dimensiones son las de la acción o cantidad de movimiento angular y cuya magnitud es, esencialmente, la que ha sido calculada. Asimismo, parece seguro que h es una constante que es característica de los procesos periódicos. Además, el cambio de uno de estos procesos a otro, que es lo que hemos

llamado trans-acción, está regido por principios relacionados con h , además de estarlo con la conservación de la energía.

Pero sería muy aventurado sostener que la formulación matemática corriente del principio de los *quanta* es la mejor posible; por el contrario, tenemos verdaderamente razones para no estar satisfechos de ella. Quizá la más importante de éstas es la de que para expresar la energía cinética tenemos que hacer uso del método de separación de variables, sin saber si esta última es siempre posible o si todos los modos de hacerla conducen a resultados equivalentes. Aparte de estas dificultades, de orden principalmente técnico, existen otras menos definidas, pero quizá de no menor importancia. Nadie ha conseguido que la existencia de los *quanta* resulte completamente “razonable”; es decir, que continúe como algo aislado y separado de las restantes teorías físicas. Y en tanto que la misma implica la discontinuidad, el sentido constante de la teoría relativista es acentuar la continuidad. Además, nadie ha conseguido tampoco explicar la interferencia y la difracción por medio de los *quanta* de luz o explicar el efecto foto-eléctrico sin recurrir a estos últimos. Todo ello demuestra que aún no ha llegado el tiempo en que el filósofo pueda abordar con confianza la teoría de los *quanta*; solamente puede descubrir lo que sería su filosofía si esta o aquella teoría prevaleciera en la física.

La relatividad se asienta sobre bases muy firmes. El avance sobre la física antigua, en lo que se refiere a la relatividad, es principalmente de orden lógico y filosófico. Verdad es que los hechos conducen a la teoría, y que ésta, a su vez, conduce al descubrimiento de nuevos hechos. Pero estos últimos son pequeños y situados por completo dentro de los límites de la observación, y no son, como tales hechos, de la revolucionaria importancia que tienen los relativos a los *quanta*. Y ahora que la teoría se encuentra ya prácticamente completa, se aprecia que, teóricamente, hubiera podido ser descubierta por Galileo o, por lo menos, en el momento en que fue conocida la velocidad de la luz. Dicha teoría representa, por su técnica, una filosofía mejor que la de Newton,

y, verdaderamente, una de sus características más notables es la adaptación de la técnica a la filosofía.

Para mí, la teoría de la relatividad es más notable cuando se considera como sistema deductivo lógico. Esta es la razón o una de las razones que me han dado ocasión para aludir tan repetidamente a Eddington. Este, más que Einstein o Weyl, es el que ha expuesto la teoría en la forma más adecuada para los fines del filósofo. Minkowski tenía la misma característica, pero no vivió lo suficiente para alcanzar la teoría general. Para mis propósitos filosóficos me he dejado guiar, por tanto, casi exclusivamente por Eddington.

En la teoría general de la relatividad partimos de un continuo de puntos cuatridimensional, cuyas propiedades, entre otras cosas, son puramente ordinales. Asignamos entonces cuatro coordenadas a cada punto basándonos en un principio cualquiera, con tal de que las propiedades ordinales de las coordenadas sean las mismas que las de los puntos. Suponemos después que si se dan dos puntos, muy próximos el uno al otro, existe una función cuadrática de las coordenadas, que tienen el mismo valor, cualesquiera que sea el modo como se han fijado aquéllas, siempre que esté sujeto a la condición ordinal precedente. Si esta función es positiva, su raíz cuadrada se denomina intervalo (de pseudo-tiempo); si es negativa, la raíz cuadrada de la función con el signo cambiado nos dará el intervalo (de pseudo-espacio). Pasando por alto los pormenores, debemos decir que el resto de la teoría se orienta principalmente hacia las geodésicas. La geodésica es una ruta entre dos puntos de espacio-tiempo tal que la integral del intervalo a lo largo de la misma es mínima; entre las rutas importantes es un máximo. Parece que la energía puede dividirse en porciones que se mueven según líneas geodésicas; cuando se mueven con una velocidad menor que la de la luz, se considera que son trozos de materia. Imponiendo ciertas limitaciones a la medición, Weyl consiguió incluir los fenómenos electromagnéticos en este esquema. Así, pues, tenemos una teoría general que puede decirse que comprende todo, excepto los fenómenos de *quanta*.

Pero aunque todo este esquema pueda constituir un motivo de gozo para el lógico, y más especialmente el método de tensores y las derivadas hamiltonianas, el filósofo no puede sentirse satisfecho con la hipótesis, aparentemente arbitraria, sobre los intervalos, que aún lo parece menos de lo que es debido a su conexión histórica con el teorema de Pitágoras y sus modificaciones en la geometría no-euclidiana. Pero si se ha creído en este teorema ha sido porque se suponía demostrado; cuando se encontró que la demostración carecía de valor, se siguió creyendo en él porque se estimaba que la evidencia empírica probaba su carácter aproximadamente verdadero. Desde luego, esta evidencia empírica existe aún, pero la teoría de la relatividad le atribuye un valor mucho más problemático de lo que se pensaba antes. Y es costumbre el efectuar las mediciones cuidadosamente, preocupándose de equiparse con cuerpos que tengan la mayor rigidez posible y de que los instrumentos ópticos sean exactos. Si nuestras coordenadas tienen que ser arbitrarias, como lo son en la teoría general de la relatividad, es dudoso que tengamos todavía derecho a esperar que cumplan alguna condición análoga al teorema de Pitágoras.

Contra estas dudas puede afirmarse que la teoría general se ha justificado a sí misma por la exactitud de todas sus consecuencias comprobables. Ello es verdad, y no intento disminuir la fuerza del argumento. Pero sí quiero hacer observar que para obtener estos resultados, la teoría no hace uso de la plena libertad de asignación de coordenadas que proclama el principio. En astronomía estas coordenadas se fijan todavía por los escrupulosos métodos corrientes, y no parece claro que estos cuidados sean inútiles. Del método de los tensores *parece* deducirse que podemos emplear cualesquiera coordenadas sujetas a la condición ordinal. Pero el método de tensores, tal como se utiliza, supone la fórmula del intervalo; por esta razón, el doctor Whitehead encontró necesario, en sus *Principios de Relatividad*, dar una teoría de tensores independiente de la fórmula del intervalo. Hay, pues, todavía razones legítimas para dudar de si esta última es en

realidad completamente independiente de la elección de coordenadas.

Y, aparte de esta cuestión, existe una gran dificultad para encontrar algún significado no técnico para el intervalo; no obstante, aquél debe existir, si el intervalo es realmente tan fundamental como aparece en la teoría de la relatividad. Hay dificultades también en cuanto se refiere a lo que debe entenderse por medición. Y existe la sensación de que posiblemente las ecuaciones de tensores representan propiedades puramente ordinales del continuo de espacio-tiempo, que podrían formularse prescindiendo por completo de toda clase de coordenadas, si dispusiéramos de una técnica más perfecta. Esta última no existe actualmente, pero no es imposible que pueda inventarse antes de mucho tiempo.

En la Segunda Parte estudiamos otro tipo de problemas, a saber: el de la evidencia del carácter verdadero de la física, o sea, el de la relación de ésta con la percepción. Para los fines de nuestro estudio fue conveniente utilizar el concepto de "percepción" en un sentido algo más estrecho que el aceptado en psicología. Nuestro objeto es epistemológico, y, por tanto, sólo nos importa la percepción en cuanto se manifiesta de modo explícito y lo percibido es observado; las percepciones que pasan inadvertidas no pueden constituir premisas para la física. El uso de las percepciones para hacer inferencias sobre el mundo físico descansa en la teoría causal de la percepción, puesto que el realismo ingenuo del sentido común resulta que, al fin y al cabo, encierra contradicciones en sí mismo. Las verdaderas alternativas que se ofrecen a la teoría causal de la percepción no incluyen el sentido común, sino que son solamente el solipsismo y el fenomenalismo. El solipsismo, como teoría seriamente epistemológica, afirma la idea de que no hay modo de deducir de los acontecimientos que experimentamos el carácter de los mismos, y ni siquiera la existencia de los que no experimentamos. Si la deducción se toma en el sentido de la estricta lógica deductiva, no hay modo alguno, en lo que se me alcanza, de rebatir la tesis solipsista. Y debe observarse que esta tesis

no puede admitir la existencia en nosotros de acontecimientos inconscientes en nosotros, como tampoco fuera de nosotros; su fundamento es epistemológico, y, por tanto, según ella, la distinción importante está entre lo que experimentamos y lo que no experimentamos, no entre lo que es nuestro y lo que no lo es en cualquier sentido físico o metafísico. No podemos rebatir la tesis solipsista sin introducir la inducción y la causalidad, que están aún sujetas a las dudas resultantes de la crítica escéptica de Hume.

No obstante, como toda la ciencia reposa sobre la inducción y la causalidad, parece justificado suponer, al menos de un modo pragmático, que si se hace uso de ellas convenientemente pueden proporcionarnos al menos una probabilidad. En el presente libro hemos admitido esto de un modo general, sin tratar de demostrarlo, habiendo seguido esta norma por estimar que tal demostración no ocuparía menos espacio que el *Tratado de Probabilidades* de Mr. Keynes, y también porque, aunque convencido de que tal demostración es posible, no me satisfacen las expuestas por los demás, ni cualquiera de las que yo mismo he podido inventar. Me pareció, pues, preferible formular la hipótesis del modo más completo posible, evitando todo intento de apoyarla con una plausibilidad artificial.

Ocupando una posición intermedia entre el solipsismo y las ideas científicas corrientes, existe una teoría llamada "fenomenalismo". Esta teoría admite que hay otros acontecimientos además de los que experimentamos, pero sostiene que aquéllos son, en su totalidad, percepciones u otros acontecimientos mentales. Prácticamente ello quiere decir (cuando la teoría viene defendida por hombres de ciencia) que éstos aceptan el testimonio de otros observadores en lo que han experimentado realmente, pero se niegan a deducir de aquí cualquier cosa que no haya sido experimentada por observador alguno. Puede decirse, para justificar esta tesis, que, si bien hace uso de la analogía y de la inducción, evita admitir la causalidad. Pero hay dudas sobre si realmente se abstiene de recurrir a esta última. Los fenomenalistas parece que

toman lo atestiguado por admitido, esto es: suponen que las palabras que ven y oyen expresan lo que ellos mismos querrían expresar si las utilizaran. Pero esto implica la causalidad, en la forma en que la causa se encuentra en una persona y el efecto en otra. No hay, pues, por tanto, ninguna justificación fundamental para esta posición intermedia.

Hemos supuesto, por consiguiente, aunque con menos certidumbre demostrativa, que las percepciones tienen causas que pueden no ser percepciones y, especialmente, que cuando un cierto número de personas tienen percepciones semejantes simultáneamente, existe lo que pudiera llamarse un “campo” de acontecimientos causalmente conectados, que se encuentra que tienen relaciones que nos permiten, con frecuencia, disponerlos según un orden esférico alrededor de un centro. Llegamos así al orden de acontecimientos en el espacio-tiempo, que resulta ser el mismo cualquiera que sea el método de llegar a él, entre los muchos que podemos seguir; en este orden las percepciones están localizadas en la cabeza del percipiente. Al deducir de las percepciones sus causas, damos por supuesto que el estímulo tiene que poseer toda la estructura que resida en la percepción, aunque pueda tener, asimismo, propiedades estructurales que no existan en esta última. Dicha suposición de que las propiedades estructurales de la percepción deben existir también en el estímulo, se deduce de la máxima: “a iguales causas, iguales efectos”, invertida en la forma “a diferentes efectos, diferentes causas”, de lo cual se sigue que, si, por ejemplo, vemos el color rojo junto al color verde, existirá alguna diferencia entre el estímulo que da lugar a la percepción roja y el que produce la percepción verde. Las propiedades estructurales poseídas por el estímulo, pero no por la percepción, cuando pueden inferirse, se deducen por medio de leyes generales; es decir, que cuando dos objetos parecen semejantes a primera vista, pero disemejantes al microscopio, suponemos que existen diferencias en los estímulos que producen la percepción por la vista normal, que no se traducen en diferencias, o lo hacen en diferencias imperceptibles, en las percepciones correspondientes.

Estos principios nos permiten deducir gran parte de la estructura del mundo físico, pero no su carácter intrínseco. Ellos sitúan las percepciones en su propio lugar, como ocurrencias análogas a otros acontecimientos en el mundo físico y conectadas con ellos, y nos permiten también considerar que el dictáfono o la placa fotográfica poseen algo que, desde el punto de vista de la física, no es muy desemejante a la percepción. Hemos salvado lo que solía parecer misterioso en la teoría causal de la percepción: una serie de ondas luminosas o de ondas sonoras o cualquiera otra produciendo súbitamente un acontecimiento mental totalmente distinto, de características (en apariencia) diferentes de aquéllas. Respecto al carácter intrínseco, no sabemos lo suficiente de él en el mundo físico para tener derecho a decir que es muy diferente del de las percepciones; en tanto que, en lo que se refiere a estructura, tenemos razones suficientes para sostener que es muy semejante en el estímulo y en la percepción. Esto último se ha hecho posible gracias a que la "materia" puede ser considerada como un sistema de acontecimientos, no como parte de la materia prima constitutiva del mundo, y a que el espacio-tiempo, tal como se da en la física, se ha encontrado que es mucho más diferente del espacio perceptual que lo que se creía antes.

Con esto llegamos a la Tercera Parte, en la que hemos intentado descubrir una estructura posible del mundo físico que justifique la física y tenga en cuenta, al mismo tiempo, la conexión con la percepción, exigida por la necesidad de establecer un fundamento empírico para la física. Aquí hemos tenido que tratar primeramente de la construcción de puntos como sistemas de acontecimientos que se solapan o son "copuntuales" en el espacio-tiempo y después de las propiedades puramente ordinales de este último. El método empleado es muy general, y puede adaptarse a un orden discreto o continuo; se ha demostrado que $\div$ acontecimientos son suficientes para engendrar un conjunto de puntos, siempre que se den ciertas leyes que determinen el modo como se realiza el solape. Toda esta teoría se dirige solamente, sin embargo, a

la construcción de aquellas propiedades del espacio-tiempo que pertenecen al *analysis situs*; en esta exposición se prescindir de todo lo que corresponde a los intervalos y métricos, puesto que para la teoría de los intervalos se necesita recurrir a consideraciones de orden causal.

No tiene justificación el adoptar la concepción de una unidad de materia, un electrón por ejemplo, como “sustancia”, esto es, como única entidad simple persistente a través del tiempo, puesto que carecemos de toda evidencia sobre su verdad o falsedad. Nosotros definimos una unidad material simple diciendo que es una “línea causal”, es decir, una serie de acontecimientos conectados entre sí por una ley causal diferencial intrínseca, que determina los cambios de primer orden, dejando los de segundo orden para ser determinados por las leyes causales extrínsecas. (En todo esto hacemos caso omiso, por el momento, de los fenómenos cuánticos.) Si existen los *quanta* de luz, éstos satisfarán más o menos a esta definición de la materia, y habremos vuelto a una teoría corpuscular de la luz; pero el problema apuntado está hasta ahora sin resolver. El concepto total de la materia es menos fundamental que antes para la física, puesto que la energía tiende a ocupar cada vez más el lugar de aquélla. Se encuentra que en las condiciones terrestres, los electrones y protones persisten, pero no hay nada en la física teórica que nos hiciera esperarlos, y los físicos están perfectamente preparados para descubrir que la materia puede ser aniquilada. Esta idea incluso se ha llevado adelante al estudiar la energía de las estrellas.

El problema del intervalo ofrece grandes obstáculos cuando intentamos hacernos una imagen del mundo en que la importancia de aquél no parezca sorprendente. Lo mismo puede decirse de los *quanta*. He tratado (y temo que con no mucho éxito) de sugerir hipótesis que relacionen estos dos curiosos órdenes de hechos dentro de un conjunto único. He sugerido que el mundo consiste en acontecimientos fijos acompañados de ritmos, como una larga nota de violín acompañada por arpeggios en el piano, o bien de ritmos solamente.

Los acontecimientos fijos son de varias clases, y muchas de ellas tienen su acompañamiento rítmico apropiado. Los cambios cuánticos consisten en “trans-acciones”, esto es, en la sustitución súbita de un ritmo por otro. Cuando dos acontecimientos tienen un intervalo de pseudo-tiempo, siendo discreto el espacio-tiempo, dicho intervalo comprende el mayor número posible de transiciones sobre cualquier ruta causal que vaya desde un acontecimiento al otro. La definición de intervalos de pseudo-espacio se deriva de la de intervalos de pseudo-tiempo. El proceso total de la naturaleza, en lo que al presente se conoce, puede considerarse como discontinuo; incluso los ritmos periódicos pueden consistir en un número finito de acontecimientos por período. Se precisan dichos ritmos periódicos, con el objeto de dar idea de la aplicación al principio de los *quanta*. Una percepción, por lo menos cuando es visual, será un acontecimiento fijo o sistema de acontecimientos fijos, siguiéndole sobre una transacción. Las percepciones son la única parte del mundo físico que nos es conocida de otro modo que del abstracto. Respecto al mundo en general, tanto físico como mental, todo lo que sabemos de su carácter intrínseco se deriva del lado mental, y casi todo lo que sabemos de sus leyes causales se deriva del lado físico. Pero, desde el punto de vista de la filosofía, la distinción entre lo mental y lo físico es superficial y carece de toda realidad.

INDICE

	<i>Págs.</i>
PREFACIO	7
I.—Naturaleza del problema	9

PARTE PRIMERA

ANALISIS LOGICO DE LA FISICA

II.—La física pre-relativista	23
III.—Electrones y protones	35
IV.—La teoría de los <i>quanta</i>	41
V.—La teoría especial de la relatividad	63
VI.—La teoría general de la relatividad	71
VII.—El método de los tensores	81
VIII.—Geodésicas	91
IX.—Los invariantes y su interpretación física	105
X.—La teoría de Weyl	117
XI.—El principio de las leyes diferenciales	125
XII.—Medición	135
XIII.—Materia y espacio	149
XIV.—Carácter abstracto de la física	159

PARTE SEGUNDA

LA FISICA Y LA PERCEPCION

XV.—De la percepción primaria al sentido común ...	171
XVI.—Del sentido común a la física	187
XVII.—¿Qué es una ciencia empírica?	201
XVIII.—Nuestro conocimiento de los hechos particulares.	211
XIX.—Datos, deducciones, hipótesis y teorías	221
XX.—La teoría causal de la percepción	231
XXI.—Percepción y objetividad	255
XXII.—La creencia en leyes generales	267
XXIII.—Sustancia	277
XXIV.—Importancia de la estructura en la deducción científica	289
XXV.—La percepción desde el punto de vista de la física	299
XXVI.—Elementos no-mentales análogos a la percepción.	309

PARTE TERCERA

LA ESTRUCTURA DEL MUNDO FISICO

XXVII.—Particularidades y acontecimientos	319
XXVIII.—La construcción de puntos	335
XXIX.—El orden de espacio-tiempo	351
XXX.—Líneas causales	363
XXXI.—Las leyes causales extrínsecas	377
XXXII.—Espacio-tiempo físico y perceptual	387
XXXIII.—Periodicidad y series cualitativas	399
XXXIV.—Tipos de acontecimientos físicos	413
XXXV.—Causalidad e intervalo	427
XXXVI.—La génesis del espacio-tiempo	437
XXXVII.—La física y el monismo neutro	445
XXXVIII.—Resumen y conclusión	459

ESTE LIBRO SE TERMINO DE IMPRIMIR
EL DIA 6 DE MAYO DE 1976 EN
CLOSAS-ORCOYEN, S. L., MARTI-
NEZ PAJE, 5, MADRID-29, SO-
BRE PAPEL FABRICADO
POR TORRAS HOS-
TENCH, S. A.



Con este libro intenta Bertrand Russell
poner de manifiesto
el resultado filosófico de la Física moderna.

Para ello
recaba el auxilio de la psicología,
de la fisiología, de la filosofía
y de la lógica matemática.
El tema de la relación de la materia con lo que existe
y, en general,
el problema de la interpretación de la física
en términos de lo que existe,
no son para el autor
de exclusiva competencia física.

Un propósito fundamental
con el que Russell se encara en este libro
es mostrar que la tradicional separación
entre la física y psicología,
espíritu y materia,
no es defendible.

